

62-83.01 (075.8)
У836

Ю.С. Усынин

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Допущено Учебно-методическим объединением по образованию в области энергетики и электротехники в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 140604 – “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” направления подготовки 140600 – “Электротехника, электромеханика и электротехнологии”

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2010

УДК 62-83.01 (075.8)
У836

Рецензенты:

зав. кафедрой “Электропривод и автоматизация промышленных установок”
Московского государственного открытого университета, д-р техн. наук,
проф. **Г.Б. Онищенко**;
профессор кафедры “Автоматизированный электропривод” Московского
энергетического института (технического университета), д-р техн. наук,
проф. **О.И. Осипов**

Усынин, Ю.С.

У836 **Теория автоматического управления:** учебное
пособие для вузов / Ю.С. Усынин. – Челябинск:
Издательский центр ЮУрГУ, 2010. – 176 с.

ISBN 978-5-696-03948-0

Приводятся математические основы описания линейных систем автоматического управления: дается понятие типовых динамических звеньев, их переходных, импульсных и передаточных функций, частотных характеристик, рассматриваются структурные схемы и передаточные функции систем регулирования, правила их преобразования, дано понятие устойчивости и критериев устойчивости систем регулирования.

Рассмотрены основные методы синтеза замкнутых систем автоматического регулирования: последовательная коррекция, коррекция местными обратными связями, синтез многоконтурных систем (подчиненное регулирование, модальное управление), коррекция согласно-параллельными связями. Наибольшее внимание уделено частотным методам синтеза.

Для студентов, обучающихся по специальности “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов”.

УДК 62-83.01 (075.8)

© Усынин Ю.С., 2010
ISBN978-5-696-03948-0 © Издательский центр ЮУрГУ, 2010
© Челябинский Дом печати, 2010

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое читателю учебное пособие представляет собой изложение первой части курса теории автоматического управления – теории линейных непрерывных систем автоматического регулирования. Материал пособия ориентирован в первую очередь на студентов специальности 140604 “Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов” и предшествует изучению курсов “Теория электропривода”, “Системы управления электроприводов”. Предполагается, что студенты знакомы с содержанием предшествующих курсов ТОЭ, электрических машин, элементов электропривода, теоретической механики и, естественно, математики.

Пособие состоит из двух частей. В первой части (главы 1 – 6) дается обзор основных понятий, принятых в теории автоматического регулирования: что такое регулирование, основные принципы регулирования, понятие об управляющих и возмущающих воздействиях, в чем заключаются преимущества замкнутой системы регулирования (глава 1), поясняются основные приемы, принятые при математическом описании звеньев и систем автоматического регулирования – стандартная форма записи дифференциальных уравнений, переходная, импульсная, передаточная функции, частотные характеристики (глава 2), понятие о типовых динамических звеньях и их характеристиках (глава 3), структурные схемы, их основные элементы и правила преобразования, относительные единицы, их преимущества и правила перехода к ним (глава 4), аппроксимированные логарифмические частотные характеристики звеньев и их соединений – последовательного, согласно- и встречно-параллельного, вычисление поправок при уточнении характеристик (глава 5), понятие устойчивости, алгебраические и частотные критерии устойчивости (глава 6).

Вторая часть (главы 7 – 11) посвящена синтезу замкнутых систем автоматического регулирования: сначала сформулировано понятие качества процессов регулирования и рассмотрены прямые и косвенные (частотные) оценки качества, дано понятие желаемой частотной характеристики системы регулирования (глава 7), рассмотрены методы последовательной коррекции в одноконтурных системах регулирования, дается представление о типовых регуляторах и их стандартных настройках (глава 8), рассмотрена коррекция замкнутых систем регулирования местными обратными связями, приведены примеры современных многоконтурных систем регулирования – схемы подчиненного регулирования, модальные регуляторы, наблюдаю-

щие устройства (глава 9), даны примеры и методика выбора параметров корректирующих согласно-параллельных связей (глава 10), описана идея и приведены примеры схем с регулированием по возмущению (глава 11).

Теория линейных систем автоматического регулирования является наиболее разработанным разделом общей теории управления, о чем свидетельствуют, например, такие источники, как [1, 6, 11, 12, 14 и др.]. Между тем, сложность, специфичность физических особенностей процессов в современных электроприводах делают желательным изучение общих принципов построения систем автоматического управления на конкретных примерах элементов, узлов и систем электропривода, что должна учитывать учебная литература.

Современные возможности вычислительной техники практически сняли расчетные трудности при анализе систем автоматического управления. Это в ещё большей степени обнажило основное назначение теории автоматического управления (как и любой теории) – дать разработчику возможность ясного и надежного прогнозирования результатов принимаемых им решений. В силу этих обстоятельств теоретические методы, используемые при синтезе систем регулирования, должны обладать большей прозрачностью, наглядностью и приводить к легко обозримым результатам. Опыт работы автора в области промышленных электроприводов, а также преподавательская работа в вузе убедили его в том, что указанным требованиям в наибольшей мере удовлетворяют частотные методы анализа и синтеза замкнутых систем электропривода. По этой причине им в настоящем учебнике уделено большее внимание.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить сердечную благодарность проф. С.К. Козыреву, по инициативе которого автор и “раскачался” на написание учебника. С большой признательностью автору хочется отметить полезные беседы и советы рецензентов проф. Г.Б. Онищенко и проф. О.И. Осипова, значение которых трудно переоценить. При подготовке рукописи к изданию много поработали доценты М.А. Григорьев и А.Н. Шишков, а также студент И.В. Дятлов, за что автор им очень благодарен.

ВВЕДЕНИЕ

Современный автоматизированный электропривод – это сложная многокомпонентная техническая система, осуществляющая управляемое преобразование электрической энергии в механическую работу.

Основные элементы электропривода изображены на рис. В.1. Необходимый технологический процесс реализуется рабочей машиной РМ, которая приводится в движение от электродвигателя ЭД через механическую передачу МП. В свою очередь, электродвигатель получает электроэнергию от силового преобразователя П, который подключен к питающей сети (или к другому источнику электроэнергии) и управляется от системы управления СУ.

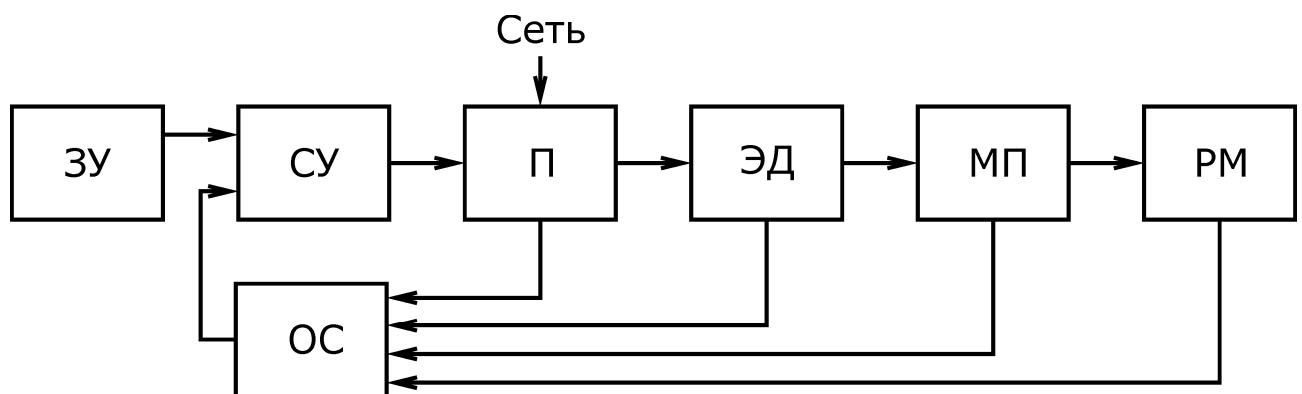


Рис. В.1. Обобщенная структурная схема

Система управления осуществляет воздействие на электропривод с целью придания характеру его движения заданных свойств. Информация о желаемом характере движения поступает на вход системы управления от задающего устройства ЗУ, а об истинном состоянии регулируемых переменных – от датчиков обратной связи ОС.

Электропривод включает в себя элементы разной физической природы, в которых происходит постоянный обмен энергетическими потоками. С другой стороны, требования по точности и интенсивности движения электропривода непрерывно возрастают. Это вызывает необходимость знания **теории автоматического управления** – науки о принципах построения систем автоматического управления и закономерностях протекающих в них процессов.

“Теория автоматического управления абстрагируется от природы, конкретного предназначения и конструктивных особенностей управляемого объекта и автоматических устройств. Предмет её изучения: процессы в системе управления, которые она исследует на динамических моделях действительных сис-

тем. Цель теории – построение работоспособных и точных систем управления. Методы теории автоматического управления позволяют установить надлежащую структуру системы управления, определить параметры её элементов и выяснить характерные особенности процессов, протекающих в системе” [1, с. 166].

По виду сигналов, циркулирующих между элементами системы автоматического управления, различают системы непрерывные и дискретные. В первых все элементы формируют сигналы в виде непрерывных функций времени, во вторых присутствует хотя бы один элемент, который производит квантование непрерывных сигналов по времени (импульсные системы), по уровню (релейные системы) или по времени и по уровню (цифровые системы).

По характеру зависимости между выходными и входными сигналами выделяют системы управления линейные и нелинейные.

В настоящем учебном пособии рассматриваются непрерывные линейные системы, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Управление и регулирование

В основе любой производственной деятельности человека лежат те или иные технологические процессы – совокупность целенаправленных и упорядоченных действий (операций), выполняемых человеком для удовлетворения своих потребностей. Здесь можно выделить два класса совершаемых операций (рис. 1.1): рабочие операции и операции управления. **Рабочие операции** – это действия, непосредственно необходимые для выполнения технологического процесса в соответствии с теми физическими законами, которые определяют существо процесса, например, прокатка металла, транспортировка изделий и т.п. Рабочие операции создаются человеком искусственно и сами по себе не протекают так, “как надо”. По этой причине рабочими операциями необходимо управлять. **Операции управления** – это действия, которые обеспечивают начало, порядок следования, конец операций; выделяют необходимые ресурсы; задают нужные параметры самому процессу (скорость, температуру, давление и др.). Другими словами, управление направлено на поддержание или улучшение функционирования технологического объекта в соответствии с выбранной целью управления.

Чтобы успешно реализовать процесс управления, необходимо знать, во-первых, конкретный технологический процесс и, во-вторых, принципы и методы управления. Многолетняя инженерная практика показала, что процессы управления являются общими и пригодными для разных технологических объектов и процессов. Их знание составляет основу **теории автоматического управления** как самостоятельного направления в технических науках. Однако не следует забывать, что успеха можно добиться, лишь совмещая общие знания в теории управления с глубоким пониманием специфики конкретного технологического процесса.

Разновидностью управления является **регулирование**, которое в технике понимается как поддержание постоянства некоторой заданной величины, характеризующей технологический процесс, или изменение ее по заданному закону. В технических системах процессы регулирования формируются чаще автоматически, то есть без участия человека, так как в этом случае обеспечиваются выше точность и быстродействие регулирования. Принципы регулирования и примеры автоматических систем в электроприводе изучаются в настоящей книге.

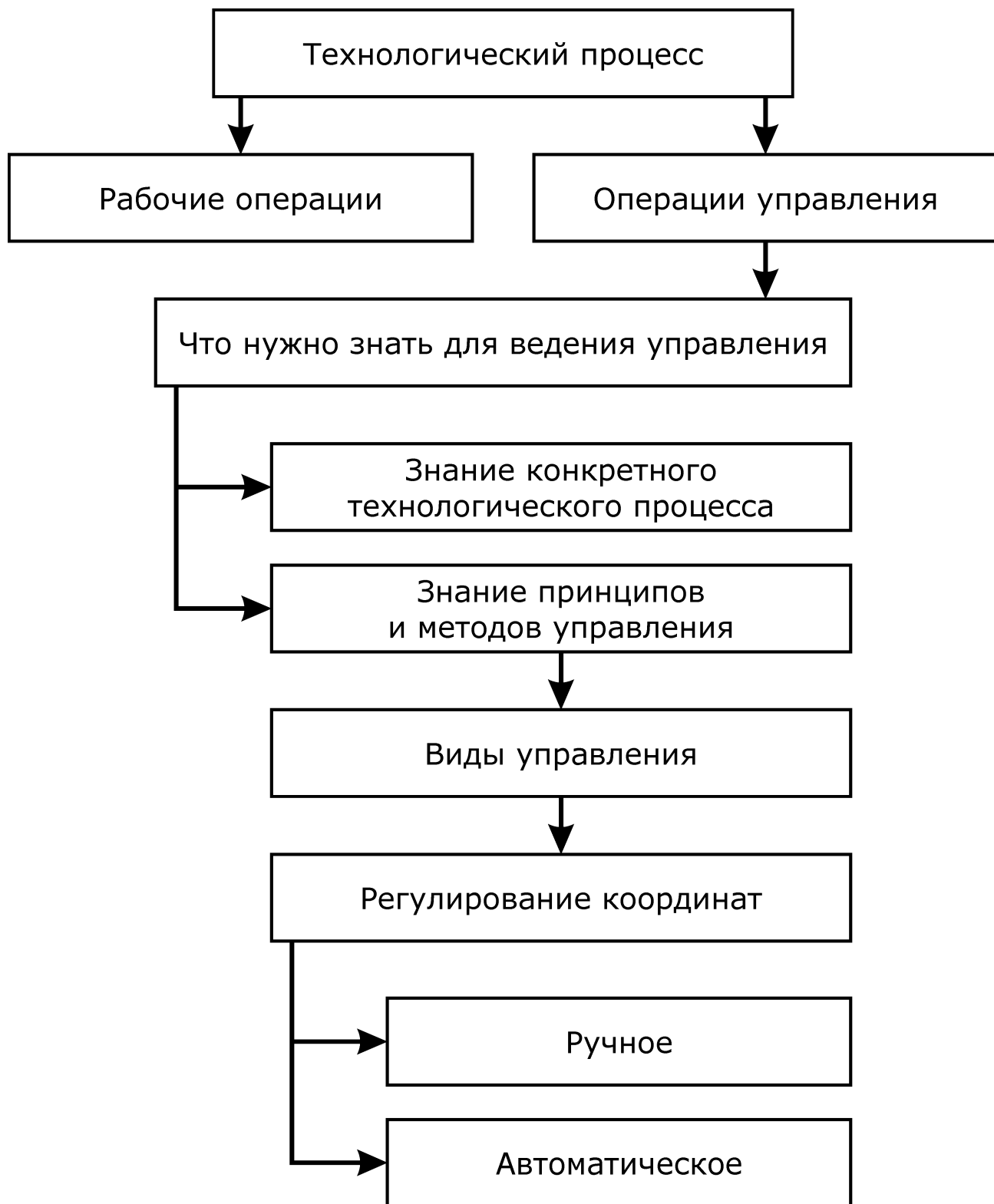


Рис. 1.1. Виды операций, сопутствующих технологическому процессу

1.2. Объект регулирования

Важнейшими понятиями теории автоматического регулирования являются объект регулирования, управляющее устройство (или регулятор), управляющие и возмущающие воздействия.

Управляемую систему в процессе ее создания бывает удобно представить двумя блоками: **управляемым объектом** и

управляющим устройством. К управляемому объекту обычно относят технологическое и электрическое оборудование, непосредственно выполняющее технологический процесс. Как правило, это – силовое (то есть относительно мощное) оборудование, следовательно, и более дорогое, изменить которое можно только путем его замены, что неудобно и часто невыгодно. Поэтому часто управляемый объект называют “неизменяемой частью системы”.

Состояние управляемого объекта (объекта регулирования) может быть представлено системой дифференциальных уравнений, которые описывают его физическую природу и образуют математическую модель объекта. В других случаях его свойства описываются статическими и динамическими характеристиками или иным способом. В общем виде объект регулирования ОР можно представить схемой (рис. 1.2 а), на которой указаны: регулируемые переменные (выходные координаты) $y_1 \dots y_n$, возмущающие воздействия (возмущения) $z_1 \dots z_k$, управляющие (входные) воздействия $x_1 \dots x_m$, а также промежуточные (внутренние) координаты $u_1 \dots u_r$.

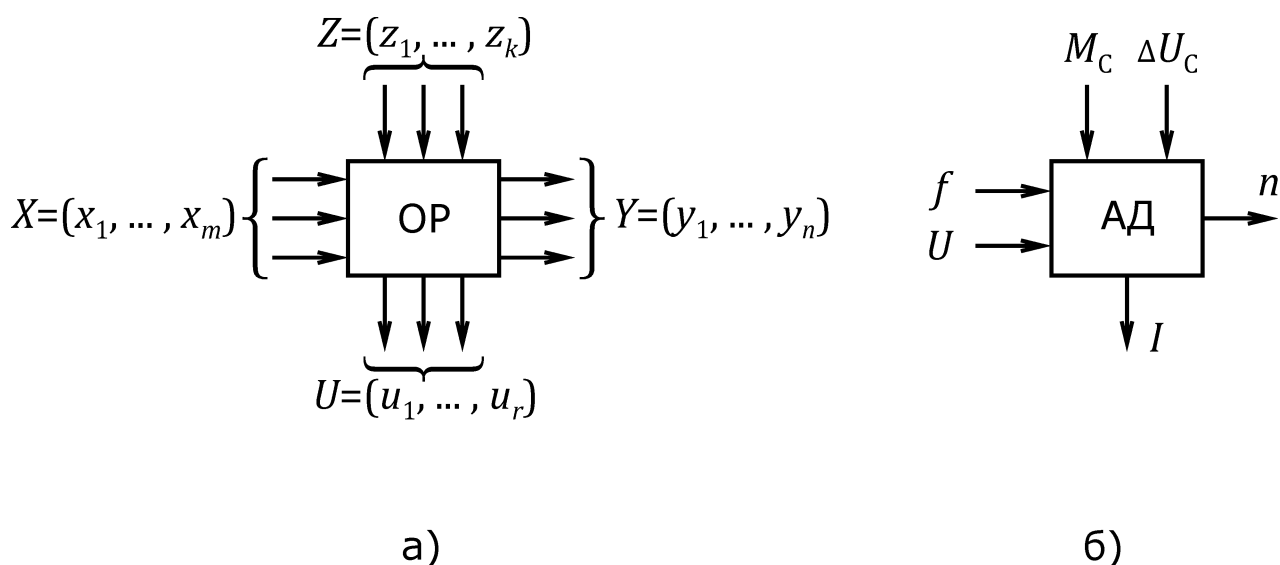


Рис. 1.2. Структурная схема объекта регулирования:
а) общий случай; б) пример асинхронного двигателя

Регулируемые переменные характеризуют работу объекта регулирования, определяются видом конкретного рабочего механизма и реализуются технологическим процессом. Управляющие воздействия контролируются в ходе процесса, организуются преднамеренно и подаются на вход объекта регулирования. С их помощью выходные координаты изменяют так, как надо направить конкретный технологический процесс. Те внешние воздействия, которых “не ждали” и которые в большинстве случаев

вызывают отклонение выходных переменных от заданных (желаемых) значений, получили название возмущений. Наконец, некоторые из переменных, описывающих состояние объекта регулирования, прямо не влияют на ход технологического процесса, реализуемого рабочей машиной, но важны с точки зрения нормального функционирования объекта регулирования. Это – внутренние координаты.

Пример 1.1. Рассмотрим в качестве объекта регулирования асинхронный двигатель АД, приводящий в движение центробежный водяной насос (см. рис. 1.2 б). В качестве регулируемой координаты выберем угловую скорость n вращения вала АД, так как, изменяя её величину, можно регулировать давление в трубопроводе и объем подаваемой воды, то есть обеспечивать функционирование рабочего механизма. Чтобы изменять скорость вала, выберем в качестве управляющего воздействия f – частоту напряжения на статоре. Однако желание, например, снизить угловую скорость двигателя воздействием только на частоту при неизменной величине напряжения на статоре приведет к насыщению магнитной системы АД и, как следствие, – к недопустимо большому току намагничивания, перегреву изоляции и даже выходу двигателя из строя. По этой причине в регулируемых по скорости асинхронных электроприводах в качестве управляющих воздействий выбирают и частоту f и величину U напряжения на статоре.

В качестве возмущающих воздействий обычно принимают изменение момента статической нагрузки M_c и колебания напряжения ΔU_c питающей сети, которые вызывают нежелательные отклонения скорости от заданного значения.

В некоторых случаях есть опасность появления значительных перегрузок электропривода. Тогда полезно следить за величиной тока статора I , которую удобно представить промежуточной регулируемой переменной.

1.3. Основные принципы регулирования

В настоящее время в технике известны и применяются три фундаментальных принципа регулирования: регулирование по разомкнутому принципу, регулирование по возмущению (компенсация возмущения), регулирование по отклонению (замкнутые системы).

Разомкнутый принцип регулирования заключается в том, что алгоритм управления вырабатывается только на основе принятого алгоритма функционирования объекта регулирования и никак не контролируется ни внешними возмущениями Z , ни величиной выходной координаты $y(t)$. Например, необходимо обеспечить поддержание во времени выходной величины $y(t)$ в соответствии с законом изменения, диктуемым величиной задания $x_0(t)$. Для этого (рис. 1.3 а) на вход объекта регулирования ОР подключают управляющее устройство (регулятор) P , а на его вход воздействуют величиной $x_0(t)$. Структурная схема имеет вид разомкнутой цепочки, отсюда – и название принципа. Как

следует из схемы, ни возмущение Z , ни выходная величина $y(t)$ никак не воздействуют на величину управляющего сигнала $x_0(t)$. По этой причине любые отклонения величины $y(t)$ от предполагаемого закона изменения, заложенного в алгоритм функционирования системы, этой системой не устраняются. Точность регулирования в разомкнутых системах (близость $y(t)$ и $x_0(t)$ в процессе регулирования) обеспечивается только стабильностью характеристик звеньев, образующих объект регулирования и управляющее устройство.

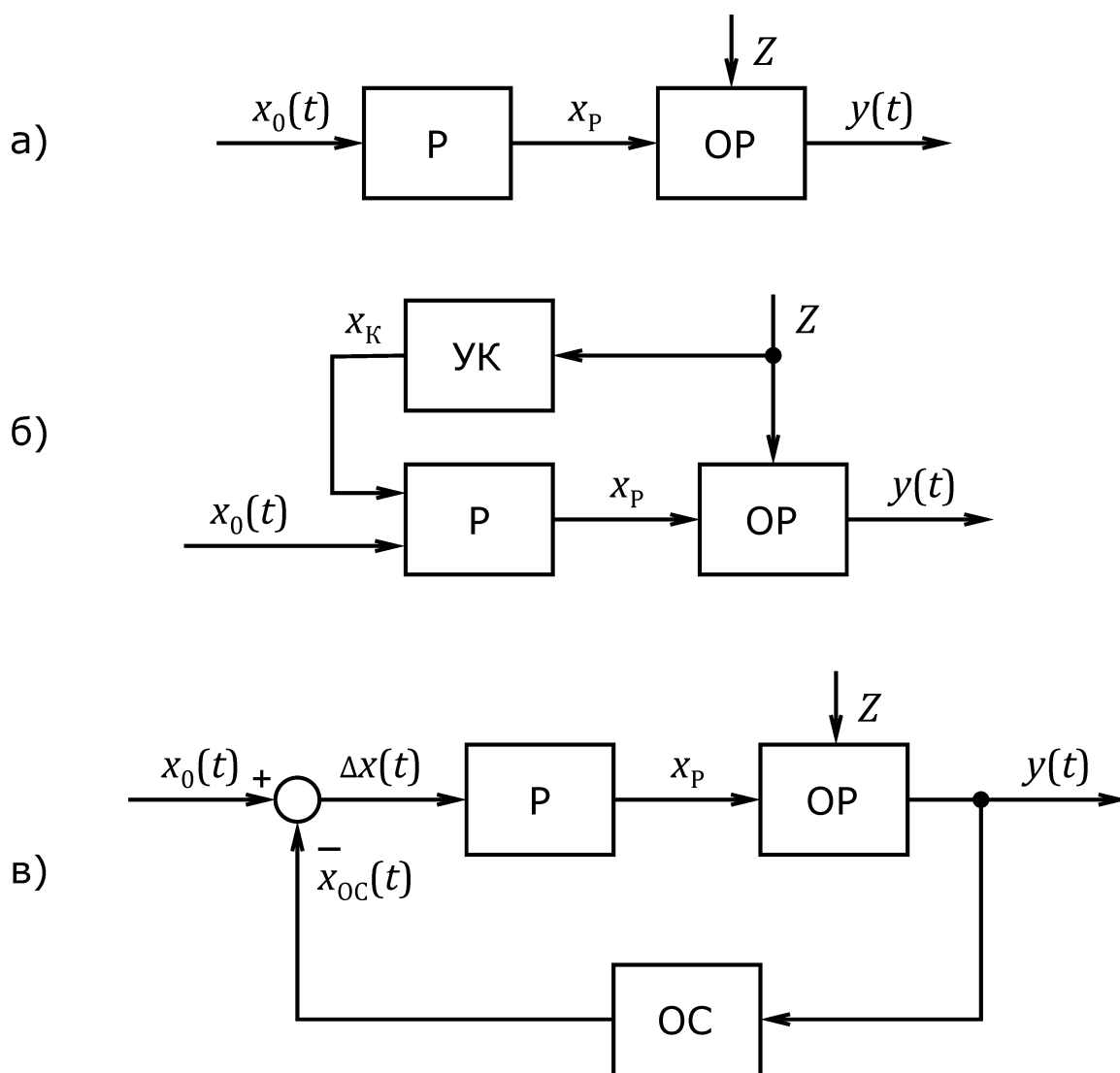


Рис. 1.3. Основные принципы регулирования:
 а) разомкнутая система; б) регулирование по возмущению;
 в) регулирование по отклонению (замкнутая система)

Регулирование по возмущению (компенсацию возмущения) применяют, когда возмущения Z , которые вызывают существенное отклонение регулируемой величины $y(t)$ от заданного значения $x_0(t)$, удастся измерить, после чего по результатам этих измерений так скорректировать алгоритм управления объ-

ектом регулирования ОР, чтобы ошибка регулирования стала минимальной.

С этой целью, кроме естественно существующего канала передачи возмущения Z и обусловленного самой физикой работы ОР (показан на рис. 1.3 б вертикальной стрелкой), организуется дополнительный искусственный канал передачи компенсирующего сигнала x_k , воздействующий через измерительное устройство (узел компенсации УК) так, чтобы действие x_k было равнопротивоположным действию возмущения Z .

В простейшем случае, когда статические характеристики ОР линейны и могут быть в установившемся режиме записаны в виде линейных уравнений, результирующее отклонение приращения выходной величины

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2 = -k_Z \Delta Z + k_{УК} k_P k_X \Delta Z,$$

где Δy_1 и Δy_2 – приращения выходной величины, вызванные приложением возмущения ΔZ и компенсирующего сигнала x_K ; k_Z и k_X – коэффициенты усиления объекта регулирования ОР по каналам передачи сигналов Z и X ; $k_{УК}$ и k_P – коэффициенты усиления звеньев УК и Р.

Если выбрать

$$k_Z = k_{УК} k_P k_X,$$

то

$$\Delta y = 0,$$

то есть достигается полная компенсация возмущения Z (в нашем случае – только в статических режимах).

Рассмотренный способ позволяет устранить ошибку регулирования, вызванную только измеренным возмущением. Другие неучтенные воздействия при этом не ослабляются. Способ имеет достаточно высокое быстродействие. Эффективно применяется в тех случаях, когда измерение возмущения возможно стандартными устройствами и не представляет больших технических трудностей.

Регулирование по отклонению является наиболее универсальным способом регулирования. Идея его поясняется схемой (см. рис. 1.3 в), где сигнал x_P управляющего устройства (регулятора) Р формируется в функции разницы (ошибки)

$$\Delta x(t) = x_0(t) - x_{0c}(t)$$

между заданным (желаемым) значением $x_0(t)$ и $x_{0c}(t)$ – измеренным значением регулируемой (выходной) величины $y(t)$.

Схема имеет вид замкнутого контура, в котором распространение (передача) воздействий происходит строго в одном направлении, указанном стрелками. Выражение для $\Delta x(t)$ в литературе называют также **уравнением замыкания системы**, а канал ОС, который осуществляет измерение выходной координаты $y(t)$ и подачу измеренного значения $x_{0c}(t)$ на вход управляющего устройства P , – каналом **обратной связи**.

1.4. Преимущества замкнутой системы

Широкому и эффективному применению замкнутых систем регулирования способствовали их принципиальные преимущества, позволяющие добиться высокой точности воспроизведения управляющего воздействия. Рассмотрим основные из них, выполнив сравнение разомкнутой и замкнутой (с обратной связью) систем регулирования по тому, как ослабляется влияние нестационарности объекта регулирования, подавляются возмущения и, наконец, по быстродействию процессов регулирования в системе.

Ослабление влияния неустойчивости характеристик звеньев объекта регулирования. В линейных звеньях связь между входной и выходной переменными обычно характеризуется величиной **коэффициента усиления звена**, который определяется как отношение приращений выходной переменной к входной, взятых в соответствии со статической характеристикой этого звена:

$$k = \frac{dx_{\text{ВЫХ}}}{dx_{\text{ВХ}}}.$$

В идеальном линейном звене $k = \text{const}$, однако в реальной жизни это соблюдается далеко не всегда. По этой причине в разомкнутой системе очень трудно и дорого обеспечить идеальное соотношение между задающим сигналом x_0 и выходной (регулируемой) переменной y (рис. 1.4 а). Этому препятствует, прежде всего, изменение внутренних свойств самого объекта регулирования. Например, если в генераторе постоянного тока за управляющее воздействие брать напряжение на его обмотке возбуждения, а за регулируемую величину – ЭДС генератора, то стабильной и строго пропорциональной зависимости между ними даже в установившихся режимах добиться не удастся. Здесь сказываются такие обстоятельства, как нелинейность кривой намагничивания генератора, наличие гистерезиса в

магнитной цепи, изменение активного сопротивления цепи возбуждения генератора из-за нагрева обмотки. Нестационарность статических характеристик наблюдается и в вентильных преобразователях.

Если коэффициент усиления объекта регулирования ОР оказался нестабильным и величина его изменилась на какую-то величину, то прежнее приращение управляющего сигнала Δx_0 будет вызывать другое приращение регулируемой величины Δy . А так как это неучтенное приращение Δy в разомкнутой системе никак не корректируется величиной входного сигнала, то ошибка полностью сохранится.

По-иному работает замкнутая система (см. рис. 1.4 б). В ней задающий сигнал x_0 сравнивается в управляющем устройстве с x_{OC} – показанием датчика обратной связи ОС, статическая характеристика которого отличается высокой стабильностью. Управляющее устройство Р воздействует на объект регулирования ОР в функции разницы $\Delta x = x_0 - x_{OC}$. Если в силу каких-либо причин (нестабильности параметров звеньев, действия возмущений) выходная величина y отклонилась от заданного значения, то по цепи обратной связи ОС управляющее устройство Р получает сообщение о фактическом изменившемся значении регулируемой переменной y и образует новое значение управления, учитывающее действительное значение регулируемой величины.

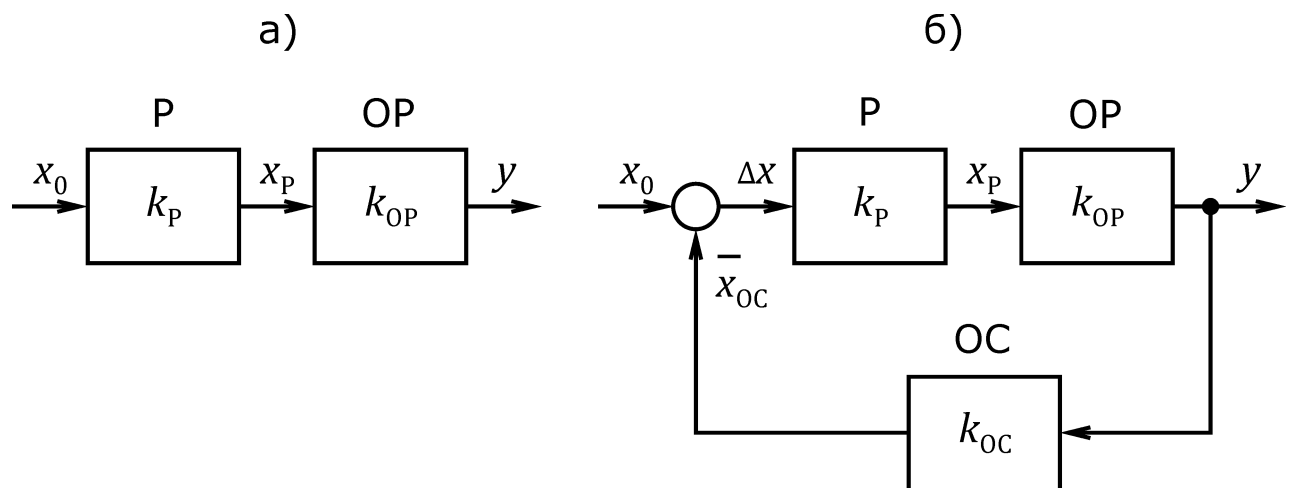


Рис. 1.4. Структурные схемы разомкнутой (а) и замкнутой (б) системы регулирования

Если статические характеристики звеньев, образующих замкнутую систему, линейны, то зависимость регулируемой переменной y от входного воздействия x_0 может быть получена, если записать систему уравнений:

звеньев Р и ОР, образующих прямой канал системы регулирования:

$$y = k_P k_{OP} \Delta x;$$

звена ОС, образующего канал обратной связи:

$$x_{OC} = k_{OC} y;$$

наконец, баланса сигналов на входе замкнутой системы (уравнения замыкания системы):

$$\Delta x = x_0 - x_{OC}.$$

Совместное решение этих уравнений приводит к соотношению:

$$y = x_0 \frac{k_P k_{OP}}{(1 + k_P k_{OP} k_{OC})}.$$

В приведенных соотношениях k_P , k_{OP} , k_{OC} – коэффициенты усиления управляющего устройства (регулятора) Р, объекта регулирования ОР и звена обратной связи ОС.

Если в замкнутой системе увеличением коэффициента усиления управляющего устройства Р добиться

$$k_0 = k_P k_{OP} k_{OC} \gg 1,$$

то

$$y \approx \frac{x_0}{k_{OC}},$$

то есть при большом k_0 характер изменения выходной переменной определяется лишь параметрами звена ОС, а изменение характеристик звеньев прямого канала практически не ощущается.

Звенья ОС выполняются с высокой степенью линейности и стабильности их характеристик, поэтому замкнутая система по сравнению с разомкнутой имеет более стабильные характеристики.

Коэффициент

$$k_0 = k_P k_{OP} k_{OC}$$

называют **коэффициентом усиления разомкнутой цепи** системы регулирования. Это – важное понятие в теории автоматического регулирования. Мы будем часто пользоваться этим понятием в дальнейшем изучении курса.

Пример 1.2. Сопоставить величины погрешностей в поддержании выходной переменной y в разомкнутой и замкнутой системах, вызванные нестабильностью коэффициента усиления объекта регулирования ОР (см. рис. 1.4).

В разомкнутой системе регулирования (см. рис. 1.4 а) в исходном режиме при $k_P = 1$ и $k_{OP} = 1$ между входной и выходной переменными поддерживалось соотношение:

$$y = k_P k_{OP} x_0 = x_0.$$

В силу каких-то причин коэффициент усиления звена ОР уменьшился в 2 раза, тогда соотношение между входной и выходной переменными будет:

$$y = k_P k_{OP} x_0 = 0,5x_0.$$

При $x_0 = 1$ отклонение выходной переменной y от прежнего значения составит $\Delta y = 0,5$, то есть 50% от прежнего значения.

Теперь перейдем к замкнутой системе (см. рис. 1.4 б), в которой положим $k_0 = 10$ при $k_P = 10$, $k_{OP} = 1$ и $k_{OC} = 1$. Тогда в исходном случае

$$y = \frac{k_P k_{OP} x_0}{(1 + k_P k_{OP} k_{OC})} = \frac{10 \cdot 1 \cdot x_0}{(1 + 10 \cdot 1 \cdot 1)} \approx 0,9x_0.$$

Если в силу каких-либо причин коэффициент усиления звена ОР уменьшится в 2 раза (то есть будет $k_{OP} = 0,5$), то новое значение выходной переменной при изменившихся параметрах звеньев

$$y = \frac{k_P k_{OP} x_0}{(1 + k_P k_{OP} k_{OC})} = \frac{10 \cdot 0,5 \cdot x_0}{(1 + 10 \cdot 0,5 \cdot 1)} \approx 0,84x_0.$$

При $x_0 = 1$ разница между исходным и изменившимся значениями выходной переменной составит $\Delta y = 0,9 - 0,84 \approx 0,06$, то есть около 6%. Другими словами, даже при сравнительно невысоких значениях коэффициента усиления k_0 в замкнутой системе значительно (с 50% до 6%) снижается погрешность, обусловленная нестабильностью характеристик её звеньев.

Итак, даже при наличии в системе элементов, характеристики которых подвержены значительным изменениям в условиях эксплуатации, можно добиться высокой точности работы от замкнутой системы регулирования.

Одновременно с увеличением стабильности в той же степени в замкнутой системе регулирования достигается и **линейность характеристик** всей системы. Сказанное иллюстрирует следующий пример.

Пример 1.3. В идеальной системе достигается абсолютно точное воспроизведение выходной переменной сигнала задания, то есть $y = x_0$ (кривая 1 на рис. 1.5). В разомкнутой же системе регулирования (см. рис. 1.4 а) звено Р имеет линейную характеристику $x_P = x_0$, а звено ОР является нелинейным и описывается уравнением $y = x_P^2$. Результирующая характеристика разомкнутой системы иллюстрируется кривой 2 на рис. 1.5. Применим замкнутую систему регулирования (см. рис. 1.4 б), в которой нелинейное звено ОР в пря-

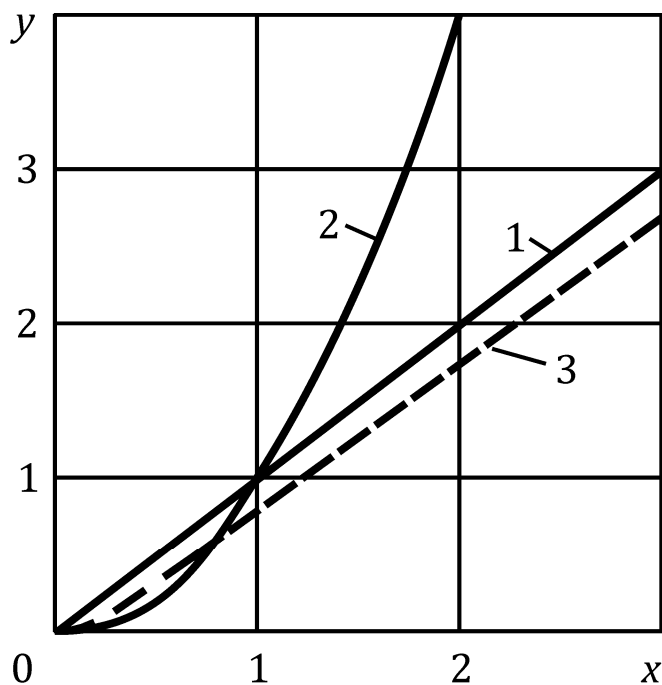


Рис. 1.5. Пример статических характеристик в идеальной (1), разомкнутой (2) и замкнутой (3) системах регулирования

мом канале регулирования имеет прежнюю статическую характеристику $y = x_p^2$, а линейные звенья Р и ОС имеют коэффициенты усиления $k_p = 10$ и $k_{OC} = 1$. Статическая характеристика замкнутой системы регулирования даже при сравнительно небольшом значении коэффициента усиления $k_p = 10$ (кривая 3 на рис. 1.5) существенно ближе к идеальной по сравнению с исходной кривой 2.

•• Обращаем внимание читателя, что наличие нелинейности в характеристике звена обратной связи ОС замкнутой системы регулирования (см. рис. 1.4 б) вызвало бы нелинейность характеристики всей системы. В качестве примера предлагаем построить статическую характеристику системы, в которой координаты звеньев описываются уравнениями: в звене Р $x_p = k_p \cdot \Delta x$; в звене ОР $y = k_{OP} x_p$ и в звене ОС $x_p = y^2$.

Подавление возмущений. В простейшей разомкнутой линейной системе регулирования отклонение Δy_1 регулируемой величины от заданного значения, вызванное приложением возмущения Z ,

$$\Delta y_1 = k_Z \cdot \Delta Z,$$

где k_Z – коэффициент передачи системы по каналу “возмущение Z – выходная переменная y ”. Попытка в рамках разомкнутой системы снизить Δy_1 , уменьшив k_Z , как правило, связана со значительными затратами, так как требует изменения конструкции ОР, а иногда даже и принципа действия.

В замкнутой системе величина ошибки, вызванной тем же возмущением,

$$\Delta y_2 = \frac{k_Z \cdot \Delta Z}{1 + k_0} = \frac{\Delta y_1}{1 + k_0},$$

то есть снижается тем значительнее, чем выше коэффициент усиления k_0 разомкнутой цепи системы регулирования.

Пример 1.4. Двигатель постоянного тока независимого возбуждения подключен на выход управляемого преобразователя и имеет следующие номинальные данные и параметры: номинальное напряжение на якоре $U_H = 100$ В; номинальный ток якоря $I_H = 100$ А; скорость идеального холостого хода $n_0 = 100$ рад/с; номинальный электромагнитный момент $M_H = 100$ Нм; актив-

ное сопротивление силовой (якорной) цепи “преобразователь – двигатель” $R_{\text{я}} = 0,1 \text{ Ом}$; конструктивная постоянная двигателя

$$C_E \Phi = \frac{\Delta E_{\text{ДВ}}}{\Delta n} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$$

В разомкнутой системе выставлена ЭДС холостого хода преобразователя $E_0 = 100 \text{ В}$. Определить снижение (ошибку) скорости двигателя при изменении нагрузки на валу двигателя от нуля (режим идеального холостого хода) до номинального значения.

Уравнение электрического равновесия в цепи якоря двигателя (закон Кирхгофа):

$$E_0 = E_{\text{ДВ}} + I_{\text{я}} R_{\text{я}}$$

При номинальном токе якоря падение напряжения в силовой цепи

$$\Delta U_{\text{я}} = I_{\text{я}} R_{\text{я}} = 100 \cdot 0,1 = 10 \text{ В}$$

Таким же будет при $E_0 = \text{const}$ и снижение ЭДС двигателя $\Delta E_{\text{ДВ}}$, чему соответствует изменение скорости в установившемся режиме

$$\Delta n_{\text{РАЗ}} = \frac{\Delta E_{\text{ДВ}}}{C_E \Phi} = 10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Предположим теперь, что двигатель работает в замкнутой системе регулирования скорости (см. рис. 1.4 б). При этом выбраны следующие параметры звеньев: коэффициент усиления преобразователя (звено Р) $k_{\text{П}} = k_{\text{Р}} = 10 \text{ В/В}$, коэффициент усиления двигателя по каналу “изменение напряжения на якоре – изменение скорости” (звено ОР) $k_{\text{ДВ}} = k_{\text{ОР}} = 1/(C_E \Phi) = 1 \text{ рад/(Вс)}$, коэффициент усиления датчика скорости в канале обратной связи по скорости $k_{\text{ОС}} = 1 (\text{В} \cdot \text{с})/\text{рад}$. Считаем, что изменением сигнала $U_{\text{ВХ}}$ выставлена прежняя скорость идеального холостого хода двигателя $n_0 = 100 \text{ рад/с}$.

Определим статическое падение (снижение) скорости двигателя в замкнутой системе при переходе от режима идеального холостого хода к номинальной нагрузке:

$$\Delta n_{\text{ЗМК}} = \frac{\Delta n_{\text{РАЗ}}}{1 + k_0} = \frac{10}{1 + 10} \approx 0,9 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Здесь $k_0 = k_{\text{П}} k_{\text{ДВ}} k_{\text{ОС}} = 10 \cdot 1 \cdot 1$ – коэффициент усиления разомкнутой цепи системы регулирования скорости.

Итак, даже сравнительно скромное значение коэффициента усиления разомкнутого контура регулирования скорости ($k_0 = 10$) вызывает весьма заметное (примерно в 10 раз) снижение ошибки по скорости. Физика снижения ошибки по скорости в замкнутой системе регулирования скорости по сравнению с разомкнутой заключается в том, что любое снижение скорости вызывает уменьшение сигнала обратной связи $x_{\text{ОС}}$, вследствие чего возрастает разность Δx на входе регулятора Р, что приводит к увеличению ЭДС преобразователя и частичному восстановлению скорости, чего не наблюдается в разомкнутой системе.

•• Зная параметры звеньев, рассчитайте величину приращения ЭДС преобразователя по сравнению с режимом идеального холостого хода, когда момент статической нагрузки на валу двигателя изменился от нуля до номинального значения.

Повышение быстродействия процессов регулирования. Изменение состояния звеньев, входящих в объект регулирования, сопровождается и изменением количества энергии (механической, электромагнитной или др.), запасенной в них. А так как эти процессы не протекают мгновенно, то и процессы регулирования выходной величины y протекают всегда с некоторым отставанием во времени от изменения входного сигнала x_0 . Очевидно, что это отставание во времени зависит, с одной стороны, от инерционности объекта регулирования ОР, а с другой – от избытка, а следовательно, и мощности сигнала, подаваемого на вход ОР.

Повысить быстродействие системы путем выбора звеньев с минимально возможной инерционностью, как правило, не удастся, так как в необходимых случаях эту задачу опытный конструктор решает заранее на этапе выбора силового оборудования. Остается надеяться лишь на возможности системы регулирования.

В разомкнутой системе сигнал x_0 во времени не корректируется в зависимости от y , поэтому его величина выбирается лишь в соответствии с установившимися значениями y . Но в замкнутой системе (см. рис. 1.4 б) процессы протекают иначе. Когда в процессе работы изменяется величина x_0 , то в силу инерционности звеньев, входящих в ОР, выходная величина y изменяется не сразу, поэтому на начальном этапе переходного процесса величина сигнала обратной связи x_{0c} также почти не изменяется, в результате ошибка регулирования Δx на входе регулятора Р резко увеличивается, что создает **форсировку** (избыток) управляющего сигнала, воздействующего на ОР. Так как в реальных замкнутых системах регулирования в установившихся режимах величина Δx очень невелика и тем меньше, чем выше k_0 , то относительное значение форсировки получается весьма значительным, хотя абсолютное значение Δx и не выходит за пределы допуска, задаваемого техническими условиями на проектирование системы управления.

В результате в замкнутой системе регулируемая величина y ранее, чем в разомкнутой, принимает нужное значение, задаваемое входным сигналом x_0 .

Основная задача теории автоматического регулирования. Рассмотренные нами примеры показывают, что в замкну-

той системе регулирования благодаря обратной связи можно достичь существенно лучших показателей, чем в разомкнутой, если увеличивать k_0 . Однако, как показала практика, если система содержит несколько инерционных звеньев, то попытка повысить ее быстродействие и точность, увеличивая коэффициент усиления управляющего устройства, приводит к возникновению незатухающих колебаний. Таким образом, требования устойчивости и точности взаимно противоречивы. Поиск решений, обеспечивающих разумный компромисс между требованиями точности и условиями устойчивости, и составляет существо курса теории автоматического регулирования.

1.5. Выводы

Чтобы добиться требуемого качества ведения технологического процесса, им нужно **управлять**, то есть совершать ряд целенаправленных действий, чтобы поддержать или улучшить функционирование технологического объекта. **Регулирование** – это частный случай управления, обеспечивающий поддержание или изменение по заданному закону некоторой заданной величины, характеризующей технологический процесс.

В технических системах применяют регулирование по **разомкнутому принципу**, по **возмущению** или по **отклонению** (замкнутые системы). Универсальными возможностями обладает последний принцип, позволяя добиться высокой стабильности и линейности характеристик системы регулирования, ослабляя влияние возмущений и повышая быстродействие системы регулирования.

В основе функционирования любой замкнутой системы лежит взаимодействие сигналов задания и обратной связи на входе регулятора, которое количественно характеризуется **уравнением замыкания** $\Delta x = x_0 - x_{OC}$. В высокоточных системах величина Δx очень мала, поэтому даже незначительное отклонение выходной величины от заданного значения вызывает относительно большое изменение Δx , что приводит к **форсировке** сигнала на входе регулятора и интенсифицирует процесс устранения ошибки регулирования.

Достоинства замкнутых систем проявляются ярче при больших значениях коэффициента усиления разомкнутой цепи звеньев, образующих замкнутую систему. Однако в этом случае встает **проблема устойчивости** замкнутой системы.

Поиск разумного компромисса между требованиями точности регулирования и устойчивостью системы составляет основу содержания курса теории автоматического регулирования.

1.6. Контрольные вопросы

1. Дайте характеристику понятиям “управление” и “регулирование”.
2. Что такое объект регулирования и какие переменные характеризуют его состояние?
3. Назовите основные принципы регулирования и дайте их сравнительную оценку.
4. Поясните механизм взаимодействия звеньев в замкнутой системе регулирования в процессе ослабления влияния возмущений.
5. Дайте физическое объяснение тому факту, что в замкнутой системе процессы регулирования протекают интенсивнее, чем в разомкнутой.

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ

2.1. Уравнения звеньев. Линеаризация

Наиболее распространенной формой описания передаточных свойств систем регулирования и их звеньев являются обыкновенные дифференциальные уравнения. Они – математическое выражение физических процессов в элементе и указывают, как формируется выходной сигнал элемента при воздействии на него входного сигнала.

При составлении уравнений неизбежна идеализация изучаемых процессов. Идеализированная картина учитывает только основные, существенные явления и связи. Но что относить при этом к несущественным связям, решают квалификация и опыт инженера.

Как правило, на начальном этапе составления дифференциальных уравнений удастся выделить звенья, которые описываются только алгебраическими и дифференциальными уравнениями не выше первого порядка. На этом же этапе производится линеаризация уравнений – замена исходных нелинейных уравнений линейными, приближенно описывающими процессы в системе регулирования. Линеаризация допустима не всегда, а только в тех случаях, когда функция, описывающая процессы в изучаемом звене, обладает непрерывной производной (то есть ее график не содержит изломов или разрывов). Кроме того, процессы рассматриваются “в малом”, когда истинная регулируемая величина звена несущественно отличается от расчетной, получаемой на линейной модели.

Линеаризацию удобнее производить по звеньям. Допустим, что в звене A выходная величина y является нелинейной функцией одной входной величины x (рис. 2.1 а). При $x = x_0$ имеем $y = y_0$. Пусть входная величина x получила относительно начального значения x_0 приращение Δx , так что $x = x_0 + \Delta x$. Тогда приращение выходной величины

$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0).$$

Дифференциал функции y , определяемый как главная часть ее приращения, при данном значении независимой переменной x равен значению производной при этом значении, умноженному на дифференциал независимой переменной:

$$dy = y'(x)dx.$$

Тогда для малых Δx

$$\Delta y = dy + \delta y \approx dy = y'(x) \cdot \Delta x.$$

Здесь δy – малая величина более высокого порядка, чем Δy , и которая обычно отбрасывается. В случае необходимости величину погрешности δy можно оценить, разложив функцию $y(x)$ в ряд Тэйлора в окрестности точки x_0 .

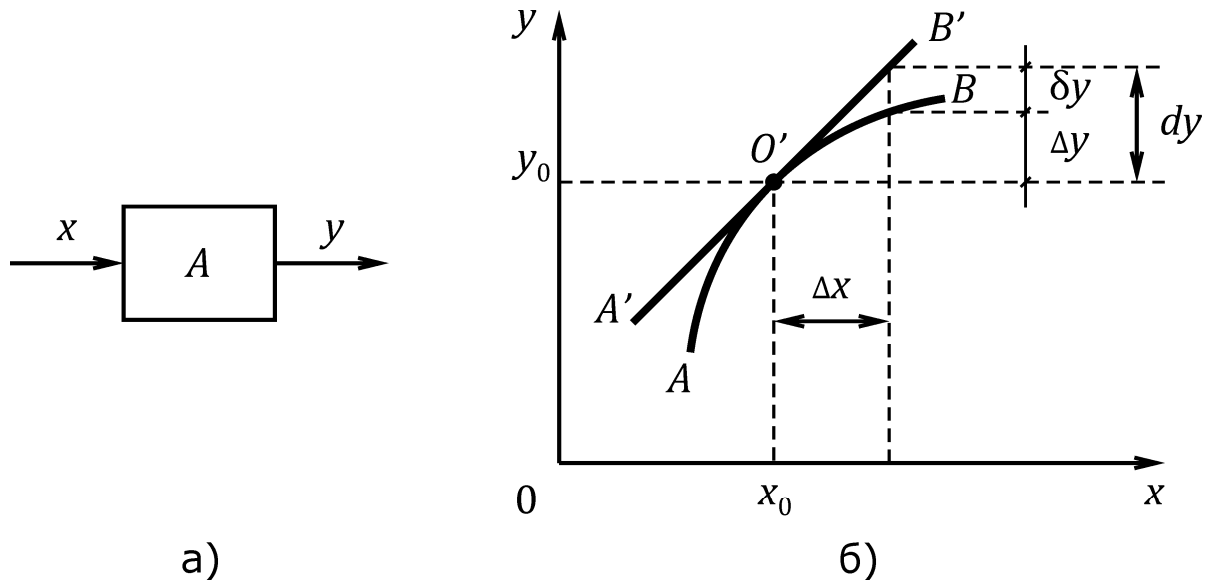


Рис. 2.1. Нелинейное звено (а) и его статические характеристики (б):
 АВ – исходная, А'В' – линейризованная

Замена точного значения приращения функции её дифференциалом в окрестности x_0 принято называть **линеаризацией** зависимости $y = y(x)$. Геометрически линеаризация нелинейной зависимости между переменными x и y (см. рис. 2.1 б) означает замену исходной кривой AB отрезком её касательной $A'B'$ в точке O' , соответствующей заданному режиму, и параллельному переносу начала координат в эту точку.

В тех случаях, когда выходная величина является функцией нескольких переменных, линеаризация производится в соответствии с определением полного дифференциала функции нескольких переменных как суммы её частных дифференциалов. Например, если выходная величина y есть функция двух переменных x и U , то ее приращение

$$\Delta y \approx dy = \frac{\partial y}{\partial x} dx + \frac{\partial y}{\partial U} dU,$$

где $\partial y / \partial x$ и $\partial y / \partial U$ – частные производные функции y по входным переменным x и U .

Пример 2.1. Нелинейное статическое звено описывается уравнением $y = x^2$. Выполните линеаризацию характеристики этого звена вблизи точки $x = x_0, y = y(x_0)$.

Имеем:

$$\Delta y \approx dy = y'(x)\Delta x = 2x \cdot \Delta x.$$

При $x = x_0$ получим

$$\Delta y \approx 2x_0\Delta x.$$

Видим, что коэффициент усиления линеаризованного звена зависит от величины входного сигнала x . В частности, при $x = 0$ он равен нулю.

Пример 2.2. В электродвигателе постоянного тока величина ЭДС, наводимой в обмотке якоря,

$$E_D = C_E \Phi n,$$

где Φ – магнитный поток двигателя, C_E – конструктивная постоянная двигателя, n – угловая скорость вращения вала двигателя.

Когда изменяется скорость n и регулируется его магнитный поток Φ , зависимость ЭДС от этих величин оказывается нелинейной.

Выполним линеаризацию вблизи $\Phi = \Phi_0$ и $n = n_0$. Рассматривая процессы “в малом”, получим

$$\Delta E_D \approx dE_D = \frac{\partial E_D}{\partial n} \Delta n + \frac{\partial E_D}{\partial (C_E \Phi)} (\Delta C_E \Phi).$$

Взяв частные производные от E_D по n и $C_E \Phi$, получим:

$$\Delta E_D \approx C_E \Phi_0 \cdot \Delta n + n_0 \cdot \Delta C_E \Phi.$$

Если изменения магнитного потока Φ и скорости n рассматривать как входные воздействия с целью изменения ЭДС E_D , то коэффициенты передачи этих воздействий оказываются переменными. Когда Φ_0 мало, то изменение скорости Δn слабо влияет на величину изменения E_D , а при малом n_0 воздействие на магнитный поток слабо отражается на величине ЭДС двигателя.

2.2. Стандартная форма записи дифференциальных уравнений. Передаточные функции систем регулирования

Процессы в линейных системах автоматического регулирования и их элементах обычно описываются дифференциальными уравнениями. При этом члены, содержащие выходную величину y и её производные, записываются в левой части уравнения, а воздействия x и f и их производные – в правой:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + \dots + b_m x + cf. \quad (2.1)$$

Здесь a_0, \dots, a_n и b_0, \dots, b_m – коэффициенты (параметры) уравнения. В большом числе случаев их можно принять постоянными. В тех случаях, когда они изменяются во времени, а скорость этого изменения соизмерима со скоростью процессов управления в системе, то эту систему принято называть нестационарной, или системой с переменными параметрами.

Уравнение (2.1) системы регулирования удобно представить в символической (операторной) форме, заменив символ дифференцирования оператором p :

$$\frac{d}{dt} = p,$$

тогда

$$(a_0 p^n + \dots + a_{n-1} p + a_n) y = (b_0 p^m + \dots + b_m) x + c f. \quad (2.2)$$

Разделив все члены полученного уравнения на коэффициент a_n при выходной переменной y , получим стандартную форму дифференциального уравнения системы регулирования:

$$(T_n^n p^n + \dots + T_{n-1} p + 1) y = k (T_m^m p^m + \dots + 1) x + c' f. \quad (2.3)$$

Здесь

$$T_n^n = \frac{a_0}{a_n}; T_{n-1} = \frac{a_{n-1}}{a_n}; k = \frac{b_m}{a_n}; T_m^m = \frac{b_0}{a_n}; c' = \frac{c}{a_n}.$$

Многочлен, стоящий в скобках при выходной переменной y , принято называть собственным (характеристическим) оператором, а при входной величине x – входным оператором, или оператором воздействия. Коэффициенты T_i , имеющие размерность времени, называют постоянными времени.

Важной особенностью стандартной формы дифференциального уравнения является то, что размерности при слагаемых, входящих в характеристический оператор, не зависят от физической природы изучаемого объекта: коэффициент при выходной переменной y размерности не имеет и равен единице, а при остальных слагаемых (производных от y) коэффициенты имеют размерность только времени. Это обстоятельство позволяет обнаружить совершенно одинаковые временные закономерности протекания процессов в разных по своей физической природе системах (электрических, механических, тепловых и др.).

Операция замены $d/dt = p$ носит название **алгебраизации** дифференциального уравнения (2.1). В линейных системах с постоянными параметрами звеньев она формально соответствует преобразованию Лапласа, в котором функции $y(t)$, заданной во времени t и называемой оригиналом, ставится в соответствие функция $Y(p)$ комплексной переменной p , определенная интегралом

$$Y(p) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-pt} dt$$

и называемая изображением функции $y(t)$ по Лапласу [6, 17].

Данное обстоятельство дает возможность применить для решения дифференциальных уравнений, описывающих процессы в системах регулирования, методы операционного исчисления, весьма эффективные в курсах математики и ТОЭ.

В этом случае процедура решения дифференциального уравнения (2.1) заменяется решением алгебраического уравнения (2.2) или (2.3), после чего делается переход от изображения к оригиналу функции $y(t)$ с помощью специальных таблиц, имеющих в справочниках по операционному исчислению.

Важной, очень удобной в практических приложениях характеристикой, компактно описывающей динамические свойства звена (или системы), является **передаточная функция** звена (или системы), определяемая как отношение изображений выходной переменной $Y(p)$ ко входной $X(p)$, взятое при нулевых начальных условиях:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

В частности, для системы регулирования, описываемой уравнением (2.3), можно записать выражение для изображения выходной переменной:

$$Y(p) = W_1(p)X(p) + W_2(p)F(p).$$

Здесь

$$W_1(p) = \frac{k(T_m^m p^m + \dots + 1)}{(T_n^n p^n + \dots + T_{n-1} p + 1)}$$

и

$$W_2(p) = \frac{c'}{(T_n^n p^n + \dots + T_{n-1} p + 1)}$$

– передаточные функции системы регулирования по каналам “входной сигнал $X(p)$ – выходная переменная $Y(p)$ ” и “возмущение $F(p)$ – выходная переменная $Y(p)$ ”.

Напомним, что уравнения (2.1) и (2.2) адекватны только при нулевых начальных условиях.

2.3. Типовые входные сигналы и выходные характеристики системы регулирования

Решение дифференциальных уравнений часто является процессом длительным и трудоёмким. Большие трудности анализа связаны также с разнообразием условий работы и конструкций систем регулирования. Поэтому, чтобы удобнее было сравнивать динамические свойства разных вариантов систем регулирования, была разработана совокупность типовых (стандартных) входных сигналов. Типовое воздействие – это искусственное, тестовое воздействие, реакция на которое достаточно полно характеризует динамические свойства реальной системы. Оно выбирается близким к наиболее часто встречающемуся или наиболее неблагоприятному из всех возможных реальных воздействий.

В теории и практике систем автоматического регулирования находят применение: единичный скачок (ступенчатая функция), единичный импульс, гармоническое воздействие, линейная функция.

Ступенчатая функция. Эта функция в момент времени $t = 0$ скачком достигает значения $A = \text{const}$ и далее остается постоянной (рис. 2.2 а, кривая 1). Это значит, что $x_{\text{ВХ}}(t) = 0$ при $t < 0$ и $x_{\text{ВХ}}(t) = A$ при $t \geq 0$. Когда $A = 1$, имеем единичную ступенчатую функцию, которую обозначают

$$x_{\text{ВХ}}(t) = 1(t).$$

Для электрических и электромеханических систем и устройств ступенчатый сигнал означает обычно включение постоянного напряжения на вход системы. Некоторые другие воздействия, например, приложение момента статической нагрузки, колебания напряжения в сети, питающей электропривод, также удобно рассматривать в виде ступенчатой функции. Это – наиболее простой и наглядный случай приложения входного воздействия.

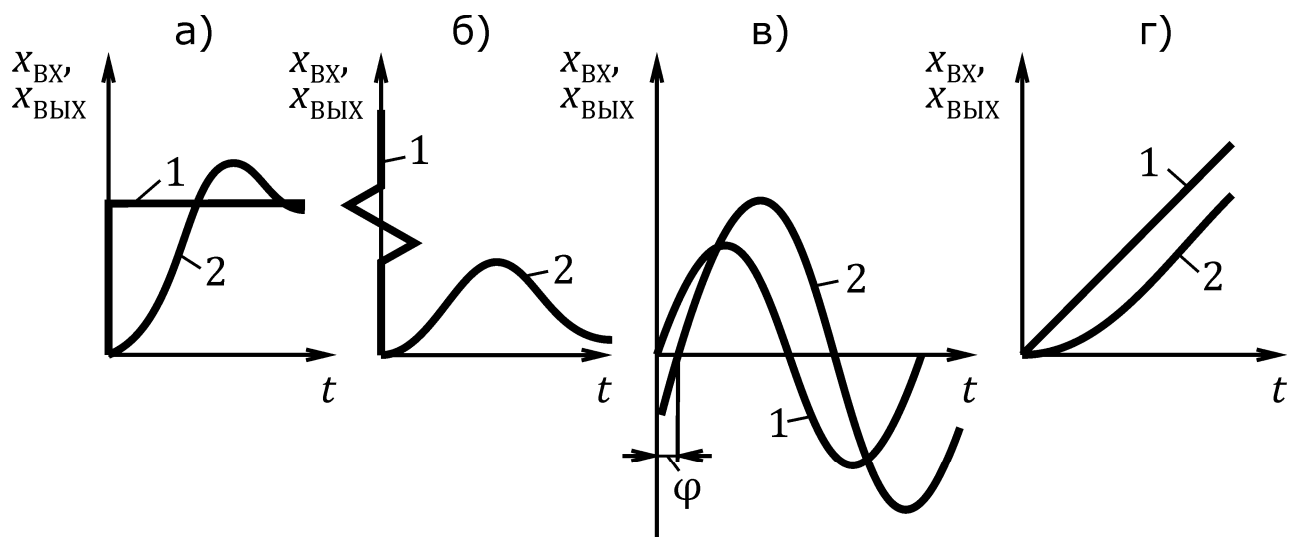


Рис. 2.2. Примеры типовых входных сигналов (кривые 1) и выходных характеристик системы регулирования (кривые 2) при разной форме входного сигнала: а) ступенчатого; б) импульсного; в) гармонического; г) линейного

Ступенчатая функция вызывает переходный процесс на выходе звена или системы, а кривую этого процесса называют **переходной характеристикой** звена или системы регулирования (см. рис. 2.2 а, кривую 2). Итак, переходная функция $h(t)$ звена или системы – это его реакция на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях. Она характеризует переход системы от одного установившегося режима к другому.

Для определения переходной функции $h(t)$ линейной системы регулирования необходимо решить неоднородное уравнение системы при $x_{ВХ}(t) = 1(t)$, которое имеет две составляющие: вынужденную $h_{В}(t)$ и свободную $h_{СВ}(t)$. Вынужденная составляющая $h_{В}(t)$ представляет собой частное решение исходного дифференциального уравнения и для статических элементов находится непосредственно из уравнения (2.2), если в нем положить $p = 0$:

$$h_{В}(t) = y(\infty) = \frac{b_m}{a_n}.$$

Свободная составляющая $h_{СВ}(t)$ может быть найдена (при отсутствии кратных корней) как решение однородного дифференциального уравнения

$$h_{СВ}(t) = \sum_{k=1}^n C_k e^{\lambda_k t},$$

где λ_k – корни характеристического уравнения, C_k – постоянные интегрирования.

Импульсная функция. Эту функцию обозначают

$$x_{\text{ВХ}}(t) = A \cdot 1'(t),$$

где A – постоянная, а $1'(t)$ – импульс бесконечно большой величины и бесконечно малой длительности (см. рис. 2.2. б), так что

$$\int_0^t 1'(t) dt = 1.$$

Импульсную функцию $A \cdot 1'(t)$ можно рассматривать как предел прямоугольного импульса высоты h и длительности Δt , когда $h \rightarrow \infty$ и $\Delta t \rightarrow 0$, но при этом остается

$$h \cdot \Delta t = A = \text{const.}$$

На практике примерами кратковременных импульсных воздействий могут быть удары в механических системах, сила отдачи при выстреле из орудия.

Реакция системы на импульсную функцию при нулевых начальных условиях носит название **импульсной переходной функции**. Иногда её называют импульсной характеристикой, а также весовой функцией системы. График импульсной переходной функции называют **импульсной переходной характеристикой**.

Синусоидальная (гармоническая) функция времени. Эту функцию задают в виде синусоидального сигнала частоты ω и амплитуды $A_{\text{ВХ}}$ (см. рис. 2.2 в).

При анализе конкретных систем регулирования рассматривают лишь вынужденную составляющую движения, когда выходная переменная изменяется также по синусоидальному закону с той же частотой ω , но с другой амплитудой $A_{\text{ВЫХ}}$ и сдвинута по фазе относительно входной синусоиды на угол φ .

Естественным образом синусоидальное воздействие на входе системы регулирования встречается очень редко. Оно обычно имеет искусственный (тестовый) характер, но взятое для разных значений частоты ω позволяет очень подробно характеризовать динамические свойства системы. Так как гармонические воздействия очень широко используют при изучении систем регулирования, то мы их рассмотрим более подробно в п. 2.4 и

будем широко использовать в дальнейшем изложении материала.

Линейная функция времени. Эта функция (см. рис. 2.2 г) описывается уравнением

$$X_{ВХ}(t) = At,$$

где A – постоянная величина.

Когда линейная функция используется для изучения процессов в системе регулирования, то рассматривается только вынужденная составляющая движения. Этот вид воздействия чаще всего используется в следящих электроприводах, например, станков с числовым программным управлением.

2.4. Частотные характеристики звеньев и систем регулирования

Допустим, что на вход линейного звена в момент времени $t = 0$ подан сигнал, изменяющийся во времени по синусоидальному закону:

$$X_{ВХ}(t) = A_{ВХ} \sin(\omega t + \varphi_{ВХ}),$$

где $A_{ВХ}$ – амплитуда входного сигнала; часто принимают $A_{ВХ} = 1$; $\omega = 2\pi/T$ – круговая частота колебания $X_{ВХ}(t)$; T – период колебаний; $\varphi_{ВХ}$ – начальная фаза, обычно принимают $\varphi_{ВХ} = 0$.

Спустя некоторое время, достаточное для затухания свободной составляющей движения, на выходе звена установятся вынужденные колебания. При этом выходная переменная будет изменяться тоже по синусоидальному закону с той же частотой ω , но с другой амплитудой $A_{ВЫХ}$ и сдвинута по фазе относительно входной синусоиды на угол φ :

$$X_{ВЫХ}(t) = A_{ВЫХ} \sin(\omega t + \varphi),$$

Если теперь повторить эксперимент для другого значения частоты ω , то на выходе будут наблюдаться вынужденные колебания с другой амплитудой $A_{ВЫХ}$ и другим фазовым сдвигом φ .

Изменяя частоту входного сигнала в диапазоне $0 \leq \omega < \infty$, можно получить амплитудную частотную характеристику (АЧХ) – зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигналов $A(\omega) = A_{ВЫХ}(\omega)/A_{ВХ}(\omega)$ от частоты – и фазовую частотную характеристику (ФЧХ) $\varphi(\omega)$ – величину фазового сдвига выходной синусоиды относительно входной.

В ряде случаев бывает удобно амплитудную и фазовую частотные характеристики заменить одной – амплитудно-фазовой частотной характеристикой, – которая на комплексной плоскости может быть представлена в показательной форме:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}.$$

По сути $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ – это параметрические уравнения переменного от частоты ω годографа вектора $W(j\omega)$ в полярной системе координат.

Если уравнение вектора $W(j\omega)$ представить в параметрической форме в декартовых координатах, то

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

где $U(\omega) = A(\omega) \cos\varphi$ – вещественная частотная характеристика; $V(\omega) = A(\omega) \sin\varphi$ – мнимая частотная характеристика.

В электрических цепях вещественной частотной характеристике $U(\omega)$ соответствует активная составляющая выходной переменной (тока или напряжения), а мнимой $V(\omega)$ – реактивная.

Очевидна связь между частотными характеристиками, заданными в полярной и декартовой системах координат:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} \quad \text{и} \quad \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}.$$

При расчетах в системах автоматического регулирования весьма удобными оказались логарифмические частотные характеристики. В этом случае угловая частота ω откладывается по оси абсцисс в логарифмическом масштабе, то есть откладывается десятичный логарифм частоты, а около отметки указывается само значение частоты (рис. 2.3 а). Иногда на оси абсцисс указывают значение десятичного логарифма частоты $\lg\omega$, реже – логарифма при основании два – $\log_2\omega$ (см. рис. 2.3 б, в).

Единица приращения десятичного логарифма $\lg\omega$ соответствует удесятерению частоты, которое называется декадой. Единица приращения $\log_2\omega$, соответствующая удвоению частоты, называется октавой. Одна октава соответствует 0,303 декады, так как $\lg 2 = 0,303$.

Чтобы обосновать выбор масштабов по осям ординат для амплитуды $A(\omega)$ и фазового сдвига $\varphi(\omega)$, возьмем выражение для амплитудной частотной характеристики в показательной форме:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

и прологарифмируем его:

$$\ln[W(j\omega)] = \ln[A(\omega)] + j\varphi(\omega).$$

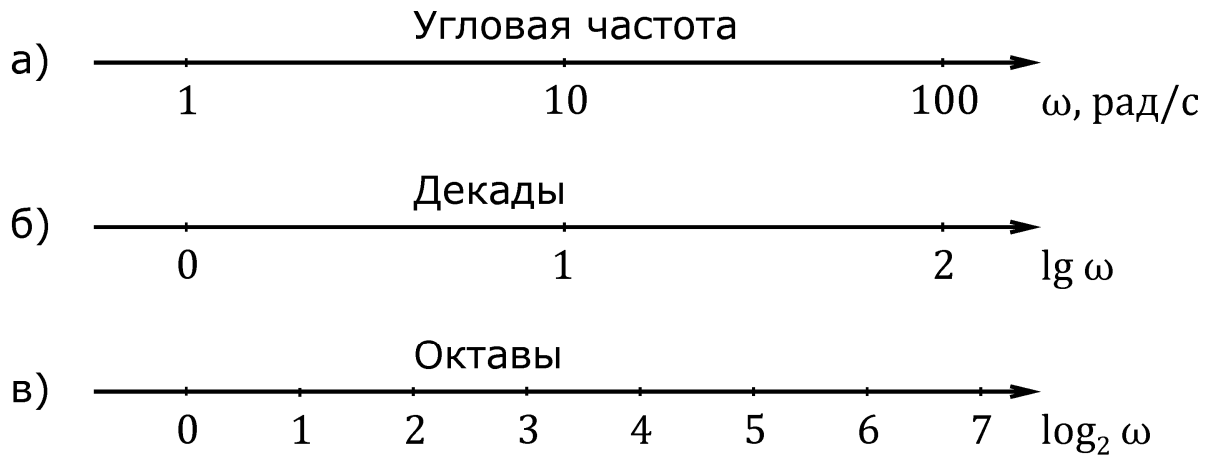


Рис. 2.3. Шкала частот логарифмических частотных характеристик

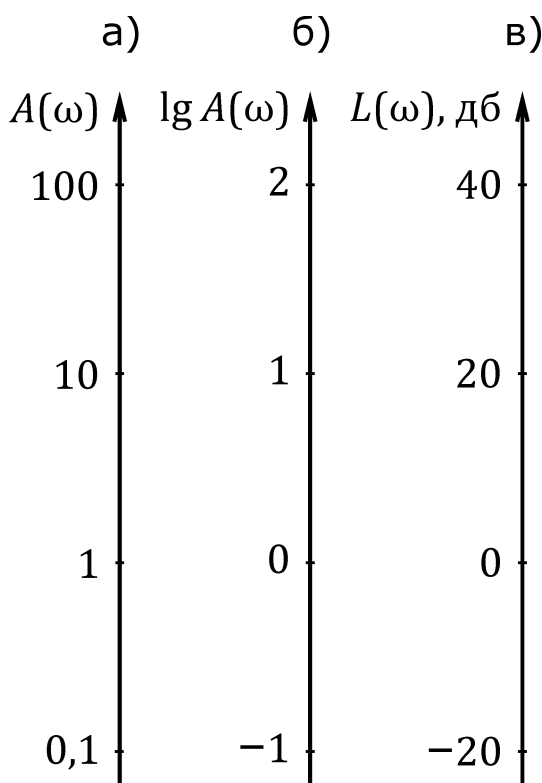


Рис. 2.4. Шкалы амплитуд логарифмических частотных характеристик

Видим, что амплитуду $A(\omega)$, как и частоту ω , удобнее откладывать в логарифмическом масштабе, а фазу $\varphi(\omega)$ – в линейном.

Когда на оси амплитуд измеряемая величина $A(\omega)$ откладывается в логарифмическом масштабе, то около отметок указываются сами значения амплитуды (рис. 2.4 а). Реже изменение амплитуды указывается в логгах или децилгах (см. рис. 2.4 б). При этом один лог (или десять децилог) соответствует изменению амплитуды в 10 раз. В существующей учебной литературе сохранилась единица измерения амплитуды сигнала бел (или децибел – одна десятая часть бела, см. рис. 2.4 в), которая определяется из соотношения:

$$L(\omega) = 20 \lg|W(j\omega)| = 20 \lg[A(\omega)].$$

Аппарат логарифмических частотных характеристик получил большое распространение при расчете систем автоматического регулирования, так как, во-первых, позволяет упростить расчеты (произведения величин заменяются суммой их логарифмов,

степенные функции заменяются наклонными прямыми), а во-вторых, и это главное, помогает выделить главный, доминирующий фактор в свойствах системы регулирования, обеспечивает наиболее ясную и простую связь частотной характеристики со структурой и параметрами системы регулирования.

Примеры логарифмических частотных характеристик звеньев и систем регулирования будут даны ниже.

2.5. Выводы

Универсальной формой описания процессов в системах автоматического регулирования являются дифференциальные уравнения. На начальном этапе составления этих уравнений в большом числе случаев полезна линеаризация характеристик звеньев, образующих систему регулирования.

Линейные дифференциальные уравнения системы регулирования чаще записываются в операторной форме и приводятся к стандартному виду, при котором коэффициенты при переменных характеристического полинома или имеют размерность времени, или безразмерны. Это позволяет обобщить опыт разработки технических систем разной физической природы, лишь бы временные процессы, происходящие в них, были описаны схожими дифференциальными уравнениями.

В инженерной практике для удобного и полноценного сопоставления систем автоматического управления пользуются аппаратом типовых входных воздействий – тестовых сигналов, с одной стороны, простых и ясных, а с другой – достаточно полно характеризующих динамические свойства системы. Наиболее часто за типовые входные сигналы принимают ступенчатую функцию, импульсную функцию, синусоидальный сигнал. По виду реакции системы на типовое воздействие судят о качестве процессов, происходящих в системе регулирования.

Особо следует обратить внимание на частотные характеристики звеньев и систем регулирования, которые оказались весьма эффективны при синтезе замкнутых систем управления электроприводов.

Наиболее ясную связь со структурой и параметрами системы управления дает аппарат логарифмических частотных характеристик. Требуя минимальных вычислительных затрат, эти характеристики намного облегчают задачу выбора оптимального решения по настройке системы управления. Уточнение же принятого решения в случае необходимости целесообразно проводить, используя стандартные программы расчета ЛЧХ и переходных функций на ЭВМ.

2.6. Контрольные вопросы

1. Что такое линеаризация характеристики звена системы регулирования? В чем её польза? При выполнении каких условий она допустима?
2. Поясните суть стандартной формы дифференциального уравнения системы регулирования. В чем заключается её польза?
3. Дайте определение передаточной функции звена системы регулирования.
4. Перечислите основные виды типовых входных воздействий на систему регулирования.
5. Как выглядит реакция системы регулирования на каждый вид типового входного воздействия?
6. Дайте определение частотной характеристики системы регулирования. Почему так “много” вариантов записи этих характеристик?
7. Поясните и обоснуйте преимущества логарифмических частотных характеристик.
8. На рис. 2.1 б $|dy| > |\Delta y|$. Между тем в выражении для приращения выходной величины

$$\Delta y = dy + \delta y$$

стоит сумма слагаемых. Нет ли здесь ошибки. Рассмотрите случаи вогнутой и выпуклой формы статической характеристики нелинейного звена.

3. ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

3.1. Элементарные звенья

Исходное математическое описание любой системы регулирования представляет собой совокупность дифференциальных и алгебраических уравнений, отражающих процессы в отдельных функциональных элементах системы. При этом всегда могут быть выделены такие звенья, которые описываются простейшими алгебраическими и дифференциальными уравнениями не выше первого порядка. Это пропорциональные, интегрирующие и дифференцирующие звенья. Рассмотрим уравнения и характеристики этих звеньев.

Пропорциональное (безынерционное) звено. Пропорциональным звеном называют звено, которое описывается уравнением

$$y(t) = kx(t),$$

где k – коэффициент усиления звена.

Это – наиболее простое звено, процессы в котором протекают без запаздывания. Его передаточная функция $W(p) = k$, амплитудно-фазовая характеристика вырождается в точку на действительной оси, логарифмическая амплитудная частотная характеристика параллельна оси частот во всем диапазоне частот и проходит на уровне $A = \lg k$, фазовая частотная характеристика совпадает с осью частот, так как $\varphi(\omega) = 0$ и, наконец, переходная функция этого звена $h(t) = k \cdot 1(t)$ повторяет без искажений входную ступенчатую функцию (рис. 3.1).

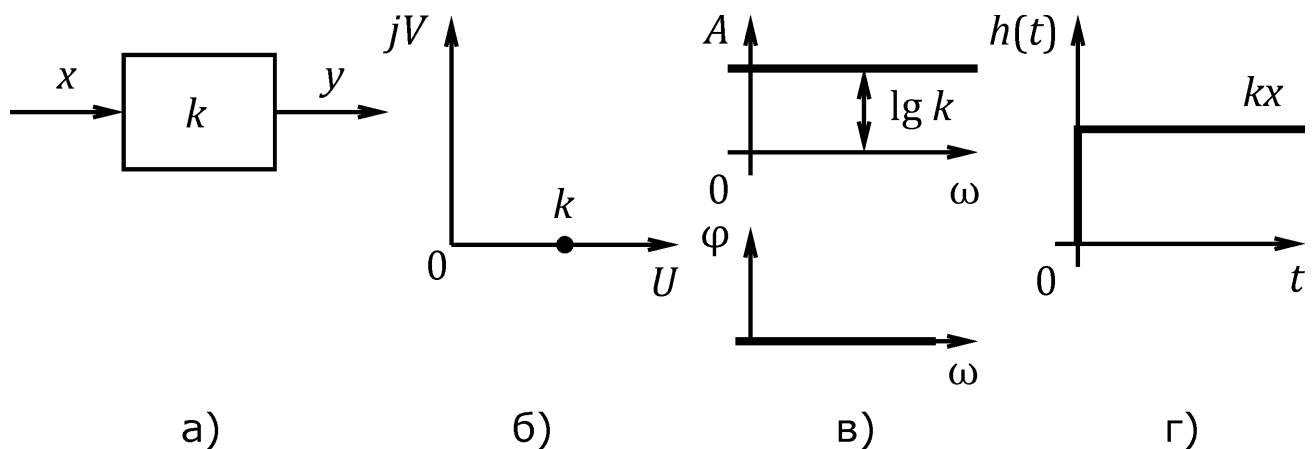


Рис. 3.1. Пропорциональное звено: а) передаточная функция; б) амплитудно-фазовая характеристика; в) логарифмические амплитудная и фазовая характеристики; г) переходная функция

Примерами пропорционального звена (рис. 3.2) можно назвать делитель напряжения (потенциометр), механический редуктор, пропорциональный, или П-регулятор. В последнем случае операционный усилитель ОУ, имеющий очень высокий (до нескольких сотен тысяч) коэффициент усиления, охвачен схемой, содержащей резисторы R_1 и R_2 . В результате регулятор – схема, представляющая собой совокупность ОУ и резисторов R_1 и R_2 , – имеет передаточную функцию вида:

$$W(p) = \frac{R_2}{R_1} = k.$$

Конечно, пропорциональные звенья – это результат определенной идеализации, принимаемой с учетом существа решаемой задачи. Здесь не учтены так называемые “малые” постоянные времени, которые, например, в потенциометре связаны с микроиндуктивностями и микроемкостями соединительных проводов, в редукторе – с упругими податливостями и зазорами в звеньях кинематической цепи, неизбежными в силу ограниченных возможностей современной технологии изготовления, в регуляторе – с ограниченной полосой пропускания частот ОУ, которая тем не менее на порядок выше частотного диапазона, актуального с точки зрения функционирования автоматической системы.

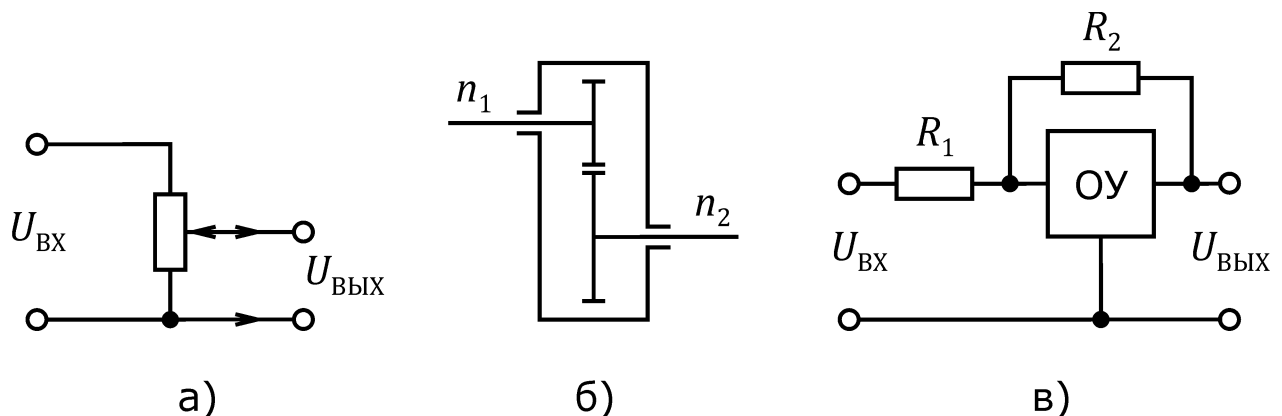


Рис. 3.2. Примеры пропорциональных звеньев: а) потенциометр; б) механический редуктор; в) П-регулятор

Интегрирующее звено описывается уравнением:

$$y(t) = k \int_0^t x dt,$$

а его передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{p}.$$

Здесь k – коэффициент пропорциональности. Его величина и размерность определяются физической природой звена и размерностями переменных x и y . Амплитудно-фазовая частотная характеристика описывается уравнением

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = -j \frac{k}{\omega}.$$

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика $A(\omega)$ интегрирующего звена имеет во всем диапазоне частот вид наклонной прямой с единичным отрицательным наклоном (или -20 дБ/декаду), а фазовая $\varphi(\omega)$ – горизонтальной прямой на уровне -90 градусов во всем диапазоне частот. Переходная функция имеет вид наклонной прямой с коэффициентом наклона, равным k (рис. 3.3).

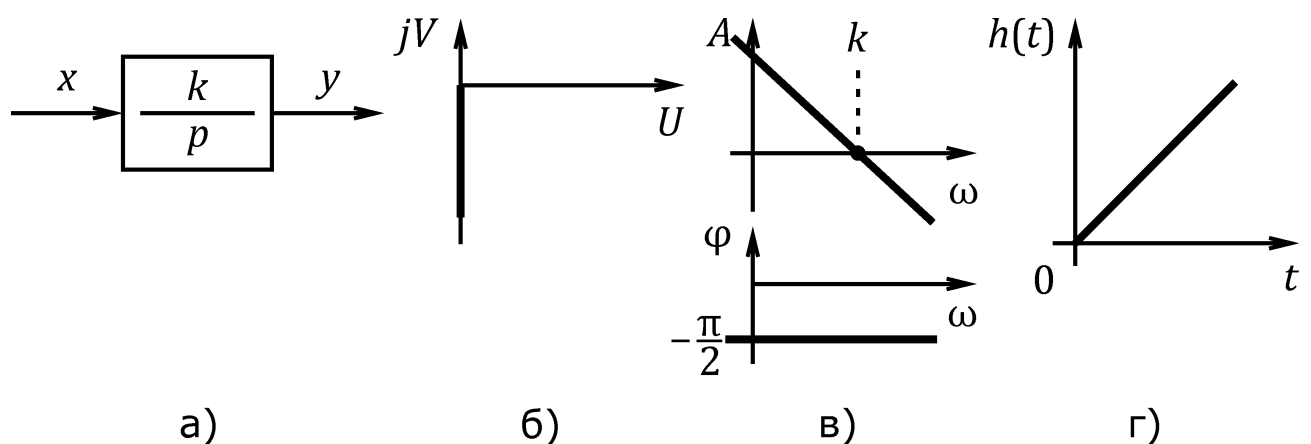


Рис. 3.3. Интегрирующее звено: а) передаточная функция; б) амплитудно-фазовая характеристика; в) логарифмические амплитудная и фазовая характеристики; г) переходная функция

Примерами интегрирующих звеньев можно назвать маховик, электрическую цепь с идеальной индуктивностью, интегральный регулятор (рис. 3.4).

Пример 3.1. Маховик. Движение маховика (см. рис. 3.4 а) описывается уравнением:

$$M = Jpn,$$

а его передаточная функция по каналу “Вход вращающий момент M – выход угловая скорость n ”

$$W(p) = \frac{n(p)}{M(p)} = \frac{1}{Jp},$$

где J – момент инерции маховика.

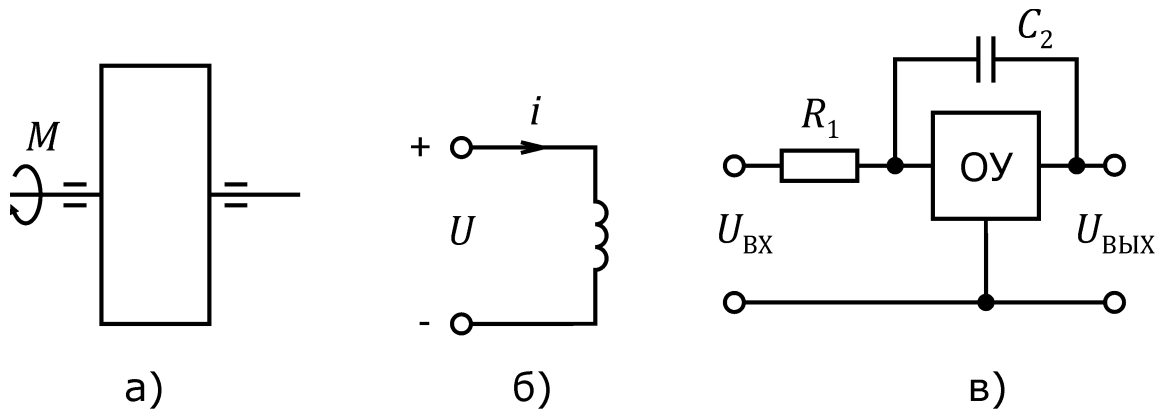


Рис. 3.4. Примеры интегрирующих звеньев: а) маховик; б) идеальная индуктивность; в) И-регулятор

Пример 3.2. Идеальная индуктивность. В электрической цепи с идеальной (когда активное сопротивление цепи принято равным нулю) индуктивностью L (см. рис. 3.4 б) напряжение U на входе цепи и выходной ток i связаны уравнением

$$U = -L \frac{di}{dt},$$

а передаточная функция этой цепи

$$W(p) = \frac{i(p)}{U(p)} = \frac{1}{Lp}.$$

Пример 3.3. Интегральный (И-) регулятор (см. рис. 3.4 в). Этот регулятор имеет передаточную функцию

$$W(p) = \frac{z_2}{z_1} = \frac{1}{R_1 C_2 p} = \frac{1}{Tp},$$

где $z_1 = R_1$, $z_2 = 1/(C_2 p)$ – входное сопротивление и сопротивление цепи обратной связи в регуляторе.

Идеальное дифференцирующее звено имеет уравнение

$$y(t) = kpx$$

и передаточную функцию

$$W(p) = kp,$$

где k – коэффициент пропорциональности. Амплитудно-фазовая частотная характеристика

$$W(j\omega) = jk\omega,$$

имеет действительную часть $U(\omega) = 0$ и мнимую $V(\omega) = +k\omega$, а на графике (рис. 3.5 б) совпадает с мнимой осью. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика имеет вид прямой с единичным положительным наклоном (то есть при увеличении частоты ω на одну декаду величина $\lg A$ также увеличивается на одну декаду) и проходит через точку $\omega = 1/k$, $\lg A = 0$. Логарифмическая фазовая частотная характеристика идет горизонтально во всем диапазоне частот на высоте $\varphi(\omega) = +\pi/2$ (см. рис. 3.5 в). Переходная функция идеального дифференцирующего звена имеет вид дельта-функции (см. рис. 3.5 г) с площадью импульса, равной k :

$$h(t) = k\delta(t).$$

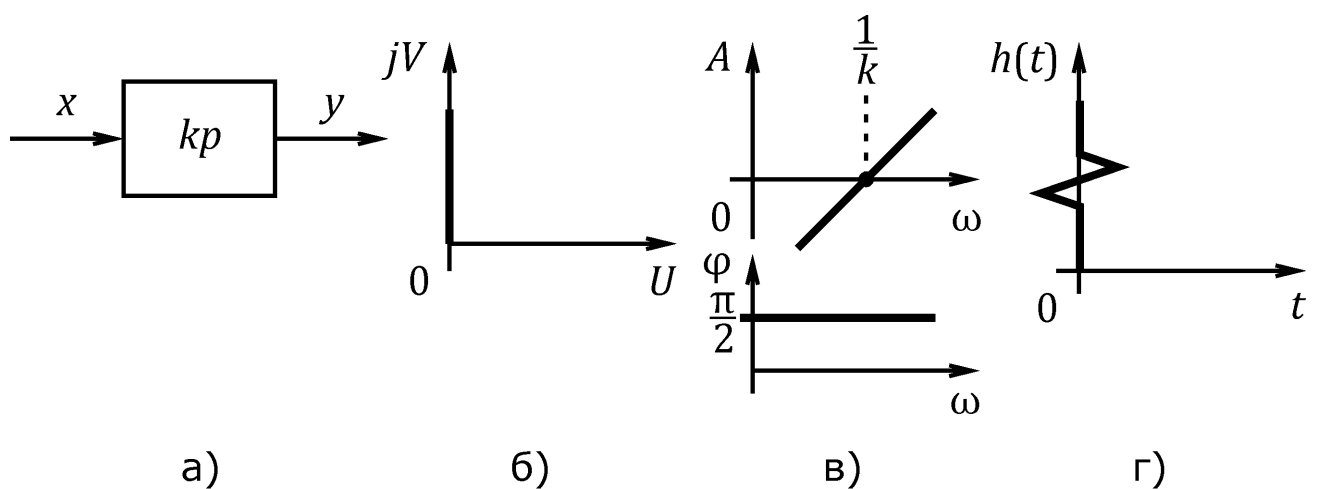


Рис. 3.5. Идеальное дифференцирующее звено: а) передаточная функция; б) амплитудно-фазовая характеристика; в) логарифмические амплитудная и фазовая характеристики; г) переходная функция

В природе не существует такого реального элемента, который бы точно воспроизводил идеальную производную от любого входного сигнала. Но при составлении математической модели системы регулирования такая идеализация часто весьма удобна и поэтому применяется.

3.2. Звенья не выше первого порядка

Инерционное (апериодическое) звено описывается уравнением:

$$y + T \frac{dy}{dt} = kx$$

и имеет передаточную функцию

$$W(p) = \frac{k}{1 + Tp}$$

Здесь k – коэффициент усиления звена, T – его постоянная времени.

Структурную схему инерционного звена можно представить или одним звеном, или более сложной детализированной структурной схемой, получаемой путем комбинации элементарных звеньев – пропорционального и интегрирующего (рис. 3.6 а). Второй вариант обычно применяют на начальном этапе записи дифференциальных уравнений, так как он позволяет яснее раскрыть механизм взаимодействия переменных в инерционном звене.

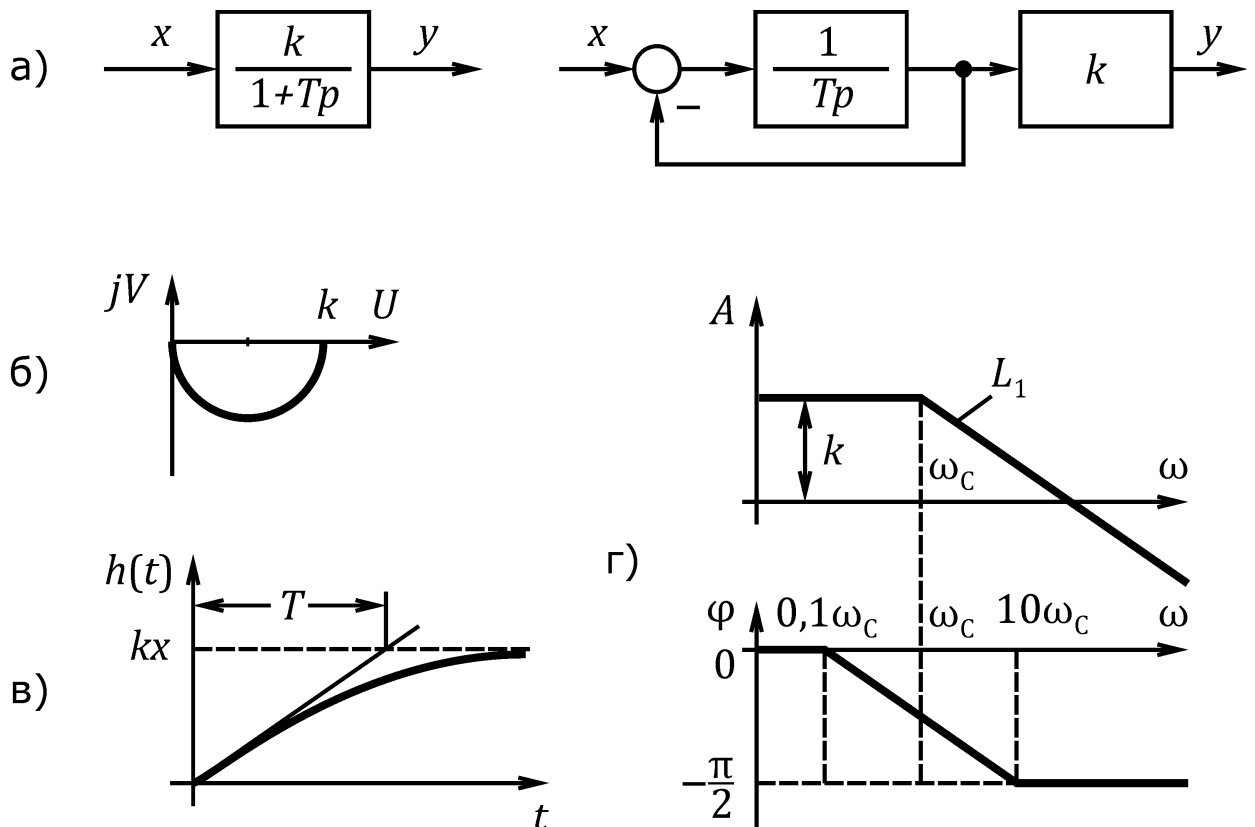


Рис. 3.6. Инерционное звено: а) передаточная функция и структурные схемы; б) амплитудно-фазовая частотная характеристика; в) переходная функция; г) аппроксимированные логарифмические амплитудная и фазовая характеристики

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) инерционного звена

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T} = U(\omega) + jV(\omega).$$

Умножив числитель и знаменатель на комплексно сопряженное число $(1 - j\omega T)$, получим:

$$U(\omega) = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2}; \quad V(\omega) = -\frac{k\omega T}{1 + \omega^2 T^2}.$$

Графиком АФЧХ является полуокружность (см. рис. 3.6 б), концы диаметра которой расположены на действительной оси в точках с координатами $U = 0$ и $U = k$. При увеличении частоты ω изображающая точка движется вдоль полуокружности по часовой стрелке.

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ) инерционного звена

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 + \omega^2 T^2)}},$$

а его фазовая частотная характеристика (ФЧХ)

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg}(\omega T).$$

Графики последних двух характеристик принято чаще строить в логарифмических координатах. На практике логарифмическую АЧХ оказалось очень удобно аппроксимировать двумя прямолинейными асимптотами (кривая L_1 на рис. 3.6 г). При малых частотах, когда $|\omega T| < 1$, то $A(\omega) \approx k$, а при высоких частотах, когда $|\omega T| > 1$, то

$$A(\omega) \approx \frac{k}{\omega T}.$$

Частота $\omega_c = 1/T$, при которой асимптоты пересекаются, получила название **сопрягающей частоты**. Здесь погрешность аппроксимации наибольшая, при этом точная и приближенная (аппроксимированная) АЧХ различаются между собой в 1,4 раза.

•• В точке с частотой $\omega_c = 1/T$ каждое из слагаемых, стоящих в знаменателе передаточной функции инерционного звена, в точности равно единице. Между тем, утверждается, что весь знаменатель при этом отличается от единицы не в 2 раза (как того, казалось бы, должна требовать сумма двух единиц), а только в 1,4 раза. Объясните причину.

Точная логарифмическая ФЧХ также с допустимой погрешностью может быть аппроксимирована прямолинейными отрезками следующим образом (см. рис. 3.6 г): при $\omega < 0,1\omega_c$ $\varphi(\omega) \approx 0$; в диапазоне $0,1\omega_c \leq \omega \leq 10\omega_c$ точный график $\varphi(\omega)$ заменяется отрезком прямой с коэффициентом наклона $-\pi/4$ на декаду и проходящим через точку $(\omega_c; -\pi/4)$; наконец, при $\omega > 10\omega_c$ $\varphi(\omega) \approx -\pi/2$.

Переходная функция инерционного звена получается решением его исходного дифференциального уравнения при подаче

входного сигнала $x = 1(t)$. При нулевом начальном условии $y(0) = 0$

$$h(t) = y(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right),$$

то есть переходная функция инерционного звена представляет собой экспоненту с постоянной времени T и горизонтальной асимптотой на высоте $y = kx$ (см. рис. 3.6 в). В начальный момент времени сразу после подачи скачка $x(t) = 1(t)$, когда $y(t) = 0$, инерционное звено ведет себя как интегратор, в котором процессы описываются уравнением

$$T \frac{dy}{dt} = kx.$$

Наклонная прямая, соответствующая переходной функции этого интегратора, отсекает на горизонтальной прямой $y = k \cdot 1(t)$ отрезок, длина которого равна T . Она же является касательной в начале координат переходной функции инерционного звена.

Примеры реальных элементов, динамические свойства которых соответствуют инерционному звену, приведены на рис. 3.7.

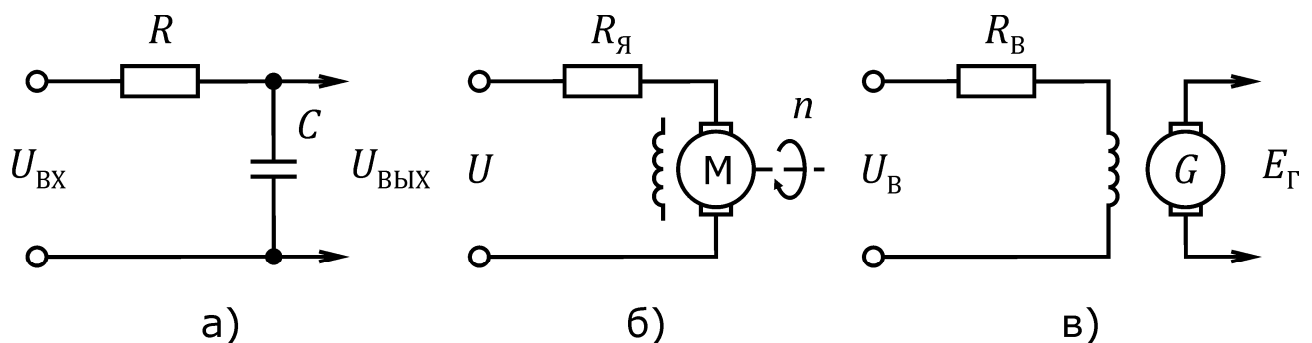


Рис. 3.7. Примеры инерционных звеньев: а) RC -цепочка; б) электродвигатель постоянного тока; в) генератор постоянного тока

Пример 3.4. RC -цепочка (см. рис. 3.7 а). Здесь выходной сигнал снимается с конденсатора C . Схема может быть представлена как потенциометр, составленный из последовательно включенных резистора R и конденсатора C с величинами их сопротивлений $z_1 = R$ и $z_2 = 1/(Cp)$. В соответствии со схемой имеем:

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{z_2 U_{\text{ВХ}}}{z_1 + z_2} = \frac{U_{\text{ВХ}}}{1 + RCp} = \frac{U_{\text{ВХ}}}{1 + Tp}.$$

Здесь $T = RC$ – постоянная времени RC -цепочки.

Выясним, как ведёт себя RC -цепочка, если на её вход подавать синусоидальное напряжение $U_{\text{ВХ}}$ неизменной амплитуды, но разных частот ω . Обратим внимание на то, что составляющие z_1 и z_2 по-разному ведут себя при из-

менении частоты ω входного напряжения $U_{\text{ВХ}}$: активное сопротивление R остается неизменным, а ёмкостное $z_2 = 1/(j\omega C)$ с ростом частоты падает.

При малых частотах, когда $\omega < 1/T$, ёмкостное сопротивление конденсатора C больше, чем активное сопротивление резистора R : $|z_2| > |z_1|$. Так как свойства электрической цепи из двух последовательно включенных сопротивлений определяются в большей степени сопротивлением, имеющим большее значение, то в данном случае можно приближенно считать $z_1 + z_2 \approx z_2$, откуда следует, что свойства цепи мало изменятся, если вместо $z_1 = R$ поставить короткую и учитывать только z_2 . Тогда падение напряжения на активном сопротивлении R не учитывается, все приложенное входное напряжение приходится на конденсатор C , поэтому

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}} = \text{const},$$

коэффициент усиления RC -цепочки как звена системы регулирования

$$k = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} \approx \text{const},$$

аппроксимированная ЛАЧХ RC -цепочки в этом диапазоне частот соответствует ЛАЧХ пропорционального звена и идет горизонтально. Здесь по мере увеличения частоты ω ёмкостное сопротивление конденсатора C уменьшается, ток в RC -цепочке увеличивается, падение напряжения на активном сопротивлении также увеличивается, но остается меньше, чем на конденсаторе C .

При частоте сопряжения $\omega = 1/T$ величина ёмкостного сопротивления конденсатора C снижается до величины сопротивления резистора R . При дальнейшем увеличении частоты, когда $\omega > 1/T$, ёмкостное сопротивление конденсатора C становится меньше, чем активное сопротивление резистора R : $|z_2| < |z_1|$. В этом диапазоне частот общее сопротивление цепи определяется в большей мере резистором R , поэтому величина амплитуды тока будет почти постоянной и определяться только амплитудой $U_{\text{ВХ}}$ и величиной R , которые неизменны. А так как с ростом частоты ёмкостное сопротивление конденсатора $z_2 = 1/(\omega C)$ уменьшается, то при неизменной амплитуде тока будет снижаться и падение напряжения на нём, чему соответствует наклонный участок ЛАЧХ RC -цепочки на высоких частотах. На этом участке динамические свойства RC -цепочки оказываются ближе интегрирующему звену.

Если снимать переходную функцию, то при подаче скачка постоянного напряжения на вход RC -цепочки конденсатор C можно в первый момент времени эквивалентировать короткой, напряжение на нём равно нулю, а всё входное напряжение $U_{\text{ВХ}}$ гасится на активном сопротивлении R . По мере заряда конденсатора C напряжение на нём растет, ток заряда снижается. В пределе, когда конденсатор зарядится полностью, $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}}$. График переходной функции приведён на рис. 3.6 в.

Пример 3.5. Электродвигатель постоянного тока (см. рис. 3.7 б) с выходом по скорости вращения вала n . При учете момента инерции якоря двигателя J , активного сопротивления цепи якоря $R_{\text{Я}}$ и неучете индуктивности якорной цепи ($L_{\text{Я}} = 0$) приложенное напряжение $U_{\text{Я}}$ уравнивается ЭДС вращения $E_{\text{Д}}$ и падением напряжения на активном сопротивлении $R_{\text{Я}}$ обмотки якоря:

$$U_{\text{Я}} = E_{\text{Д}} + I_{\text{Я}}R_{\text{Я}}.$$

В свою очередь, угловая скорость двигателя n и момент M двигателя при отсутствии внешней нагрузки на его валу связаны уравнением механического движения:

$$M = Jpn,$$

момент двигателя зависит от тока якоря $I_{\text{я}}$:

$$M = C_M \Phi I_{\text{я}},$$

а ЭДС – от скорости:

$$E_{\text{д}} = C_E \Phi n.$$

Здесь C_M и C_E – конструктивные постоянные двигателя; Φ – магнитный поток двигателя.

Решая приведенные уравнения, выразим угловую скорость n через входное напряжение $U_{\text{я}}$:

$$n = W_{\text{дв}}(p)U_{\text{я}} = \frac{k_{\text{дв}}U_{\text{я}}}{1 + T_M p}.$$

Здесь $W_{\text{дв}}(p)$ и $k_{\text{дв}} = 1/(C_E \Phi)$ – передаточная функция и коэффициент усиления двигателя по каналу “напряжение на якоре $U_{\text{я}}$ – скорость n ”;

$$T_M = \frac{J R_{\text{я}}}{C_E \Phi C_M \Phi}$$

– электромеханическая постоянная времени электродвигателя.

Итак, мы видим, что передаточная функция двигателя постоянного тока при принятых допущениях соответствует инерционному звену с коэффициентом усиления $k_{\text{дв}}$ и постоянной времени T_M .

Поясним физические особенности протекания процессов в электродвигателе постоянного тока, сопутствующих процедуре определения его частотных характеристик.

При малых частотах ($\omega < 1/T_M$) амплитуда момента двигателя, необходимая для следования скорости двигателя за приложенным напряжением $U_{\text{я}}$, относительно мала, сравнительно мала и амплитуда тока якоря, необходимого для создания требуемого момента. Падение напряжения на активном сопротивлении цепи якоря мало, так что $|I_{\text{я}} R_{\text{я}}| < |E_{\text{д}}|$. Тогда приближенно слагаемым $I_{\text{я}} R_{\text{я}}$ можно пренебречь и считать $U_{\text{я}} \approx E_{\text{д}}$, а так как амплитуда колебаний напряжения на якоре принимается $U_{\text{я}} = \text{const}$, то и амплитуда колебаний ЭДС двигателя и пропорциональной ей скорости $n \approx \text{const}$. Это позволяет считать, что на малых частотах, когда $\omega < 1/T_M$, аппроксимированная ЛАЧХ двигателя совпадает с горизонтальной асимптотой инерционного звена.

Заметим, что на первом участке с ростом частоты ω амплитуда вынужденных колебаний момента M и тока якоря $I_{\text{я}}$ возрастает и этот рост возможен при неизменной амплитуде колебаний входного напряжения $U_{\text{я}}$ только за счет снижения амплитуды ЭДС двигателя $E_{\text{д}}$. Другими словами, на первом участке наблюдается снижение амплитуды ЭДС $E_{\text{д}}$ и скорости n по мере роста частоты, но пока $|I_{\text{я}} R_{\text{я}}| < |E_{\text{д}}|$, мы приближенно считаем, что $U_{\text{я}} \approx E_{\text{д}}$.

При $\omega = 1/T_M$ амплитуда колебаний ЭДС $E_{\text{д}}$ снизилась, а амплитуда колебаний падения напряжения $I_{\text{я}} R_{\text{я}}$ увеличилась и настолько, что их величины выравнялись. При дальнейшем увеличении частоты ω амплитуда колебаний $E_{\text{д}}$ становится относительно малой, так что $|I_{\text{я}} R_{\text{я}}| > |E_{\text{д}}|$ и можно приближенно

принять $U_{\text{я}} \approx I_{\text{я}} R_{\text{я}}$. На этом участке амплитуду колебаний тока якоря $I_{\text{я}}$ увеличить нечем, она с ростом частоты практически не изменяется, поэтому при $\omega > 1/T_{\text{М}}$ амплитуда вынужденных колебаний скорости снижается, чему соответствует падающий участок ЛАЧХ двигателя.

Переходная функция двигателя соответствует процессу его прямого пуска подключением якорной обмотки к источнику постоянного и неизменного по величине напряжения. В момент пуска при $t = 0$ скорость двигателя из-за наличия механической инерции вращающихся масс $n = 0$, а бросок тока равен току короткого замыкания якорной цепи

$$I_{\text{М}} = \frac{U_{\text{я}}}{R_{\text{я}}}.$$

Если бы ток якоря поддерживали неизменным

$$I_{\text{я}} = I_{\text{М}} = \text{const},$$

то скорость двигателя возрастала бы равномерно по наклонной прямой, достигнув значения $n = n_0 = k_{\text{ДВ}} U_{\text{я}}$ за время $t = T_{\text{М}}$. Однако по мере разгона и увеличения скорости n растет ЭДС $E_{\text{Д}}$ двигателя, которая направлена навстречу $U_{\text{я}}$, что вызывает снижение тока якоря и темпа разгона двигателя. В результате процесс разгона затягивается и в реальных случаях можно считать, что время разгона (оно же и время переходного процесса)

$$t_{\text{РАЗГ}} = t_{\text{ПП}} \approx (3 \dots 4) T_{\text{М}}.$$

Пример 3.6. Генератор постоянного тока также описывается уравнением инерционного звена, когда за входную величину берут напряжение $U_{\text{В}}$ на его обмотке возбуждения, а за выходную – ЭДС якоря $E_{\text{Г}}$ (см. рис. 3.7 в). Считая статическую характеристику генератора линейной, не учитывая индуктивности рассеяния и влияние вихревых токов, запишем уравнения: цепи возбуждения:

$$U_{\text{В}} = I_{\text{В}} R_{\text{В}} + L_{\text{В}} p I_{\text{В}};$$

ЭДС генератора:

$$E_{\text{Г}} = k_{\text{Г}} I_{\text{В}}.$$

Здесь $U_{\text{В}}$ – напряжение на входе цепи возбуждения; $I_{\text{В}}$ – ток возбуждения; $R_{\text{В}}$ и $L_{\text{В}}$ – активное сопротивление и индуктивность цепи возбуждения; $k_{\text{Г}}$ – коэффициент усиления генератора.

Решая приведенные уравнения, получим:

$$E_{\text{Г}} = W_{\text{Г}}(p) U_{\text{В}} = \frac{k_{\text{Г}}}{1 + T_{\text{Г}} p},$$

где $W_{\text{Г}}(p)$ – передаточная функция генератора; $T_{\text{Г}} = L_{\text{В}}/R_{\text{В}}$ – постоянная времени генератора.

Если представить процедуру снятия частотной характеристики генератора, то есть изменять напряжение возбуждения $U_{\text{В}}$ по синусоидальному закону с неизменной амплитудой и меняющейся частотой, то при малых частотах, когда $\omega < 1/T_{\text{Г}}$, влияние второго слагаемого $L_{\text{В}} p I_{\text{В}}$ в балансе напряжений цепи возбуждения невелико. Если это слагаемое отбросить, то $U_{\text{В}} \approx I_{\text{В}} R_{\text{В}}$ и тогда

амплитуды тока возбуждения и ЭДС генератора $I_B \approx \text{const}$, $E_T \approx \text{const}$. Генератор ведет себя, как пропорциональное звено с коэффициентом усиления k_T .

При высоких частотах (при $\omega > 1/T_T$), наоборот, приложенное напряжение U_B тратится, главным образом на преодоление ЭДС самоиндукции $L_B p I_B$. Здесь генератор ведет себя, как интегратор с постоянной времени T_T .

Если напряжение U_B изменить скачком, то в первый момент времени из-за наличия индуктивности ток возбуждения скачком измениться не сможет, поэтому переходная функция генератора начинается из начала координат, а так как на начальном участке процесса доля первого слагаемого $I_B R_B$ по сравнению со вторым невелика, то кривая переходного процесса мало отличается от прямой, соответствующей уравнению:

$$U_B = L_B p I_B = \text{const}.$$

По мере увеличения тока возбуждения, когда доля падения напряжения на активном сопротивлении возрастает, темп изменения тока возбуждения снижается, стремясь к установившемуся значению

$$I_{\text{уст}} = \frac{U_B}{R_B}.$$

Реальное дифференцирующее звено (рис. 3.8). Уравнение этого звена имеет вид:

$$y + T \frac{dy}{dt} = kT \frac{dx}{dt},$$

где T – постоянная времени; k – коэффициент усиления звена.

Реальное дифференцирующее звено с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{kTp}{1 + Tp}$$

на структурной схеме может быть представлено одним звеном, последовательным соединением инерционного и идеального дифференцирующего звеньев, а также параллельным соединением пропорционального и инерционного звеньев со встречным сложением сигналов (см. рис. 3.8 а).

Амплитудно-фазовая частотная характеристика реального дифференцирующего звена – это окружность, расположенная в первом квадранте, концы диаметра которой, как и у инерционного звена, лежат на действительной оси в точках с координатами $U = 0$, $U = k$.

График асимптотической ЛАЧХ реального дифференцирующего звена составлен из двух полупрямых, которые пересекаются в точке с координатами ($\omega = \omega_C = 1/T$; $A(\omega) = k$). Первая полупрямая, которая задана в диапазоне $0 < \omega \leq 1/T$ имеет единственный положительный наклон, а вторая, заданная при

$1/T \leq \omega < +\infty$, идет горизонтально (см. рис. 3.8 в). Логарифмическая ФЧХ представлена арктангенсоидой, которая при $\omega = 1/T$ имеет $\varphi(\omega) = +\pi/4$, при $\omega \rightarrow 0$ $\varphi(\omega) \rightarrow +\pi/2$ и при $\omega \rightarrow +\infty$ $\varphi(\omega) \rightarrow 0$ (см. рис. 3.8 в).

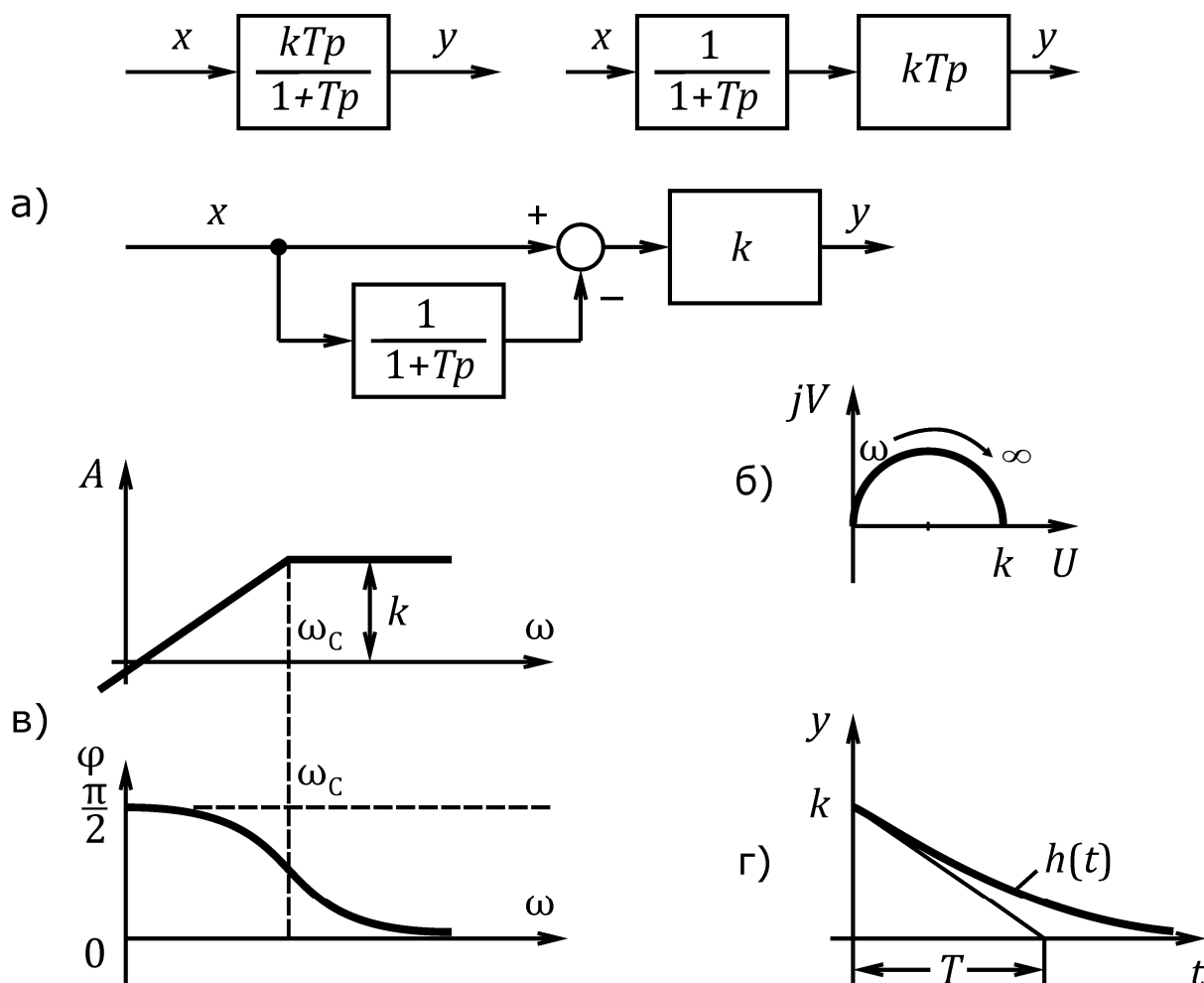


Рис. 3.8. Реальное дифференцирующее звено: а) структурные схемы; б) амплитудно-фазовая частотная характеристика; в) логарифмические амплитудная и фазовая характеристики; г) переходная функция

Уравнение переходной функции:

$$h(t) = y(t) = ke^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t).$$

При подаче скачкообразного единичного сигнала $1(t)$ на вход звена его выходная переменная скачкообразно увеличивается до $y(0) = k \cdot 1(t)$, а затем спадает до нуля по экспоненте с постоянной времени T (см. рис. 3.8 г).

Пример 3.7. RC-цепочка. Рассмотрим уравнения, передаточную функцию, аппроксимированные ЛАЧХ и переходную функцию электрической цепи из последовательно включенных конденсатора C и резистора R , в которой выходное напряжение $U_{\text{ВЫХ}}$ снимается с резистора R (рис. 3.9 а).

Уравнение RC -цепочки в операторной форме:

$$U_{\text{ВЫХ}} = W(p)U_{\text{ВХ}} = \frac{z_1 U_{\text{ВХ}}}{z_1 + z_2} = \frac{TpU_{\text{ВХ}}}{1 + Tp}$$

Здесь $W(p)$ и $T = RC$ – передаточная функция и постоянная времени RC -цепочки; $z_1 = R$; $z_2 = 1/(Cp)$ – комплексные величины сопротивлений резистора R и конденсатора C .

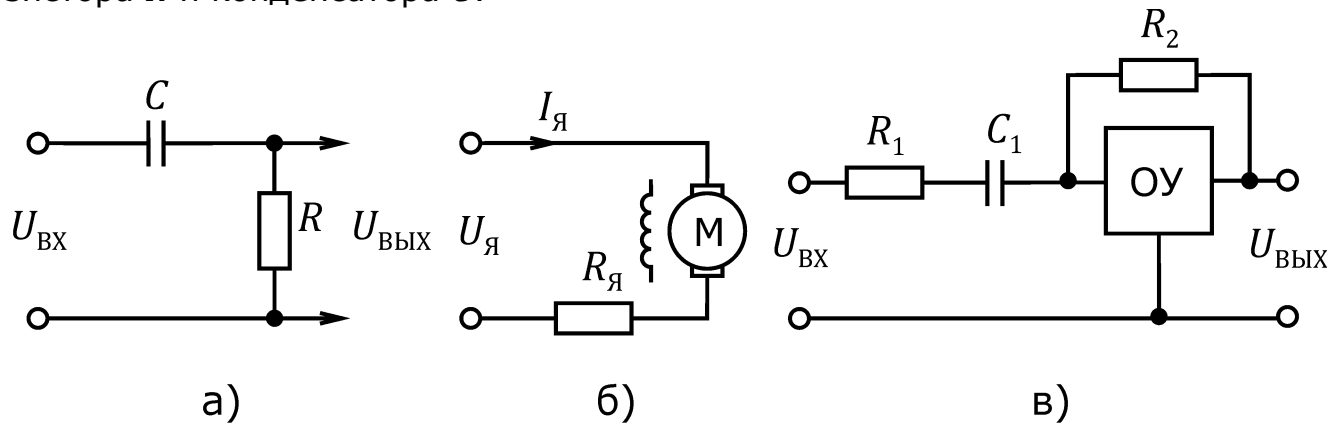


Рис. 3.9. Примеры реальных дифференцирующих звеньев: а) RC -цепочка; б) электродвигатель постоянного тока; в) Д – регулятор

При малых частотах, когда $\omega < 1/T$, ёмкостное сопротивление конденсатора C больше активного сопротивления резистора R : $|x_C| > R$. Ток в цепи определяется величиной сопротивления x_C конденсатора C , которое по мере роста частоты ω снижается. Это вызывает увеличение тока и, следовательно, падение напряжения на активном сопротивлении R , чему соответствует возрастающий участок ЛАЧХ при малых частотах на рис. 3.8 в.

При высоких частотах, когда $\omega > 1/T$, наблюдается $|x_C| < R$, ток в RC -цепи определяется, главным образом, величиной R , которая от частоты не зависит. По этой причине почти постоянно и падения напряжения на резисторе R , в итоге $U_{\text{ВЫХ}} \approx U_{\text{ВХ}} = \text{const}$ (горизонтальный участок ЛАЧХ при высоких частотах на рис. 3.8 в).

При подаче скачка $U_{\text{ВХ}}$ конденсатор C в первый момент времени ведет себя, как коротка, следовательно, на переходной функции в момент времени $t = 0$ наблюдается скачок выходного напряжения $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}}$. По мере заряда конденсатора и увеличения напряжения на нем ток заряда снижается до нуля.

Пример 3.8. Электродвигатель постоянного тока (см. рис. 3.9 б) с выходом по току якоря.

Записывая уравнения состояния двигателя (см. пример 3.5) и решая их относительно тока якоря $I_Я$, получим:

$$I_Я = \frac{T_M p U_Я}{R_Я(1 + T_M p)}$$

Переходя к частотным характеристикам, делаем замену $p = j\omega$. Тогда при малых частотах, когда $|T_M \omega| < 1$, передаточная функция двигателя

$$W(p) = \frac{I_Я(p)}{U_Я(p)} \approx \frac{T_M p}{R_Я}$$

приближенно соответствует идеальному дифференцирующему звену, а его ЛАЧХ аппроксимируется полупрямой с положительным единичным наклоном (см. рис. 3.8 в). Физика этого явления объясняется тем, что с ростом частоты ω колебания ЭДС E_d снижаются по амплитуде и сдвигаются по фазе относительно колебаний $U_{\text{я}}$. Это вызывает увеличение амплитуды колебаний тока $I_{\text{я}}$, который требуется, чтобы создать момент двигателя возрастающей амплитуды. Так как на этом участке изменения частоты доля падения напряжения $I_{\text{я}}R_{\text{я}}$ остается меньшей E_d , то резервы для увеличения амплитуды колебаний $I_{\text{я}}$ ещё не исчерпаны.

При $\omega > 1/T_M$ передаточная функция двигателя стремится к пределу $W(p) \approx 1/R_{\text{я}}$. На этом участке $|I_{\text{я}}R_{\text{я}}| > |E_d|$, то есть большая часть $U_{\text{я}}$ тратится на преодоление падения напряжения $I_{\text{я}}R_{\text{я}}$, роль ЭДС E_d мала, двигатель почти стоит, амплитуда колебаний тока якоря почти постоянна (горизонтальный участок ЛАЧХ на рис. 3.8 в).

Когда экспериментально снимают переходную функцию электродвигателя с выходом по току якоря, то при подаче скачка $U_{\text{я}}$ ток якоря мгновенно увеличивается до тока короткого замыкания $I_M = U_{\text{я}}/R_{\text{я}}$, скорость из-за механической инерции якоря мгновенно измениться не может, поэтому кривая скорости начинается из начала координат. По мере разгона ЭДС двигателя растёт, разница $U_{\text{я}} - E_d$ уменьшается, что приводит к снижению тока.

Пример 3.9. Д-регулятор. Реальное дифференцирующее звено, выполненное на регуляторе (см. рис. 3.9 в), имеет передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{z_2}{z_1} = \frac{T_2 p}{(1 + T_1 p)},$$

где $z_1 = R_1 + 1/(C_1 p)$; $z_2 = R_2$ – комплексные сопротивления цепей на входе и в обратной связи операционного усилителя ОУ; $T_1 = R_1 C_1$; $T_2 = R_2 C_1$ – постоянные времени.

На малых частотах, когда $\omega < 1/T_1$, ёмкостное сопротивление конденсатора C_1 преобладает над величиной активного сопротивления резистора R_1 : $|x_C| = 1/(C_1 \omega) > R_1$. Это дает возможность приближенно принять $R_1 \approx 0$ и учитывать на входе ОУ только сопротивление конденсатора C_1 : $z_1 \approx 1/(C_1 \omega)$. Тогда АЧХ $A(\omega) \approx T_2 \omega$, то есть с ростом частоты ω амплитуда $A(\omega)$ тоже растёт (левая наклонная полупрямая амплитудной характеристики на рис. 3.8 в).

При $\omega > 1/T_1$ ёмкостное сопротивление конденсатора уменьшается настолько, что становится меньше активного сопротивления резистора R_1 : $|x_C| = 1/(C_1 \omega) < R_1$. Это дает возможность приближенно принять $|x_C| \approx 0$ и учитывать на входе ОУ только сопротивление резистора R_1 : $z_1 = R_1$. Тогда АЧХ $A(\omega) \approx R_2/R_1$ и с ростом частоты ω амплитуда $A(\omega)$ остается постоянной, а частотная характеристика регулятора соответствует пропорциональному звену (правая горизонтальная полупрямая амплитудной характеристики на рис. 3.8 в).

При подаче скачка напряжения $U_{\text{вх}}$ выходное напряжение регулятора мгновенно увеличивается до значения $U_{\text{вых}} = k U_{\text{вх}}$, так как в момент включения схемы конденсатор C_1 можно заменить короткой. Затем $U_{\text{вых}}$ плавно снижается по экспоненте до нуля с постоянной времени T_1 (см. рис. 3.8 г).

Пропорционально-интегральное (ПИ-) звено. Это звено описывается уравнением:

$$y = k_1 x + k_2 \int_0^t x dt,$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты пропорциональности.

Передаточная функция звена

$$W(p) = k_1 + \frac{k_2}{p} = \frac{k_1(1 + Tp)}{Tp},$$

где $T = k_1/k_2$.

Первый вариант записи передаточной функции (рис. 3.10 а) соответствует согласному включению пропорционального и интегрального каналов и оказывается удобным при экспериментальной настройке замкнутой системы регулирования с ПИ-регулятором. Второй вариант соответствует последовательному соединению интегрирующего и идеального форсирующего звеньев и чаще применяется при аналитических расчетах.

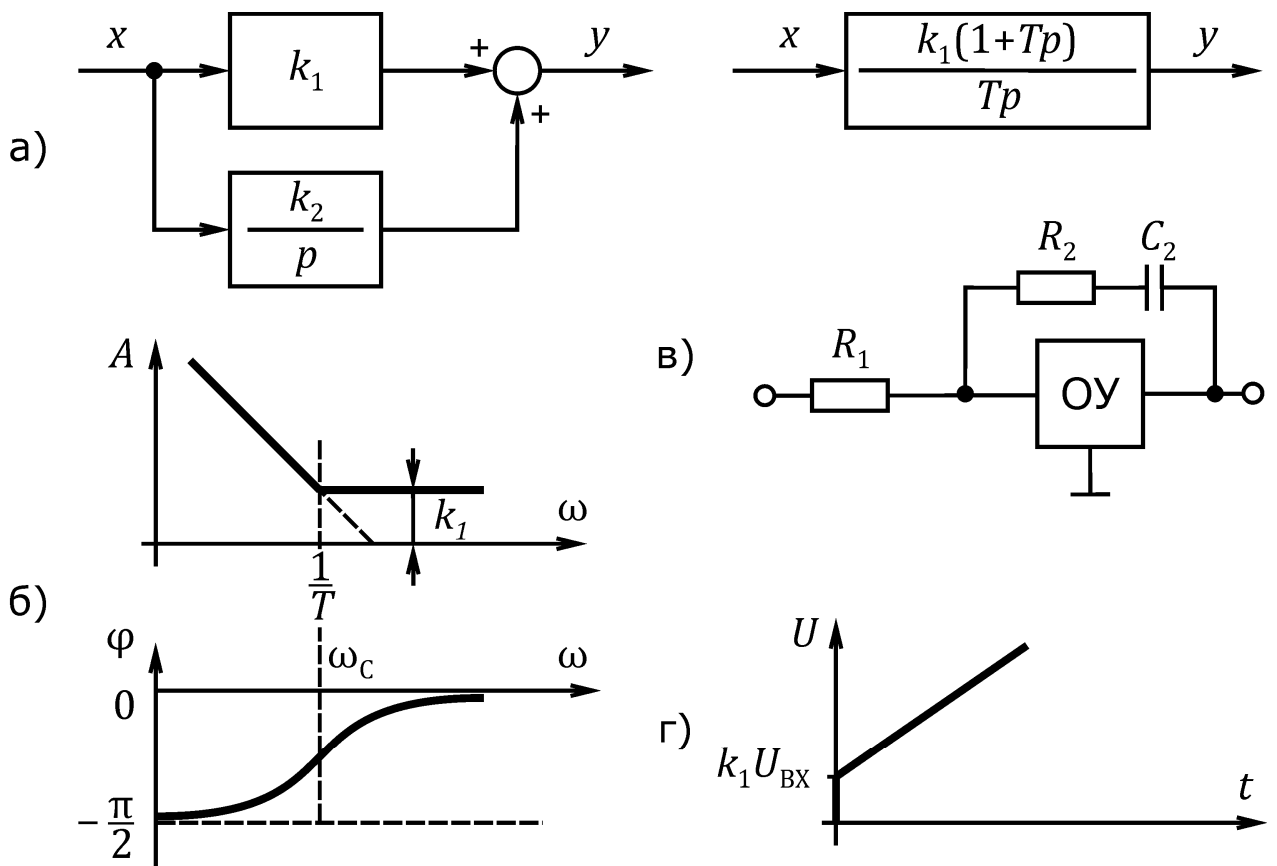


Рис. 3.10. Пропорционально-интегральное (ПИ-) звено: а) варианты структурной схемы; б) логарифмические амплитудная и фазовая характеристики; в) ПИ-регулятор; г) переходная функция

Асимптотическая ЛАЧХ ПИ-звена составлена из двух полупрямых, пересекающихся в точке $(\omega = 1/T; A(\omega) = k_1)$: при

$\omega < 1/T$ – наклонной полупрямой с единичным отрицательным наклоном, при $\omega > 1/T$ – горизонтальной (см. рис. 3.10 б). Фазовая частотная характеристика при частоте сопряжения $\omega = 1/T$ принимает значение $\varphi(\omega) = -\pi/4$. При $\omega \rightarrow 0$ $\varphi(\omega) \rightarrow -\pi/2$, а при $\omega \rightarrow \infty$ $\varphi(\omega) \rightarrow 0$ (см. рис. 3.10 б).

Переходная функция при $t = 0$ изменяется скачком до $y = k_1 U_{\text{ВХ}}$, затем нарастает линейно с темпом, определяемым величиной k_2 .

Пример 3.10. ПИ-регулятор (см. рис. 3.10 в) имеет передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{z_2}{z_1} = \frac{(1 + T_2 p)}{T_1 p},$$

где $z_1 = R_1$; $z_2 = R_2 + 1/(C_2 p)$ – комплексные сопротивления цепей на входе и в обратной связи операционного усилителя ОУ; $T_1 = R_1 C_2$; $T_2 = R_2 C_2$ – постоянные времени.

На малых частотах, когда $\omega < 1/T_2$, ёмкостное сопротивление конденсатора C_2 преобладает над величиной активного сопротивления резистора R_2 : $|x_C| = 1/(C_2 \omega) > R_2$. Это дает возможность приближенно принять $R_2 \approx 0$ и учитывать в цепи обратной связи ОУ только сопротивление конденсатора C_2 : $z_2 \approx 1/(C_2 \omega)$. Принципиальная электрическая схема ПИ-регулятора в этом диапазоне частот выглядит так же, как схема И-регулятора, а с ростом частоты ω амплитуда $A(\omega)$ снижается, как у И-регулятора (левая наклонная полупрямая амплитудной характеристики на рис. 3.10 б).

При $\omega > 1/T_2$ ёмкостное сопротивление конденсатора уменьшается настолько, что становится меньше активного сопротивления резистора R_2 : $|x_C| = 1/(C_2 \omega) < R_2$. Это дает возможность приближенно принять $|x_C| \approx 0$ и учитывать в цепи обратной связи ОУ только сопротивление резистора R_2 : $z_2 \approx R_2$. Принципиальная электрическая схема ПИ-регулятора в этом диапазоне частот выглядит так же, как схема П-регулятора. АЧХ $A(\omega) \approx R_2/R_1 = k_1$, с ростом частоты ω амплитуда $A(\omega)$ остается постоянной, частотная характеристика регулятора соответствует пропорциональному звену (правая горизонтальная полупрямая амплитудной характеристики на рис. 3.10 б).

При подаче скачка напряжения $U_{\text{ВХ}}$ выходное напряжение регулятора мгновенно увеличивается до значения $U_{\text{ВЫХ}} = k_1 U_{\text{ВХ}}$, так как в момент включения конденсатор C_2 можно заменить короткой. Затем $U_{\text{ВЫХ}}$ плавно и равномерно увеличивается с постоянной времени T_1 (см. рис. 3.10 г).

Неустойчивое инерционное звено описывается уравнением:

$$-y + T \frac{dy}{dt} = kx$$

и имеет передаточную функцию

$$W(p) = \frac{k}{(-1 + Tp)}$$

Здесь k – коэффициент усиления звена, T – его постоянная времени.

Структурную схему неустойчивого инерционного звена можно представить или одним звеном, или более сложной детализированной структурной схемой, получаемой путем комбинации элементарных звеньев – пропорционального и интегрирующего (рис. 3.11 а). На детализированной структурной схеме в отличие от схемы (см. рис. 3.6 а) устойчивого инерционного звена единичная обратная связь, охватывающая интегратор с постоянной времени T , является положительной, что делает неустойчивое инерционное звено неминимально-фазовым. Его ЛАЧХ совпадает полностью с ЛАЧХ устойчивого инерционного звена, но ЛФЧХ отличается существенно: при малых частотах она близка к горизонтальной прямой $\varphi(\omega) = -\pi$, затем по арктангенсоиде поднимается вверх, проходя через точку ($\omega = 1/T$; $\varphi(\omega) = -3\pi/4$), наконец, при $\omega \rightarrow \infty$ фазовая характеристика $\varphi(\omega) \rightarrow -\pi/2$ (см. рис. 3.11 б).

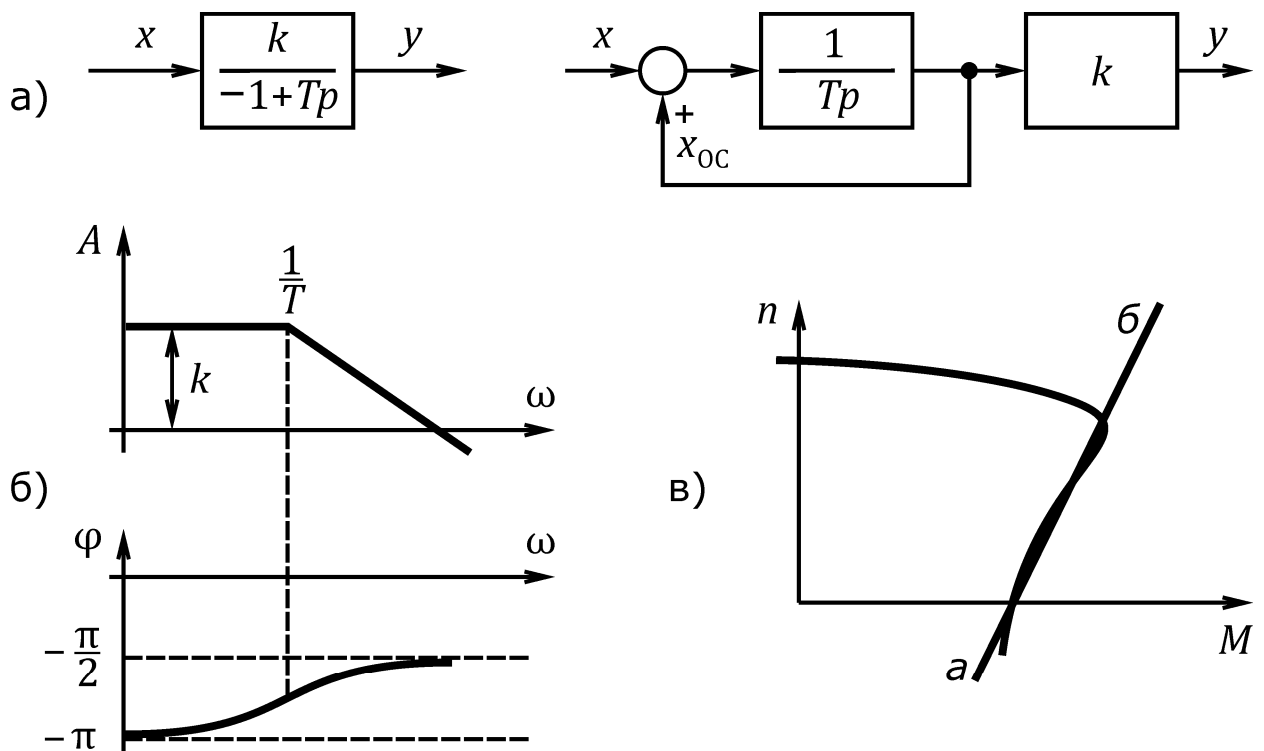


Рис. 3.11. Неустойчивое инерционное звено: а) структурные схемы; б) логарифмические амплитудная и фазовая характеристики; в) механическая характеристика асинхронного двигателя

Примером реального элемента, динамические свойства которого соответствуют неустойчивому инерционному звену, явля-

ется асинхронный двигатель при скоростях ниже критической. Участок механической характеристики двигателя от момента критического до момента пускового можно аппроксимировать наклонной прямой $a-b$ (см. рис. 3.11 в). Если предположительно за начальное состояние электродвигателя взять какую-либо точку на этой прямой, то любое, даже очень малое кратковременное изменение момента нагрузки вызовет или остановку двигателя (если момент нагрузки возрос), или его разгон до точки, находящейся на верхнем (“устойчивом”) участке его механической характеристики (если момент уменьшился).

- Запишите выражение для передаточной функции асинхронного двигателя при работе его на “неустойчивом” участке механической характеристики, если его критическая скорость $n_{кр} = 90$ рад/с; момент критический $M_{кр} = 240$ Нм; момент пусковой $M_{п} = 150$ Нм; момент инерции ротора $J = 2$ кгм².

3.3. Колебательное звено

В отличие от ранее рассмотренных простых динамических звеньев колебательное звено является более сложным, но его математическое описание и динамические характеристики полезно рассмотреть так же, как и предыдущих звеньев, так как, во-первых, это звено иногда входит составной частью в более сложные системы регулирования, существенно влияя на их динамические свойства, а во-вторых, процессы в устойчивых замкнутых системах регулирования часто достаточно точно могут быть описаны колебательным звеном второго порядка.

Колебательное звено описывается уравнением второго порядка

$$y + 2\xi T \frac{dy}{dt} + T^2 \frac{d^2y}{dt^2} = kx,$$

где k – коэффициент усиления звена; T – его постоянная времени; ξ – коэффициент затухания.

Характеристическое уравнение звена

$$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = 0.$$

Некоторые авторы делают замену, вводя понятие собственной частоты $\omega_0 = 1/T$. Тогда характеристическое уравнение принимает вид:

$$p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2 = 0.$$

Строго говоря, колебательным рассматриваемое звено можно называть лишь при $\xi < 1$, когда корни характеристического

уравнения комплексные и сопряженные. При $\xi > 1$ процесс аperiodический и протекает без выбросов. Из всех переходных процессов для различных ξ оптимальным считают процесс при $\xi = \sqrt{2}/2 \approx 0,7$. Этот процесс имеет наименьшее время регулирования $t_p \approx 3T$ при подаче скачка входного воздействия и имеет максимальное перерегулирование выходной переменной не более 5%.

Описание динамических свойств колебательного звена одним дифференциальным уравнением второго порядка применяют не всегда. Часто более удобно представить колебательное звено замкнутой системой, образованной более простыми звеньями, где последовательно включенные в прямой канал интегрирующее звено с постоянной времени T_1 и аperiodическое с постоянной T_2 охвачены единичной отрицательной обратной связью (рис. 7.4 а). В зависимости от величины отношения T_1/T_2 по-разному протекают процессы в колебательном звене. При $T_1 > T_2$ частота среза контура $\omega_c \approx 1/T_1$, а переходная функция имеет или монотонный (при $T_1 > 4T_2$), или (при $T_2 < T_1 < 4T_2$) слабоколебательный характер (см. рис. 7.4 б, в). При $T_1 < T_2$ частота среза контура $\omega_c \approx 1/\sqrt{T_1 T_2}$, а переходная функция носит колебательный характер (см. рис. 7.4 г, д).

Например, при $T_1 = 1$ с, $T_2 = 2T_1$ имеем: $\omega_c = 0,7$ рад/с, $\xi \approx 0,35$, на переходной функции колебательного звена первое перерегулирование $\Delta h(t) = 30\%$ и наступает за время $t_M \approx 4,5$ с. Когда $T_1 = T_2 = 1$ с, то $\omega_c \approx 1/T_1 = 1/T_2 = 1$ рад/с, $\xi = 0,5$, $\Delta h(t) = 15\%$, $t_M \approx 3,7$ с. При $T_1 = 1$ с и $T_2 = 0,5T_1$ звено характеризуется такими показателями: $\omega_c \approx 1/T_1 = 1$ рад/с, $\xi = 0,7$, перерегулирование не превышает $\Delta h(t) = 5\%$, а переходная функция достигает своего установившегося значения за время $t_{\text{пп}} \approx 2,8$ с.

3.4. Выводы

Любая сложная линейная система автоматического управления может быть представлена состоящей из самых простых (элементарных) звеньев, процессы в которых описываются лишь одной математической операцией: масштабированием (пропорциональным усилением), интегрированием или дифференцированием. Соединяя потом эти звенья различным образом, можно получать более сложные конструкции, которые тем не менее описываются сходными дифференциальными уравнениями. В результате, несмотря на весьма разное “анатомическое” строение систем разной физической природы, процессы регулирования, протекающие в них, оказываются весьма схожими, что позволяет использовать общий математический аппа-

рат, а опыт и знания, накопленные в одной отрасли техники, успешно применять и в других отраслях.

3.5. Контрольные вопросы

1. Кроме предложенных Вам, приведите сами дополнительные примеры пропорциональных, инерционных, интегрирующих, реальных дифференцирующих звеньев. Расскажите принцип работы этих устройств.

2. Поясните физический смысл постоянной времени инерционного звена.

3. На выходе интегрирующего звена установилось $x_{\text{ВЫХ}} = \text{const}$. Чему равен входной сигнал $x_{\text{ВХ}}$?

4. Рассмотрите совместно две аппроксимированные ЛАЧХ двигателя постоянного тока: первая – по каналу “напряжение на якоре – скорость” и вторая – “напряжение на якоре – ток якоря”. Поясните, какие главные факторы определяют вид этих характеристик при частотах $\omega < 1/T_M$ и какие – при $\omega > 1/T_M$. Почему так существенно отличаются эти два участка характеристик?

5. В своё время в теории электропривода существовало понятие “динамическая ёмкость”, когда обращалось внимание на полную аналогию в математическом описании процессов, происходящих в двигателе постоянного тока независимого возбуждения и RC -цепочке. Сопоставляя примеры 3.4, 3.5, 3.7 и 3.8, определите эквивалентную ёмкость двигателя, если $J_{\text{Я}} = 1 \text{ кгм}^2$, $R_{\text{Я}} = 0,1 \text{ Ом}$, $n_0 = 100 \text{ рад/с}$, $U_{\text{Н}} = 100 \text{ В}$?

6. На рис. 3.8 в, 3.10 б, 3.11 б фазовые частотные характеристики звеньев представлены арктангенсоидами. Замените их аппроксимированными ломанными по аналогии с рис. 3.6 г и оцените величину погрешности.

7. На рис. 3.7 а и 3.9 а изображены электрические цепи, в которых последовательно включены одни и те же элементы: резистор R и конденсатор C . При этом передаточные функции и ЛЧХ этих цепей совершенно разные. Почему?

4. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ

4.1. Основные элементы структурных схем

В инженерной практике дифференциальные уравнения, описывающие процессы в системе автоматического регулирования, стремятся представить в наиболее наглядной форме. Этому условию удовлетворяют структурные схемы, представляющие собой графическое изображение математической модели системы регулирования в виде соединений её звеньев.

Звено на структурной схеме условно обозначают в виде прямоугольника. Чаще внутри этого прямоугольника указывают передаточную функцию звена, а входную и выходную величины записывают в виде изображений. Реже – вместо передаточной функции указывают уравнение звена или его характеристику, а входную и выходную величины записывают в виде оригиналов.

Широкому и эффективному применению структурных схем способствовали следующие обстоятельства:

- на них отчетливо видны все каналы взаимодействия звеньев, их количественные и временные характеристики. Причинно-следственные связи, имеющиеся в сложной системе, выделяются наиболее отчетливо;

- преобразование уравнений к форме, удобной для исследования, проще и нагляднее производить по структурной схеме, используя набор простых стандартных правил;

- структурные схемы позволяют обобщить результаты исследования конкретной системы. Они, являясь математическими моделями реальных систем, учитывают лишь временные (динамические) особенности взаимодействия звеньев, отвлекаясь от их конкретной физической природы. При этом любую систему регулирования можно представить состоящей из элементарных звеньев, число возможных типов которых и вариантов соединений невелико.

Для изображения (начертания) структурных схем пользуются условными обозначениями математических операций и звеньев, которых немного. Это:

- связи (или линии), которые указывают направление передачи сигналов. На схеме они изображаются стрелками (рис. 4.1 а) с обозначением соответствующей переменной x_i ;

- звенья, которые на схеме условно изображают в виде прямоугольника. Внутри этого прямоугольника передаточной функцией, или уравнением, или характеристикой описывают характер преобразования сигнала, выполняемого звеном. Так,

на рис. 4.1 б звеном производится преобразование сигнала x_1 в x_2 в соответствии с уравнением: $x_2 = W(p)x_1$;

– сумматоры (элементы сравнения), в которых происходит сложение или вычитание сигналов. Например, сумматор (см. рис. 4.1 в) производит сложение сигналов x_1 и x_2 в соответствии с уравнением: $x_3 = x_1 + x_2$;

– узлы (точки разветвления), в которых сигнал расходится на несколько путей, ведущих к различным точкам системы (см. рис. 4.1 г).

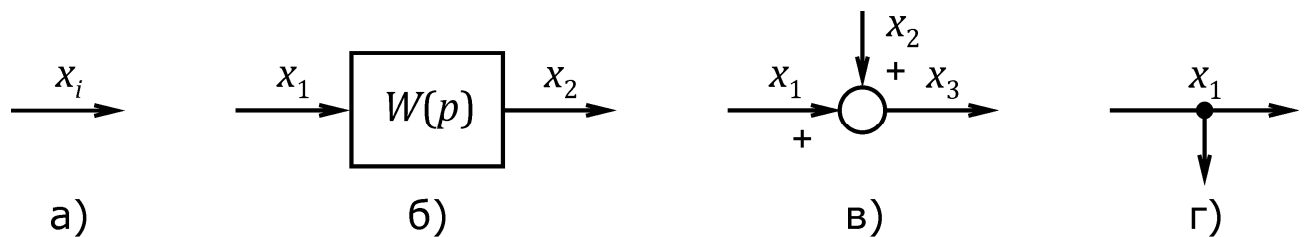


Рис. 4.1. Основные элементы структурной схемы системы регулирования: а) связь; б) звено; в) сумматор; г) узел

4.2. Правила преобразования структурных схем

С помощью структурных схем удобно выполнять преобразования системы дифференциальных уравнений, которые оформлены в виде типовых правил.

Целью преобразования структурных схем является или упрощение исходной многозвенной системы, или приведение исследуемых схем к одинаковой конфигурации (топологии) для сопоставления их характеристик. Сущность преобразования сводится или к изменению взаимного расположения сумматоров, узлов и(или) звеньев, дающих возможность последующего упрощения схемы, или замене передаточных функций типовых вариантов соединения звеньев одним звеном. Эти правила применимы к системам, в которых соблюдается принцип суперпозиции. В линейных системах с постоянными параметрами этот принцип соблюдается всегда.

Рассмотрим основные типовые случаи преобразования.

Перенос сумматора через звено. В исходной схеме (рис. 4.2 а) выполняется следующая зависимость между переменными:

$$x_5 = W_1 W_2 x_1 + W_2 x_3.$$

В результате преобразования приведенная зависимость не должна нарушаться. Тогда при переносе сумматора вперед (то

есть по ходу сигнала) необходимо добавить согласующее звено с передаточной функцией W_2 (см. рис. 4.2 б), то есть с передаточной функцией того звена, через которое переносится сумматор.

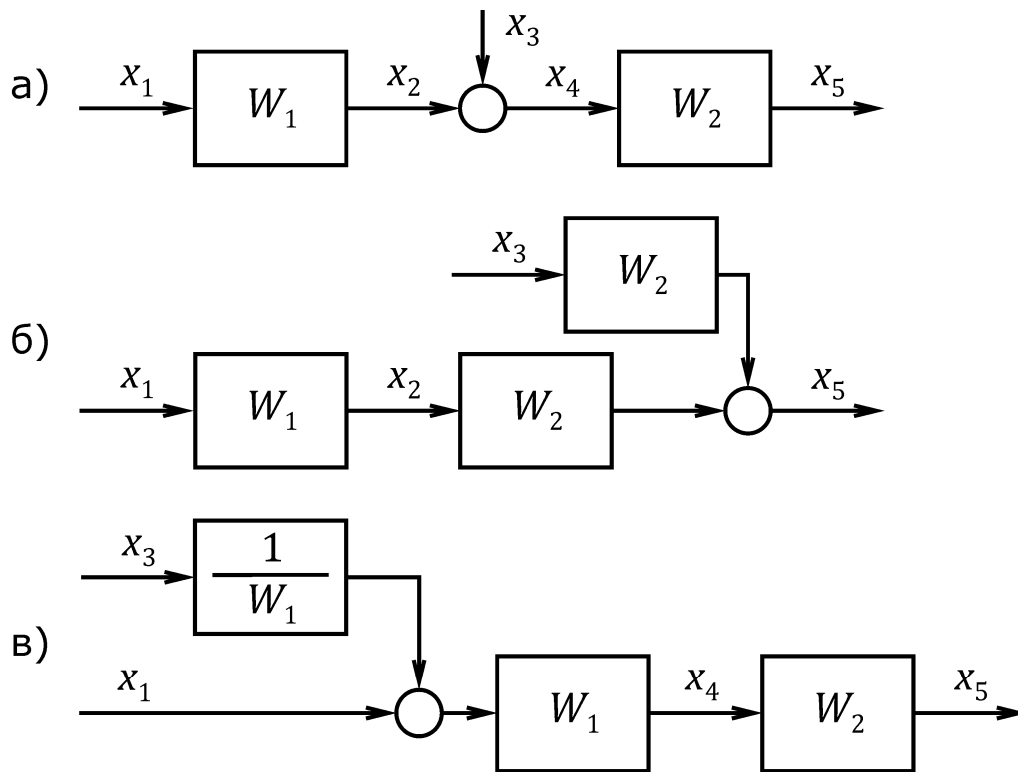


Рис. 4.2. Перенос сумматора через звено: а) исходная схема; б) перенос вперед; в) перенос назад

Если сумматор переносят назад (то есть против хода сигнала), то добавляется звено с передаточной функцией $1/W_1$, равной обратной передаточной функции звена, через которое переносят сумматор (см. рис. 4.2 в).

Заметим, что при переносе сумматора переменные тех связей, по которым “скользит” сумматор, утрачиваются. Так, при переносе сумматора вперед (см. рис. 4.2 б) утрачивается переменная x_4 , а назад (см. рис. 4.2 в) – переменная x_2 . На рис. 4.2 новые переменные не обозначены.

Перенос узла через звено. В исходной схеме (рис. 4.3 а) выполняются соотношения:

$$x_2 = W_1 x_1 \quad \text{и} \quad x_3 = W_1 W_2 x_1.$$

Чтобы эти соотношения не нарушить, при переносе узла вперед нужно добавить звено с передаточной функцией $1/W_2$ (см. рис. 4.3 б), то есть равной обратной передаточной функции звена, через которое переносится узел. И наоборот, при переносе узла назад (см. рис. 4.3 в) необходимо добавить звено с

передаточной функцией W_1 звена, через которое переносится узел.

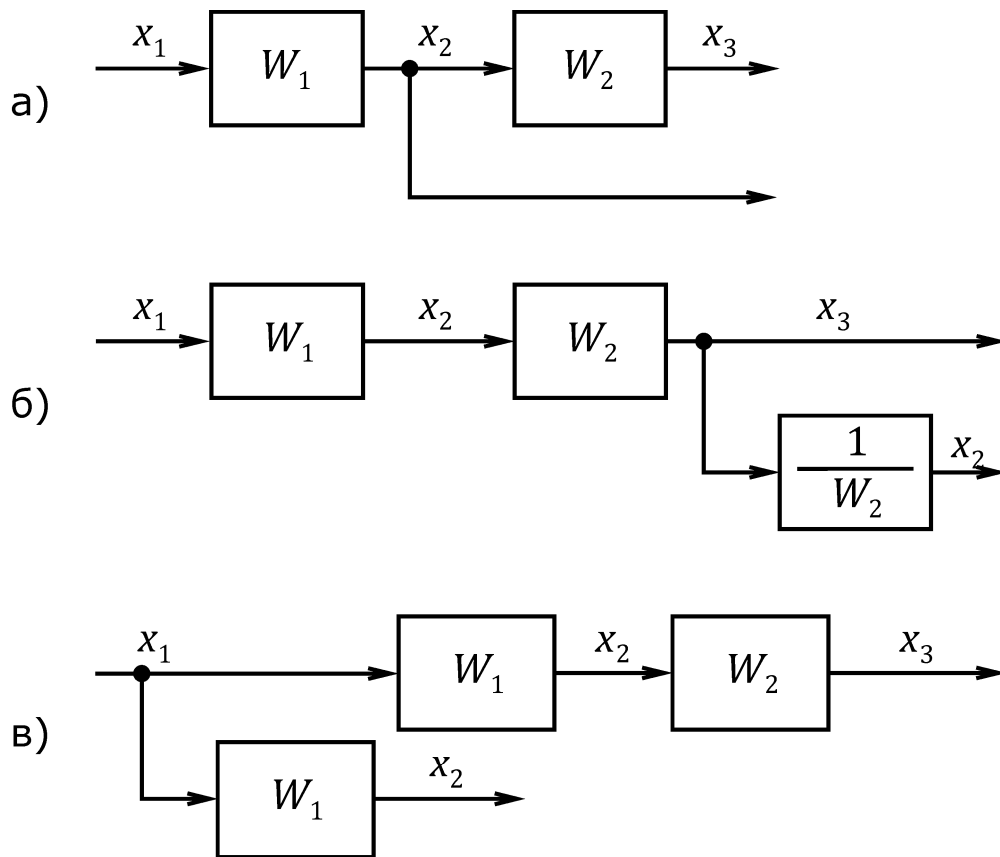


Рис. 4.3. Перенос узла через звено: а) исходная схема; б) перенос вперед; в) перенос назад

Перенос узла через сумматор и наоборот. При переносе узла через сумматор вперед (или сумматора через узел назад) исходную схему (рис. 4.4 а) необходимо изменить в соответствии с рис. 4.4 б: дополнительно, кроме исходного сумматора 1, добавить сумматор 2, реализующий арифметическую операцию $x_1 = x_3 - x_2$.

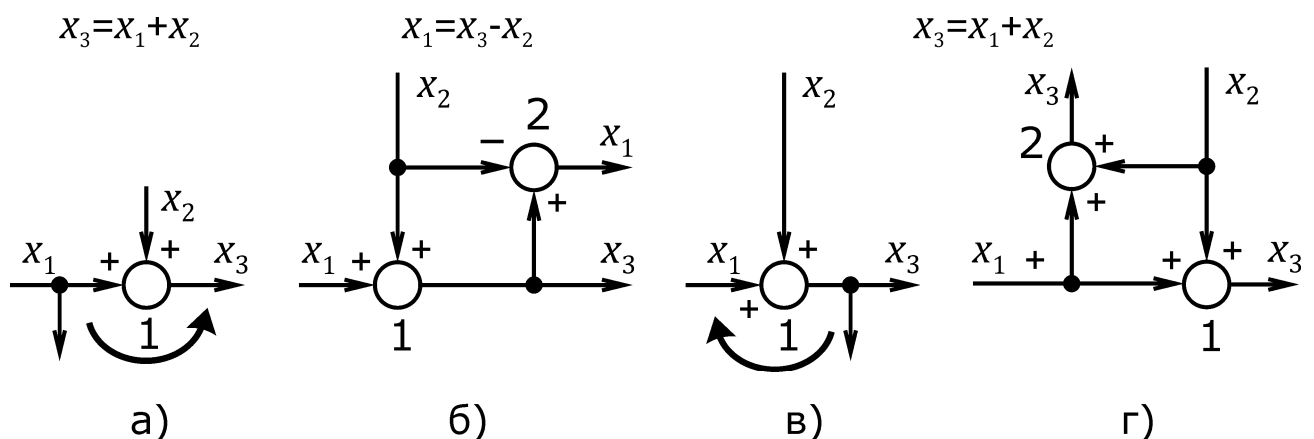


Рис. 4.4. Перенос узла через сумматор вперед (а,б) и назад (в,г): исходные схемы (а,в), преобразованные (б,г)

При переносе узла через сумматор назад (или сумматора через узел вперед) в исходную схему (см. рис. 4.4 в) необходимо внести дополнительные связи в соответствии с рис. 4.4 г.

4.3. Структурные схемы и передаточные функции многозвенных систем регулирования

Последовательное соединение звеньев. Цепочку последовательно соединенных звеньев (рис. 4.5 а) можно заменить одним звеном с передаточной функцией W (см. рис. 4.5 б).

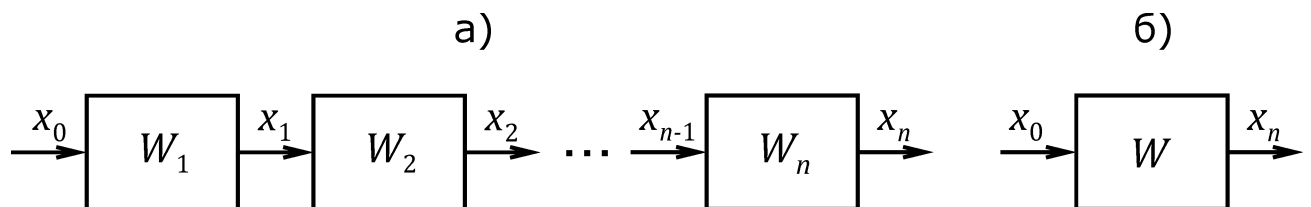


Рис. 4.5. Последовательное соединение звеньев: а) исходная схема; б) преобразованная

В исходной схеме запишем уравнения звеньев:

$$x_1 = W_1 x_0; \quad x_2 = W_2 x_1; \quad \dots; \quad x_n = W_n x_{n-1}.$$

Исключив в этих уравнениях промежуточные переменные, получим:

$$x_n = W_1 W_2 \cdot \dots \cdot W_n x_0 = W x_0;$$

откуда

$$W = W_1 W_2 \cdot \dots \cdot W_n,$$

то есть передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций этих звеньев.

Согласно-параллельное соединение звеньев. В соответствии со схемой (рис. 4.6 а) имеем:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 + x_3 = W_1 x_0 + W_2 x_0 + W_3 x_0 = \\ &= (W_1 + W_2 + W_3) \cdot x_0 = W \cdot x_0, \end{aligned}$$

то есть передаточная функция параллельного соединения звеньев равна сумме передаточных функций отдельных входящих в него каналов.

Встречно-параллельное соединение звеньев (звено, охваченное обратной связью). На основании схемы (рис. 4.7) запишем уравнения звеньев, входящих в замкнутую систему.

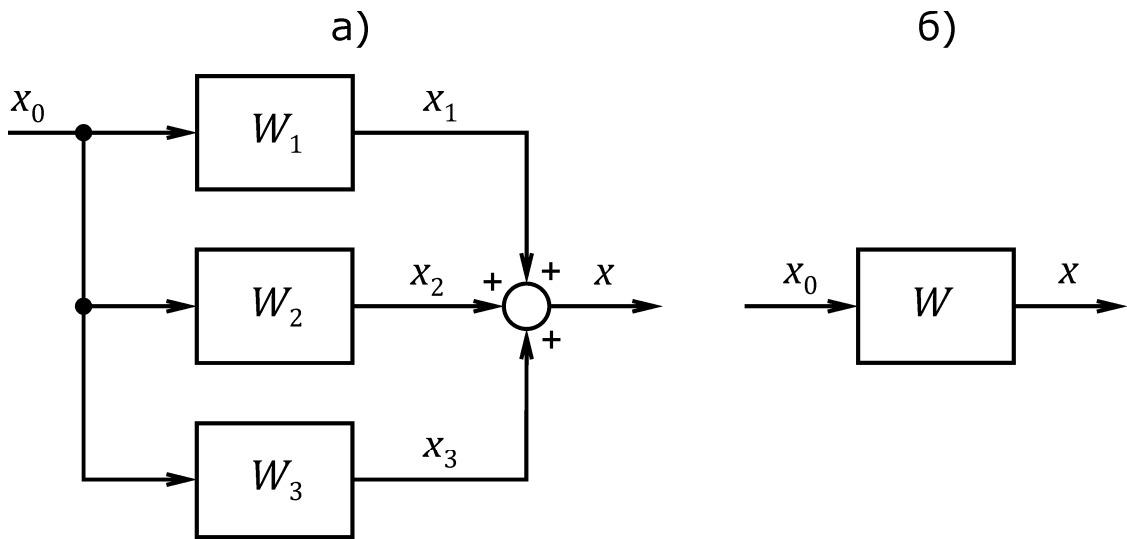


Рис. 4.6. Согласно-параллельное соединение звеньев: а) исходная схема; б) преобразованная

Уравнение прямого канала:

$$x_2 = W_1 \cdot x_4;$$

канала отрицательной обратной связи:

$$x_3 = W_2 \cdot x_2;$$

узла сравнения входных сигналов (уравнение замыкания):

$$x_4 = x_1 - x_3.$$

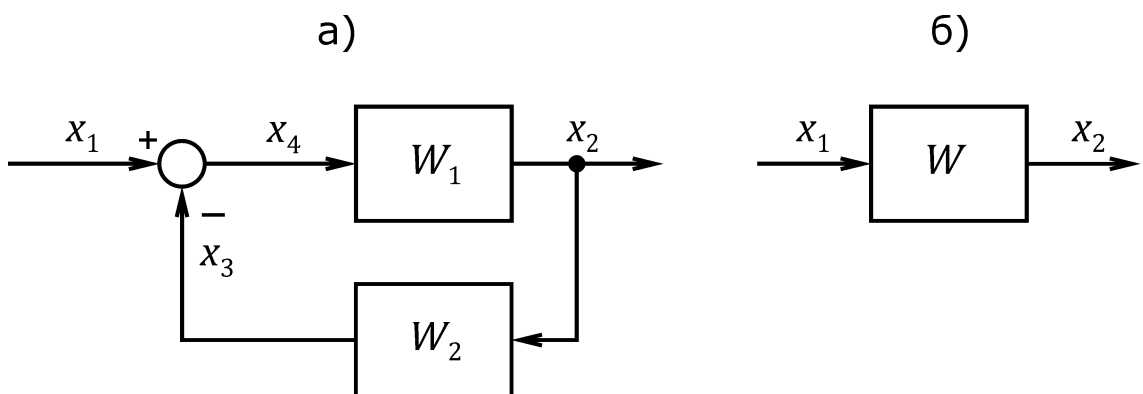


Рис. 4.7. Встречно-параллельное соединение звеньев: а) исходная схема; б) преобразованная

Исключая из уравнений промежуточные переменные x_3 и x_4 , получим:

$$x_2 = \frac{W_1 x_1}{1 + W_1 W_2}.$$

Из последнего выражения следует важное правило для передаточной функции замкнутой системы (звена, охваченного отрицательной обратной связью):

Передаточная функция замкнутой системы равна передаточной функции прямого канала, деленной на единицу плюс передаточную функцию разомкнутой цепи:

$$W_{\text{ЗАМКН}} = \frac{W_{\text{ПРЯМ}}}{1 + W_{\text{РАЗОМКН}}} = \frac{W_1}{1 + W_1 W_2}.$$

В случае положительной обратной связи перед передаточной функцией разомкнутой цепи необходимо ставить знак минус.

В некоторых случаях бывает необходимо перенести передаточную функцию прямого канала в канал обратной связи и наоборот. Тогда получаем структурную схему (рис. 4.8 б).

Одноконтурная система регулирования (рис. 4.9). Эта система после размыкания её в любом месте приводится к последовательному соединению звеньев, которое не содержит ни параллельных, ни местных обратных связей.

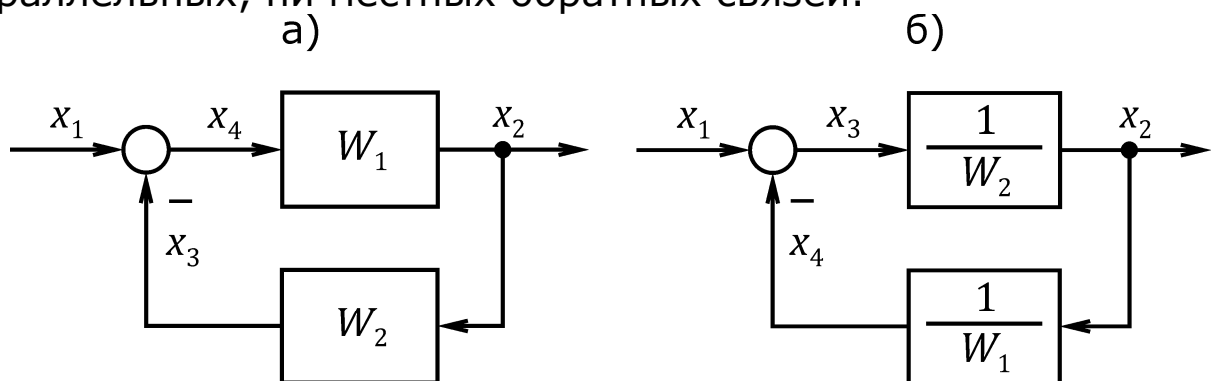


Рис. 4.8. Перемещение звеньев прямого канала в канал обратной связи и наоборот: а) исходная схема; б) преобразованная

Записав уравнения состояния для отдельных звеньев и исключив промежуточные переменные, по аналогии с предыдущим случаем получим:

$$x_3 = x_1 \frac{W_1 W_2 W_3}{1 + W_1 W_2 W_3 W_4} + x_2 \frac{W_3}{1 + W_1 W_2 W_3 W_4},$$

откуда следует правило:

Передаточная функция одноконтурной системы равна дроби, в которой числитель равен передаточной функции прямого канала, а знаменатель – единице плюс передаточная функция разомкнутой системы.

Прямой канал образуют звенья, расположенные между местом приложения входного воздействия и выходной перемен-

ной. Для воздействия x_1 – это звенья с передаточными функциями W_1 , W_2 и W_3 , а для x_2 – звено W_3 .

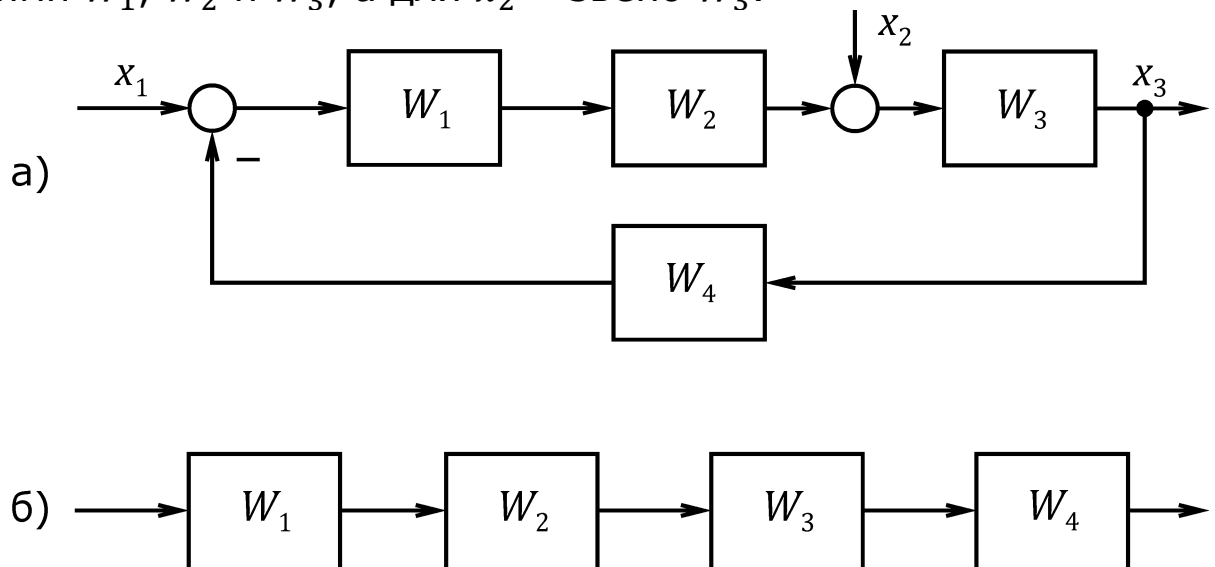


Рис. 4.9. Одноконтурная система регулирования: а) замкнутая система; б) разомкнутая

В случае положительной обратной связи знак плюс перед передаточной функцией разомкнутой цепи заменяется на минус.

Многоконтурная система. Замкнутую систему регулирования называют многоконтурной, если после её размыкания получается цепь, содержащая местные параллельные или обратные связи. Пример такой системы изображен на рис. 4.10. Здесь после размыкания канала главной обратной связи (например, на выходе звена W_6) звенья W_1 и W_2 остаются включенными согласно-параллельно, а звенья W_4 и W_5 образуют контур местной обратной связи.

Для вычисления передаточной функции многоконтурной системы необходимо сначала привести её к одноконтурной схеме, применяя описанные ранее правила преобразования структурных схем. Так, схему (см. рис. 4.10 а) удобно привести к одноконтурному виду, если во-первых, согласно-параллельные звенья W_1 и W_2 заменить одним звеном с передаточной функцией

$$W_7 = W_1 + W_2,$$

и, во-вторых, местный замкнутый контур, образованный звеньями W_4 и W_5 , тоже заменить одним звеном с передаточной функцией

$$W_8 = \frac{W_4}{1 + W_4 W_5}.$$

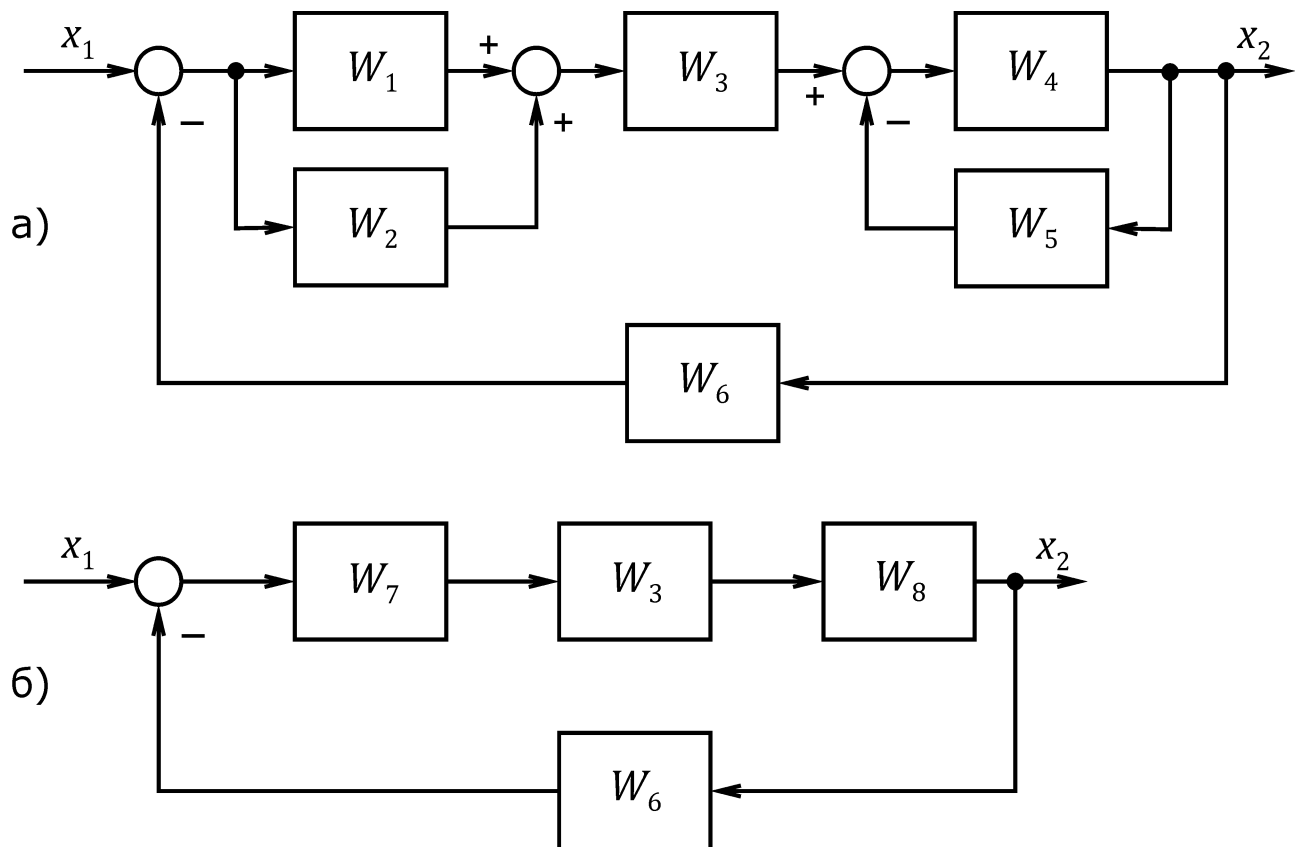


Рис. 4.10. Пример многоконтурной системы регулирования без перекрестных связей: а) исходная схема; б) преобразованная схема

Полученная таким образом одноконтурная система (см. рис. 4.10 б) позволяет найти передаточные функции по любому входному воздействию.

Многоконтурная система с перекрестными связями. Многоконтурная система имеет перекрестные связи, если контур обратной или параллельной связи охватывает участок цепи, содержащий только начало или только конец другой обратной или параллельной связи. Устранить перекрестные связи можно, используя правила преобразования структурных схем (прежде всего, переносом сумматоров или узлов). После чего находится передаточная функция получившейся многоконтурной или одноконтурной системы без перекрестных связей.

Пример многоконтурной системы с перекрестными связями изображен на рис. 4.11. На исходной схеме (см. рис. 4.11 а) контуры *A* и *B* являются перекрестными. Избавиться от перекрестных связей можно или переносом узла x_2 на выход системы (см. рис. 4.11 б), или переносом сумматора 2 к сумматору 1 (см. рис. 4.11 в). Выбор того или иного способа диктуется особенностями конкретной задачи.

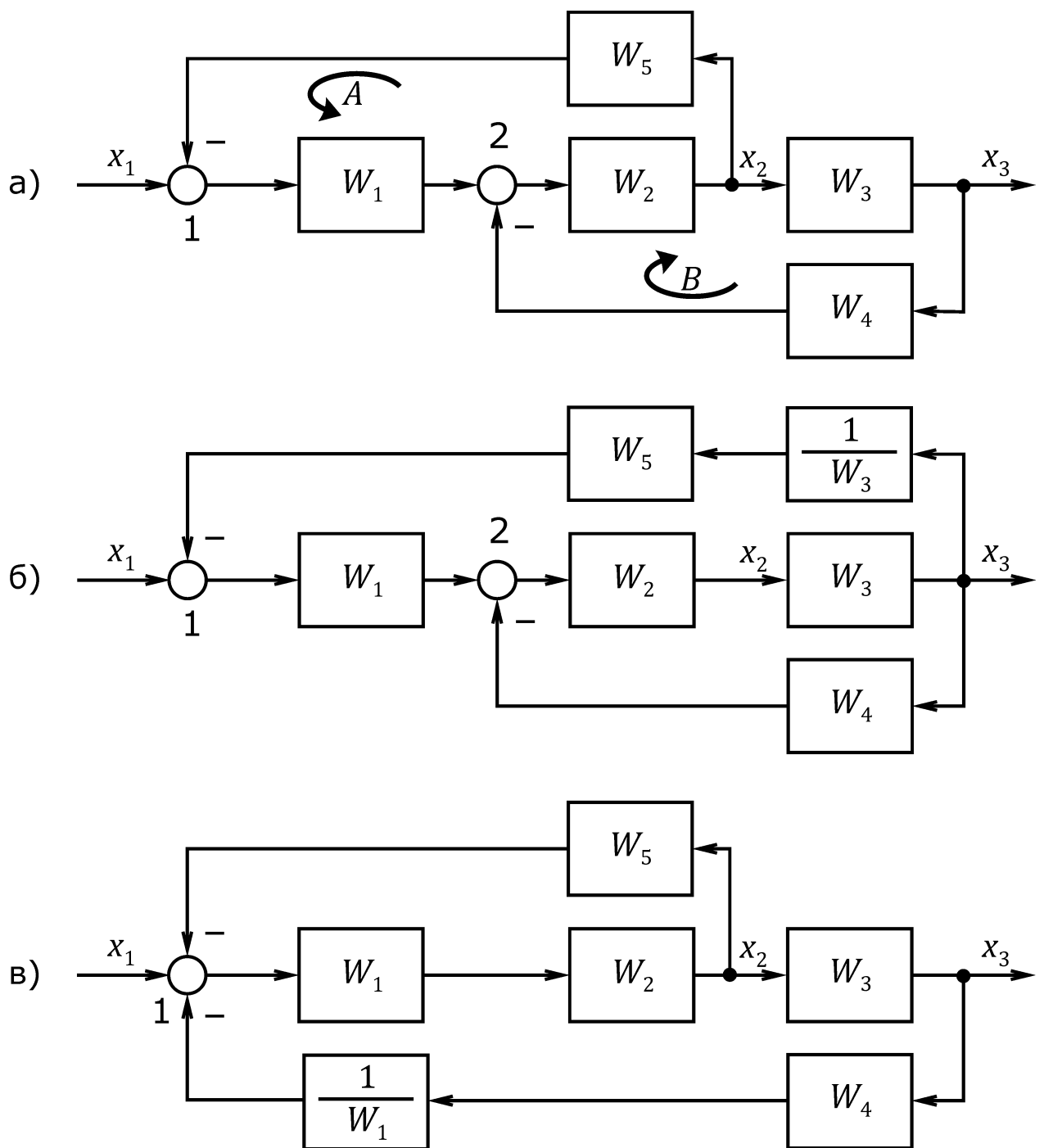


Рис. 4.11. Пример многоконтурной системы регулирования с перекрестными связями: а) исходная схема; б) узел x_2 перенесен вперед; в) сумматор 2 перенесен к сумматору 1

4.4. Относительные единицы

В теории автоматического управления широко применяются математические модели в относительных единицах, что обусловлено рядом их преимуществ. Прежде всего, при этом сокращается число коэффициентов в математическом описании системы, так как коэффициенты усиления многих звеньев можно сделать единичными. Параметры, которые характеризуют динамические свойства звеньев, остаются лишь двух типов: это или постоянные времени, или безразмерные коэффициенты

усиления. Параметры других размерностей, что наблюдается обычно в исходных уравнениях, отсутствуют. Это позволяет реализовать однотипность определения постоянных времени звеньев и их коэффициентов усиления, что, в свою очередь, приводит к более ясному пониманию физического смысла параметров звеньев, а также позволяет легко сравнивать математические модели систем регулирования, имеющих очень разную физическую природу.

В технической литературе процедуру перехода к относительным единицам называют также **нормированием** схемы. Условимся переменные, представленные в относительных единицах, обозначать теми же буквами, что и в абсолютных, но с чертой над буквой. Например, x – переменная, выраженная в абсолютных единицах, \bar{x} – относительное значение той же переменной.

Как известно, любую переменную величину x (её абсолютное значение) можно выразить через её относительное значение \bar{x} и некоторое постоянное число $x_{\text{БАЗ}}$, принятое за базовое значение переменной x :

$$x = \bar{x} \cdot x_{\text{БАЗ}}.$$

Чтобы переход к относительным единицам мог дать максимум удобств при записи уравнений состояния системы регулирования, полезно соблюдать ряд правил:

- за базовые значения переменных, описывающих состояние силовых звеньев (например, электродвигателей, генераторов, вентильных преобразователей), целесообразно принимать или их номинальные, или максимальные значения. Это придает наглядность вычислениям и облегчает построение графиков;

- базовые значения переменных звеньев, включенных последовательно, следует стремиться выбирать так, чтобы коэффициенты усиления максимального числа звеньев стали единичными. Естественно, это упрощает математические выкладки;

- переменные, сходящиеся к одному сумматору, должны измеряться в долях от одной общей базовой величины.

Рассмотрим несколько случаев выбора базовых величин переменных при переходе к относительным единицам.

Пропорциональное звено. Исходное уравнение звена в абсолютных единицах (рис. 4.12 а):

$$x_2 = k_{\text{АБС}} \cdot x_1,$$

где x_1 и x_2 – входная и выходная переменные; $k_{\text{АБС}}$ – коэффициент усиления звена абсолютный, размерность которого определяется размерностями x_1 и x_2 .

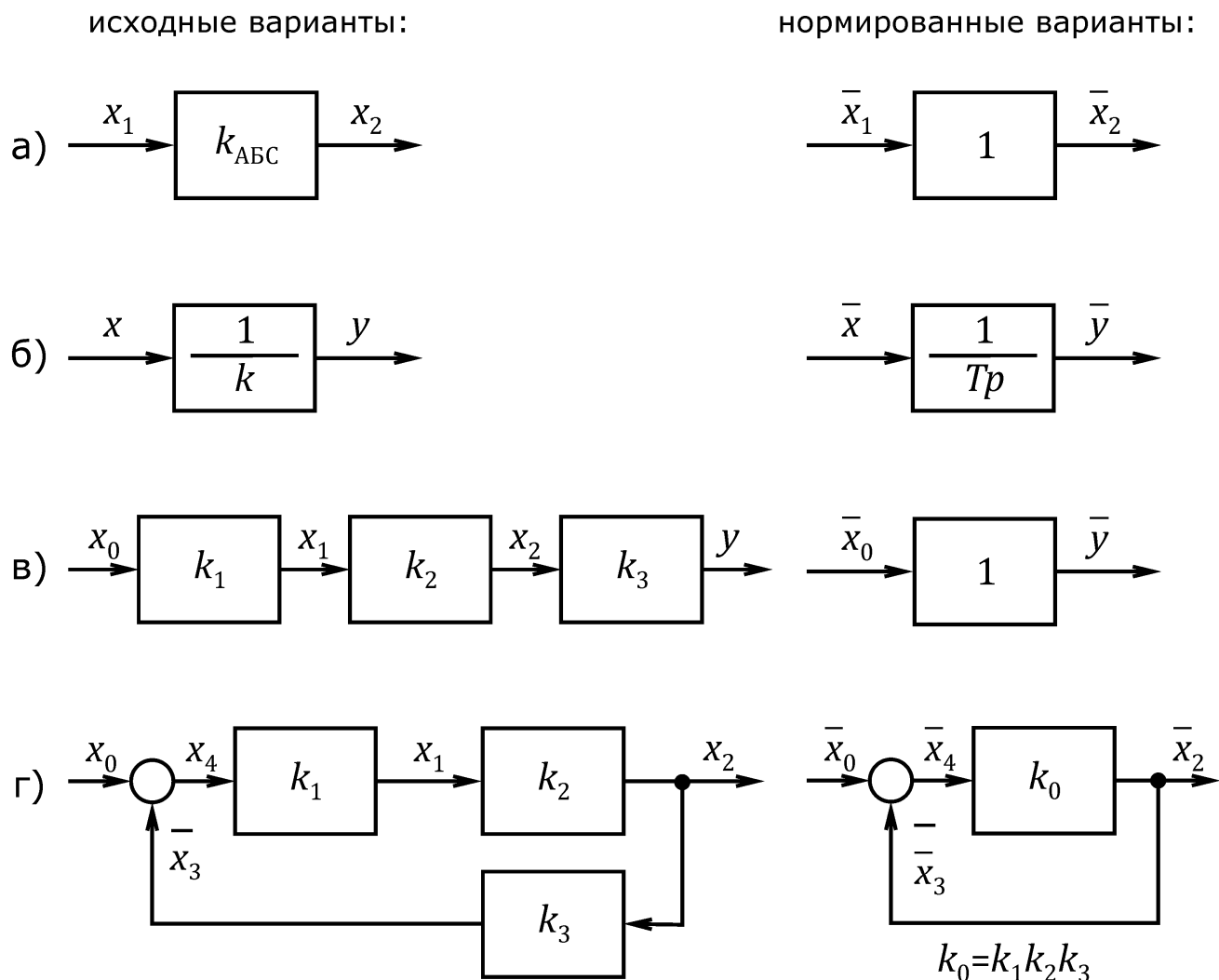


Рис. 4.12. Варианты выбора базовых величин переменных:
 а) в пропорциональном звене; б) в интегральном звене;
 в) при последовательном соединении звеньев; г) в замкнутой системе

Выберем базовые значения переменных $x_{1Б}$ и $x_{2Б}$ и перепишем исходное уравнение, введя относительные значения переменных:

$$\bar{x}_2 x_{2Б} = k_{ABC} \bar{x}_1 x_{1Б};$$

откуда

$$\bar{x}_2 = k_{ABC} \frac{x_{1Б}}{x_{2Б}} \bar{x}_1 = k_{ОТН} \bar{x}_1.$$

Здесь $k_{ОТН} = k_{ABC} x_{1Б} / x_{2Б}$ – коэффициент усиления звена в относительных единицах.

Если выбрать одну из базовых величин произвольно, а вторую – из условия:

$$x_{2Б} = k_{ABC} x_{1Б},$$

то в относительных единицах коэффициент усиления звена

$$k_{\text{ОТН}} = \frac{\Delta \bar{x}_2}{\Delta \bar{x}_1} = 1.$$

Интегрирующее звено. В общем виде исходное уравнение этого звена имеет вид:

$$y = k \int_0^t x dt,$$

где k – коэффициент пропорциональности; x, y – входная и выходная переменные. При этом, как правило, все переменные и коэффициенты – величины размерные.

Перейдем к относительным единицам:

$$y = \bar{y}y_B, \quad x = \bar{x}x_B,$$

где \bar{x} и \bar{y} – относительные значения переменных x и y ; x_B и y_B – их базовые значения.

Тогда уравнение интегрирующего звена в относительных единицах запишется:

$$\bar{y} = k \frac{x_B}{y_B} \int_0^t \bar{x} dt = \frac{1}{T_B} \int_0^t \bar{x} dt,$$

где $T_B = y_B / (kx_B)$ – базовая постоянная времени интегрирующего звена. Она всегда имеет размерность времени.

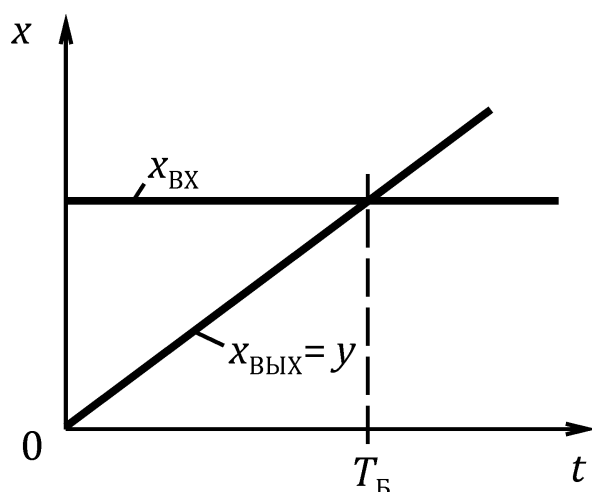


Рис. 4.13. Переходная функция интегрирующего звена

Выясним физический смысл базовой постоянной времени T_B . Подадим на вход этого звена единичную ступенчатую функцию $x = 1(t)$. Тогда выходная величина звена будет изменяться во времени по линейному закону: $y = t/T_B$ и за время $t = T_B$ выходная переменная изменится тоже на единицу (рис. 4.13). Тогда, T_B – это время, за которое выходная величина y изменится от нуля до базового значения y_B , если на

вход интегрирующего звена подан постоянный сигнал, равный x_B .

Пример 4.1. Дадим интерпретацию базовой постоянной времени для одного из конкретных случаев. Возьмем уравнение, которое описывает движение вращающихся механических масс электродвигателя:

$$M - M_c = M_{\text{дин}} = Jpn.$$

Здесь M , M_c , $M_{\text{дин}}$ – моменты электромагнитный (развиваемый электродвигателем), статической нагрузки (приложенный к валу со стороны рабочего механизма) и динамический (результатирующий), Нм; J – момент инерции вращающихся масс электродвигателя (связанных с его якорем), кгм²; n – угловая скорость вращения вала электродвигателя, рад/с; $p = d/dt$ – символ дифференцирования в уравнении механического движения электродвигателя, 1/с.

На структурных схемах электропривода за выходную переменную звена, описывающего механическое движение электропривода, как правило, выбирают угловую скорость n , а за входную – суммарный момент. Тогда

$$n = \frac{M_{\text{дин}}}{Jp}.$$

Запишем уравнение механического движения электропривода в относительных единицах, взяв за базовое значение скорости скорость идеального холостого хода n_0 при номинальных напряжении на якоре двигателя и магнитном потоке, а за базовое значение момента – величину электромагнитного момента при номинальном токе якоря. Тогда

$$n = \bar{n}n_0 \text{ и } M = \bar{M}M_B,$$

а уравнение движения примет вид:

$$\bar{n}n_0 = \bar{M}_{\text{дин}} \frac{M_B}{Jp},$$

откуда

$$\bar{n} = \bar{M}_{\text{дин}} \frac{M_B}{Jn_0p} = \frac{\bar{M}_{\text{дин}}}{T_D p}.$$

Здесь $T_D = Jn_0/M_B$ – постоянная времени, которая в теории электропривода получила название механической постоянной времени электропривода.

Выясним физический смысл постоянной времени T_D . Распространяя общее определение базовой постоянной времени T_B интегрирующего звена на данный случай, дадим следующее возможное определение механической постоянной времени электропривода: T_D – это время равномерного разгона электропривода от нуля до базовой скорости (скорости идеального холостого хода n_0) под действием постоянного динамического момента, равного базовому значению (номинальному электромагнитному моменту M_B).

В электроприводах постоянного тока с двигателями независимого возбуждения часто вместо уравнения моментов пользуются уравнением токов:

$$I_{\text{я}} - I_c = I_D.$$

Здесь $I_{\text{я}}$ – ток якоря двигателя, пропорциональный электромагнитному моменту двигателя M ; I_c – статическая составляющая тока, пропорциональная

M_C ; I_D – динамическая составляющая тока, пропорциональная $M_{\text{дин}}$. В относительных единицах уравнения токов и моментов совпадают, то есть $\bar{I} = \bar{M}$.

Последовательное соединение звеньев. При последовательном соединении звеньев выбор базовых величин переменных каждого звена целесообразно производить, как на рис. 4.12 а. Тогда коэффициент усиления последовательно включенных звеньев можно сделать единичным. Так, на схеме (см. рис. 4.12 в) коэффициент усиления трех последовательно включенных звеньев

$$k_{\text{АБС}} = \frac{\Delta y}{\Delta x_0} = k_1 k_2 k_3.$$

Если выбрать базовые величины переменных из условий:

$$x_{2Б} = \frac{y_Б}{k_3}; \quad x_{1Б} = \frac{x_{2Б}}{k_2}; \quad x_{0Б} = \frac{x_{1Б}}{k_1},$$

то в относительных единицах

$$k_{\text{ОТН}} = \frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}_0} = k_{1\text{ОТН}} k_{2\text{ОТН}} k_{3\text{ОТН}} = 1,$$

что способствует упрощению расчетов.

Заметим также, что при переходе к относительным величинам в соответствии с описанным правилом абсолютный коэффициент усиления последовательно соединенных звеньев

$$k_{\text{АБС}} = \frac{y_Б}{x_{0Б}} = k_{1\text{АБС}} k_{2\text{АБС}} k_{3\text{АБС}}.$$

Сумматор. В этом случае следует стремиться все величины, сходящиеся к одному сумматору, измерять одним базовым значением. Например, при питании обмотки якоря двигателя постоянного тока от регулируемого источника напряжения ЭДС двигателя и ЭДС источника питания обычно измеряют в долях от номинального напряжения на якоре двигателя. При этом номинальное (по паспорту) напряжение источника питания может быть совсем иным и не совпадать с номинальным напряжением якоря двигателя.

В тех случаях, когда регулируемые переменные, сходящиеся в одном сумматоре, нет возможности измерять одной базовой величиной, необходимо их привести к одной, чаще выходной переменной. Как это делается, поясним на примерах.

Пример 4.2. В пропорциональном регуляторе (рис. 4.14 а) сравниваются напряжения U_1 и U_2 . Если $R_1 \neq R_2$, то коэффициенты передачи по входам R_1 и

R_2 могут не совпадать. В этом случае целесообразно базовые напряжения $U_{1Б}$ и $U_{2Б}$ выбирать, учитывая соотношение:

$$U_{1Б} = U_{2Б} \frac{R_1}{R_2},$$

которое вытекает из условия равенства базовых значений входных токов, протекающих через резисторы R_1 и R_2 .

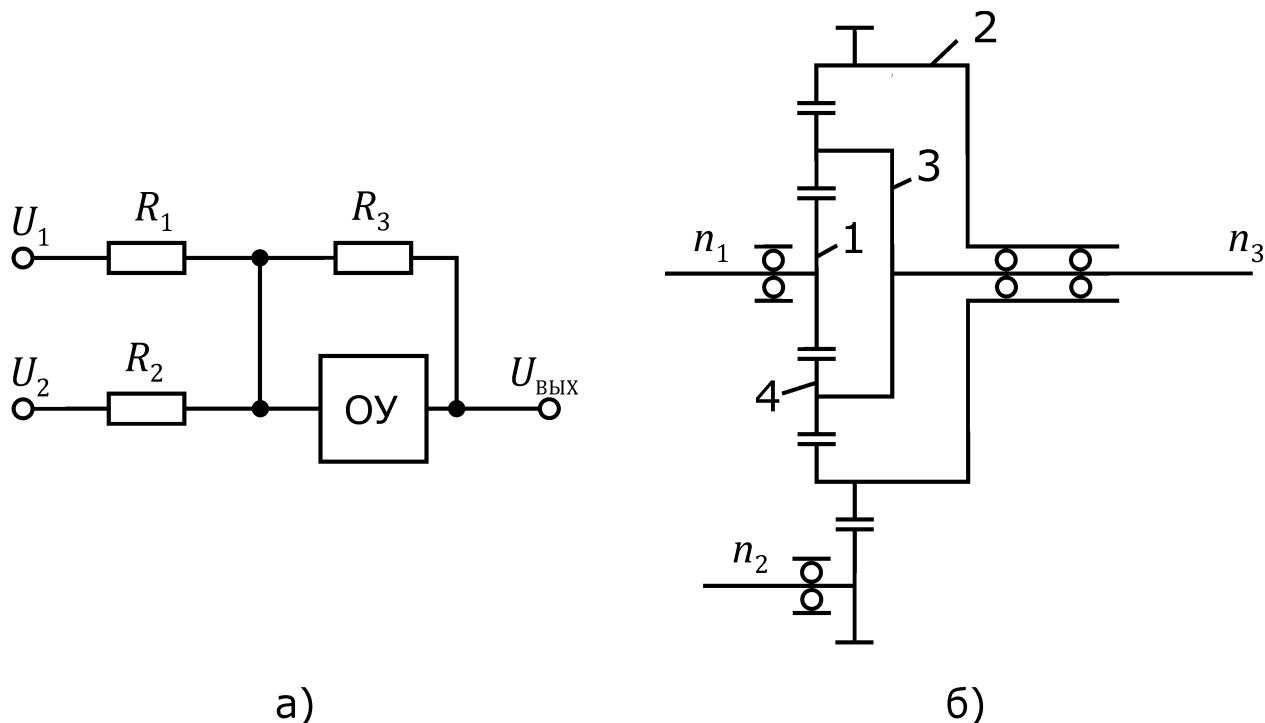


Рис. 4.14. К выбору базовых величин суммирующих звеньев:
а) пропорциональный регулятор; б) дифференциальный редуктор

Пример 4.3. В многоканальных системах регулирования электромеханических систем для сложения движений используются дифференциальные механические передачи, в частности, с применением планетарных редукторов.

Простейший планетарный ряд (см. рис. 4.14 б) содержит малую внутреннюю (солнечную) шестерню 1 с числом зубьев z_C , большое внешнее (эпицикл) колесо 2 с числом зубьев $z_Э$ и водило 3, на котором установлены промежуточные шестерни 4 (сателлиты). Звенья 1, 2 и 3 совершают вращательное движение вокруг общей оси, которая неподвижна. Оси сателлитов 4 совершают плоско-параллельное движение.

Если закрепить неподвижно звено 2, а солнечную шестерню 1 вращать, то водило 3 придет во вращение. Если закрепить шестерню 1, а вращать эпицикл 2, то водило 3 также будет вращаться. При одновременном вращении звеньев 1 и 2 угловая скорость водила 3

$$n_3 = \frac{n_1}{1+k} + \frac{n_2 k}{1+k},$$

где n_1 и n_2 – угловые скорости звеньев 1 и 2; $k = z_Э/z_C$ – главное передаточное число планетарного ряда.

Выбирая базовые значения для угловых скоростей звеньев 1, 2 и 3 из условий:

$$n_{1Б} = (1 + k)n_{3Б} \text{ и } n_{2Б} = \frac{n_{3Б}(1 + k)}{k},$$

получаем в системе относительных единиц простое уравнение скоростей планетарного ряда:

$$\bar{n}_3 = \bar{n}_1 + \bar{n}_2.$$

При неучете потерь уравнение моментов на валах 1, 2 и 3 планетарного ряда подчиняется условиям:

$$M_3 = (1 + k)M_1 = \frac{M_2(1 + k)}{k}.$$

Выбирая базовые величины моментов из условий:

$$M_{1Б} = \frac{M_{3Б}}{1 + k} \text{ и } M_{2Б} = \frac{M_{3Б}k}{1 + k},$$

приходим к общеизвестным уравнениям, отражающим равенство приведенных относительных моментов на валах 1, 2 и 3 планетарного ряда дифференциального редуктора:

$$\bar{M}_1 = \bar{M}_2 = \bar{M}_3.$$

Замкнутая система. Применим к схеме (см. рис. 4.12 г) рассмотренные выше правила перехода к относительным единицам (нормирования структурной схемы). Начнём, например, процедуру назначения базовых величин переменных с сигнала x_3 на выходе звена обратной связи с коэффициентом передачи k_3 . Тем самым будут однозначно заданы базовые значения сигналов x_0 и x_4 . Продолжая затем последовательно процедуру назначения базовых величин переменных x_2 и x_1 , мы можем придать звеньям с исходными значениями коэффициентов передачи k_3 и k_2 любые удобные (чаще – единичные) значения. Но когда дойдет очередь до звена с коэффициентом передачи k_1 , то обнаружится, что свободно назначить базовые значения переменных для этого звена не удастся, так как базовые значения как входной, так и выходной переменных уже были выбраны ранее. Следовательно, величина коэффициента усиления этого звена в системе относительных единиц будет задана принудительно и вовсе не должна быть единичной (или другого удобного значения).

Такие звенья принято называть **зависимо нормированными** в отличие от звеньев **свободно нормированных**, базовые значения входных и выходных переменных которых можно назначать произвольно, ориентируясь, например, на удобство расчетов.

Полезно обратить внимание также на следующее обстоятельство. Если замкнутую систему разомкнуть в любом месте и взять коэффициент усиления полученной разомкнутой цепи, то он

окажется одинаковым и безразмерным как в исходной схеме, где переменные представлены в абсолютных единицах, так и в нормированной, где переменные представлены в относительных единицах. Коэффициент усиления разомкнутой цепи (разомкнутого контура) – это очень важный обобщенный параметр замкнутой системы регулирования, радикально влияющий на её характеристики. Он будет часто встречаться при изложении последующих глав.

Кроме замкнутых систем, к зависимо нормируемым звеньям приводят также системы, содержащие согласно-параллельные каналы.

Общий случай. Современные системы регулирования имеют, как правило, сложную многоконтурную структуру. По этой причине переход к относительным единицам непосредственно по исходным уравнениям звеньев затруднён, так как некоторые переменные являются общими для нескольких звеньев. Чтобы сохранить максимальные удобство и наглядность процедуры нормирования математического описания системы регулирования, целесообразно её проводить, пользуясь структурной схемой системы регулирования и начинать выбор базовых величин переменных с выходных (силовых) звеньев.

Пример 4.4. Контур регулирования тока якоря в тиристорном электроприводе постоянного тока [12, 14].

В электроприводе постоянного тока (рис. 4.15) якорь двигателя M постоянного тока подключен к тиристорному преобразователю ТП. Контур регулирования тока якоря настраивается ПИ-регулятором тока РТ, на задающий вход $R3$ которого подано напряжение $U_{3Т}$, пропорциональное заданной величине тока якоря, а на другой вход $R1$ – напряжение отрицательной обратной связи по току якоря, снимаемое с выхода датчика тока ДТ. Необходимо составить нормализованную структурную схему контура регулирования тока якоря.

Запишем в операторной форме исходные уравнения звеньев: якорной (силовой) цепи “преобразователь – двигатель”:

$$E_{\Pi} - E_{\text{д}} = R_{\text{я}}I_{\text{я}} + L_{\text{я}}pI_{\text{я}} = R_{\text{я}}I_{\text{я}}(1 + T_{\text{я}}p);$$

преобразователя ТП:

$$E_{\Pi} = W_{\Pi}U_{\text{РТ}} = \frac{k_{\Pi}}{(1 + T_{\Pi}p)(1 + \tau p)}U_{\text{РТ}};$$

ПИ-регулятора тока РТ:

$$U_{\text{РТ}} = W_{\text{РТ}}U_{\text{ДТ}} = \frac{(1 + T_2p)}{T_1p}U_{\text{ДТ}};$$

канала обратной связи по току якоря:

$$U_{\text{ДТ}} = k_{\text{ДТ}} I_{\text{Я}}.$$

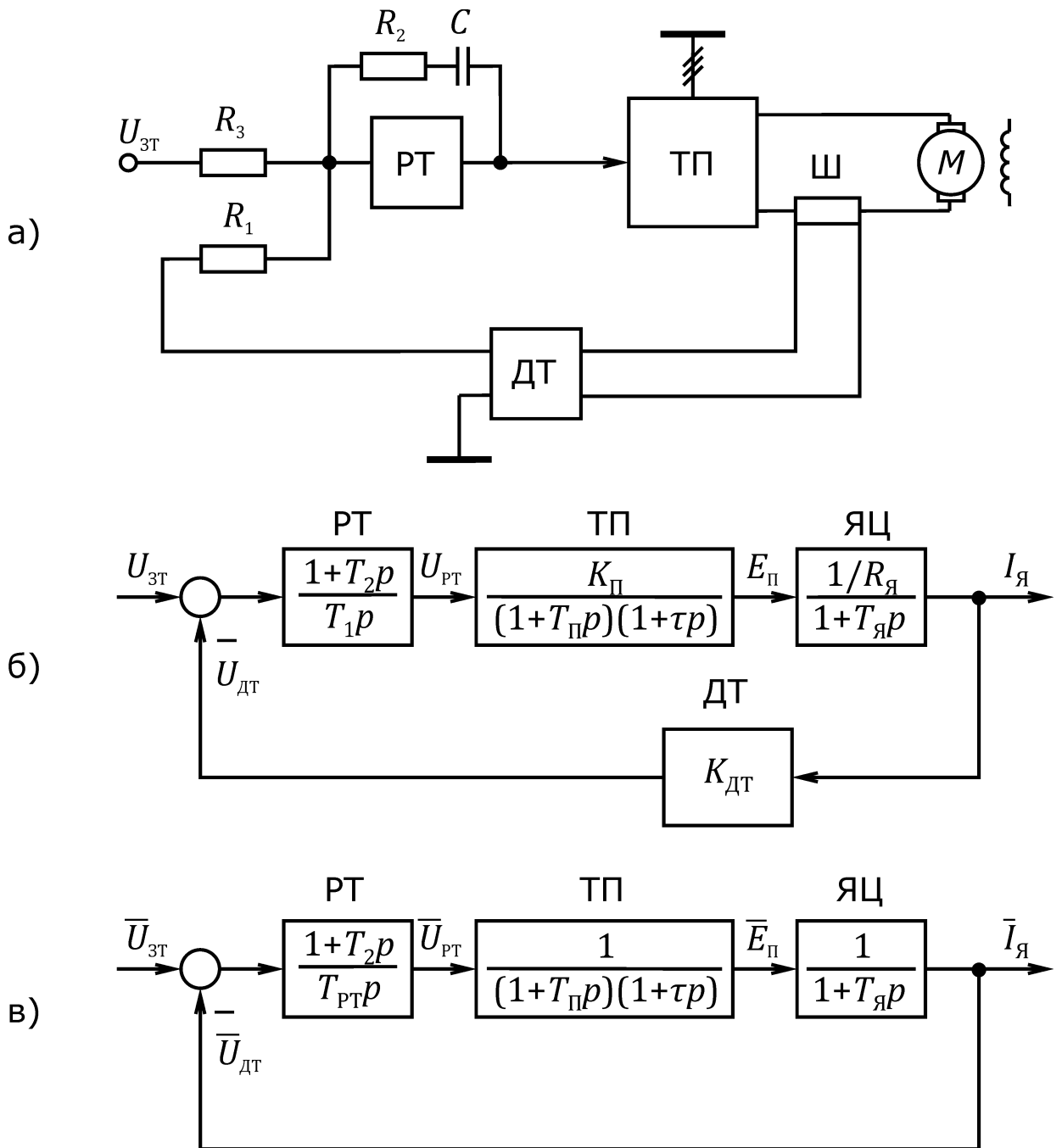


Рис. 4.15. Контур регулирования тока якоря: а) функциональная схема; б) исходная структурная схема; в) нормированная структурная схема

В приведенных уравнениях E_{Π} и $E_{\text{Д}}$ – ЭДС преобразователя и двигателя; $I_{\text{Я}}$ – ток якоря; $U_{\text{РТ}}$ и $U_{\text{ДТ}}$ – напряжения на выходе регулятора $РТ$ и датчика тока $ДТ$; W_{Π} и $W_{\text{РТ}}$ – передаточные функции преобразователя $ТП$ и регулятора тока $РТ$; k_{Π} и $k_{\text{ДТ}}$ – коэффициенты усиления преобразователя $ТП$ и датчика тока $ДТ$; $R_{\text{Я}}$ и $L_{\text{Я}}$ – активное сопротивление и индуктивность якорной цепи; T_{Π} и τ – постоянные времени преобразователя $ТП$; $T_{\text{Я}} = L_{\text{Я}}/R_{\text{Я}}$ – электромагнитная постоянная якорной цепи; $T_1 = R_1 C$ и $T_2 = R_2 C$ – постоянные времени регулятора тока $РТ$; p – символ дифференцирования.

На структурных схемах уравнения звеньев записываются решенными относительно выходной переменной звена, так как в этом случае яснее можно пока-

зять причинно-следственные связи. В абсолютных единицах уравнения приведены на схеме (см. рис. 4.15 б). Обычно настройку контура регулирования тока якоря ведут при заторможенном двигателе, поэтому на схеме принято $E_d = 0$.

Перейдем к относительным единицам. Начиная выбор базовых величин с выходной переменной, примем за базовое значение тока якоря его номинальное значение $I_{яБ} = I_H$. Чтобы максимальное число звеньев имело единичный коэффициент усиления, выберем за базовое значение ЭДС ТП $E_{ПБ}$ величину $E_{П}$, которая создает номинальный ток якоря: $E_{ПБ} = R_{я}I_H$; за базовое напряжение РТ – приращение его, которое в соответствии с регулировочной характеристикой ТП вызывает изменение его ЭДС на $E_{ПБ}$: $U_{РТБ} = E_{ПБ}/k_{П}$; наконец, за базовое напряжение на выходе канала обратной связи по току якоря – показание датчика тока ДТ при номинальном токе якоря: $U_{ДТБ} = k_{ДТ}I_H$. При этом звенья ТП, ЯЦ и ДТ оказываются свободно нормируемыми, а звено РТ – зависимо нормируемым с передаточной функцией, записанной в относительных единицах:

$$W_{РТ} = \frac{\Delta \bar{U}_{РТ}(p)}{\Delta \bar{U}_{ДТ}(p)} = \frac{U_{ДТБ} \Delta U_{РТ}(p)}{U_{РТБ} \Delta U_{ДТ}(p)} = \frac{(1 + T_2 p) U_{ДТБ}}{U_{РТБ} T_1 p} = \frac{1 + T_2 p}{T_{РТ} p}.$$

Здесь величину

$$T_{РТ} = T_1 \frac{U_{РТБ}}{U_{ДТБ}}$$

назовем постоянной времени интегрирования контура регулирования тока якоря.

Если за исходные данные взять абсолютные единицы, то эту же величину можно найти из выражения:

$$T_{РТ} = T_1 \frac{R_{я}}{k_{П} k_{ДТ}},$$

то есть взять постоянную времени интегрирующего звена T_1 и разделить на произведение абсолютных коэффициентов усиления всех звеньев, включенных последовательно.

Нормированная структурная схема контура регулирования тока якоря (см. рис. 4.15 в) содержит значительно меньшее число параметров звеньев и более удобна для дальнейших расчетов. На ней все переменные представлены в относительных единицах.

Пример 4.5. Электромеханическая система с упругими связями [2, 14].

Составить нормированную структурную схему электромеханической системы, в которой вал электродвигателя постоянного тока механически соединен с валом рабочего механизма РМ через редуктор с передаточным числом i_p . Систему следует считать двухмассовой и учесть упругие податливости звеньев механической передачи.

В двухмассовой системе (рис. 4.16 а) суммарный момент инерции электропривода считают распределенным между первой массой с моментом инерции J_1 (якорем двигателя Д) и второй массой с моментом инерции J_2 (рабочей машиной РМ), которые связаны между собой через упругую механическую передачу МП с передаточным числом i_p . Момент инерции МП принимают равным

нулю, упругую податливость звеньев МП учитывают коэффициентом жесткости C , приведенным обычно к выходному валу МП.

К первой массе с моментом инерции J_1 приложены электромагнитный момент M двигателя и момент M_1 со стороны входного вала МП, а к второй массе с моментом инерции J_2 – момент M_2 со стороны выходного вала МП и момент статической нагрузки M_C , определяемый характером технологического процесса.

Запишем (в операторной форме) уравнения звеньев электромеханической системы сначала в абсолютных единицах:

электрической цепи ЯЦ якоря двигателя (с учетом параметров силовой цепи преобразователя):

$$E_{\Pi} - E_{\text{д}} = R_{\text{я}} I_{\text{я}} (1 + T_{\text{я}} p);$$

выражений для величин электромагнитного момента и ЭДС двигателя:

$$M = C_{\text{М}} \Phi I_{\text{я}} \text{ и } E_{\text{д}} = C_{\text{Е}} \Phi n_1;$$

механического движения первой массы (якоря двигателя Д):

$$M - M_1 = J_1 p n_1;$$

упругой механической передачи:

$$M_2 = \frac{C(n_1/i_{\text{п}} - n_2)}{p}.$$

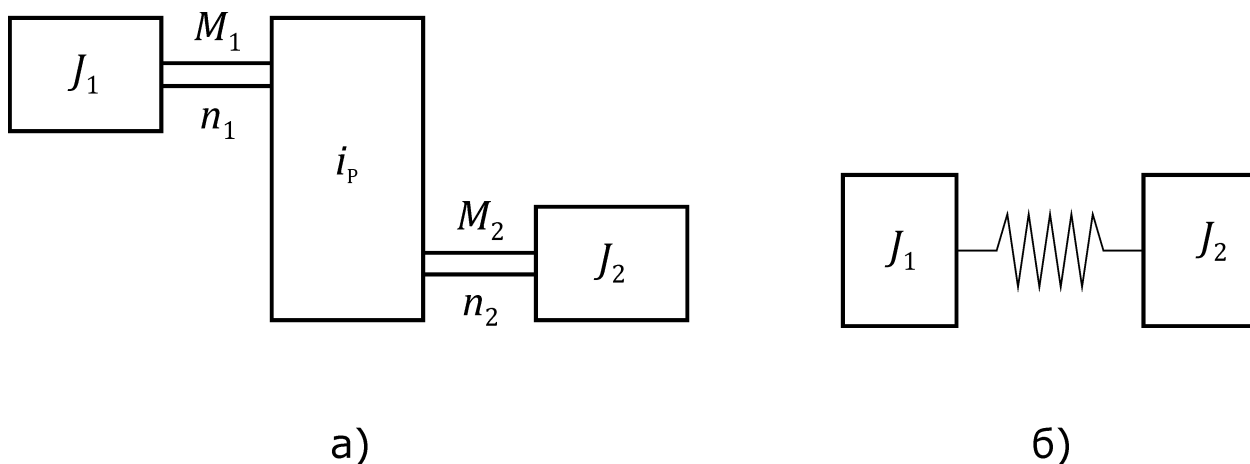


Рис. 4.16. Кинематическая схема (а) и модель (б) двухмассовой электромеханической системы

В последнем уравнении считаем, что момент M_2 равен моменту упругого скручивания вала в двухмассовой механической системе, который, подчиняясь закону Гука, пропорционален углу этого скручивания, а тот, в свою очередь, берется как интеграл от разницы приведенных к выходному валу угловых скоростей входного и выходного концов вала;

механического движения второй массы (рабочего механизма РМ):

$$M_2 - M_C = J_2 p n_2.$$

В приведенных уравнениях: E_{Π} и $E_{\text{д}}$ – ЭДС преобразователя и двигателя; $I_{\text{я}}$ – ток якоря двигателя; M , M_1 , M_2 , M_C – моменты электромагнитный, на вход-

ном вала МП, на выходном валу МП, статической нагрузки со стороны РМ; n_1 , n_1/i_p и n_2 – угловые скорости вала двигателя, входного вала МП (приведенной к выходному валу) и выходного вала МП; $\Delta\alpha$ – угол упругого скручивания вала МП (приведен к выходному валу); $C_M\Phi$ и $C_E\Phi$ – конструктивные постоянные электродвигателя; $R_{\text{я}}$ и $T_{\text{я}}$ – активное сопротивление и электромагнитная постоянная времени якорной цепи; C – коэффициент жесткости упругой МП, приведенный к выходному валу МП.

Учитывая причинно-следственные связи между звеньями, когда выходная величина предыдущего звена является входной для последующего, составим детализированную структурную схему электромеханической системы в абсолютных единицах (рис. 4.17 а). На этой схеме уравнения указаны внутри каждого из звеньев.

Выполним нормирование структурной схемы, выбрав базовые величины переменных следующим образом: $E_{\text{ПБ}} = E_{\text{ДБ}} = U_{\text{Н}}$ – номинальное напряжение на якоре двигателя; $n_{1\text{Б}} = U_{\text{Н}}/C_E\Phi$; $n_{2\text{Б}} = n_{1\text{Б}}/i_p$; $I_{\text{ЯБ}} = U_{\text{Н}}/R_{\text{я}}$; $M_{\text{Б}} = M_{1\text{Б}} = C_M\Phi I_{\text{ЯБ}}$; $M_{2\text{Б}} = M_{\text{СБ}} = M_{1\text{Б}}i_p$.

После перехода к относительным единицам получаем структурную схему (рис. 4.17 б), на которой все коэффициенты усиления стали равны единице, а постоянные времени интегрирующих звеньев оказались зависимо нормированными параметрами, но с четким физическим смыслом каждой из них:

$T_{\text{М}} = J_1 n_{1\text{Б}}/M_{1\text{Б}}$ – электромеханическая постоянная времени двигателя, численно равная времени равномерного разгона двигателя от нулевой до базовой скорости $n_{1\text{Б}}$ (в нашем случае – скорости идеального холостого хода двигателя) под действием постоянного динамического момента, равного базовому значению $M_{1\text{Б}}$ (в нашем случае – моменту при токе короткого замыкания двигателя). Часто в качестве базовых значений тока якоря $I_{\text{я}}$ и момента двигателя M принимают их номинальные значения. Тогда в звене Д (см. рис. 4.17 б) постоянная интегрирования равна $T_{\text{Д}}$ – механической постоянной времени двигателя, равной времени равномерного разгона двигателя от нуля до базовой скорости $n_0 = n_{1\text{Б}}$ под действием постоянного динамического момента, равного номинальному. Звено же ЯЦ будет иметь не единичный коэффициент усиления, а $k_{\text{ЯЦ}} = U_{\text{Н}}/(I_{\text{Н}}R_{\text{я}})$, равный кратности тока короткого замыкания якорной цепи двигателя;

$T_{\text{РМ}} = J_2 n_{2\text{Б}}/M_{2\text{Б}}$ – механическая постоянная времени рабочего механизма РМ, численно равная времени разгона РМ от нулевой до базовой скорости $n_{2\text{Б}}$ под действием постоянного динамического момента, равного $M_{2\text{Б}}$;

$T_{\text{МП}} = M_{2\text{Б}}/(Cn_{2\text{Б}})$ – постоянная времени упругой механической передачи. Её физический смысл можно пояснить следующим образом. Если механически защементировать, например, передний конец вала МП (то есть принять $n_1 = 0$), а второй свободный равномерно вращать с базовой скоростью $n_2 = n_{2\text{Б}} = \text{const}$, то момент упругого скручивания вала будет нарастать по линейному закону. Время изменения этого момента на величину $M_{2\text{Б}}$ и будет равно $T_{\text{МП}}$.

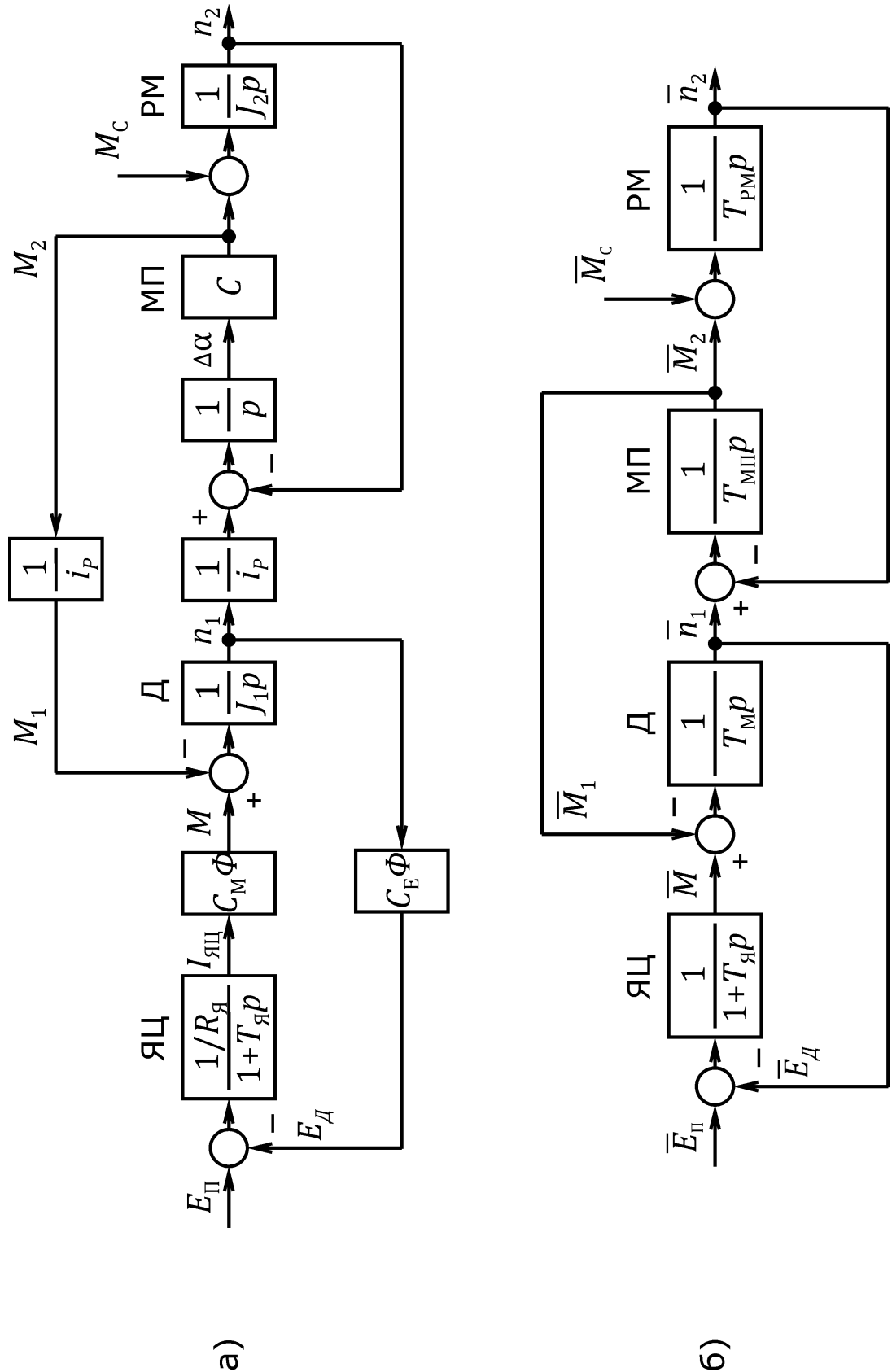


Рис. 4.17. Структурная схема двухмассовой электромеханической системы: а) в абсолютных единицах; б) в относительных единицах

4.5. Выводы

Структурные схемы являются одной из наиболее наглядных форм представления математической модели системы регулирования. На них хорошо видны все каналы взаимодействия звеньев, отчетливо выделяются причинно-следственные связи, описание даже довольно сложных динамических систем регулирования сводится к ограниченному набору возможных способов соединения типовых звеньев. Преобразование уравнений заменяется набором простых и наглядных правил преобразования структурных схем.

Следующим этапом рационализации записи дифференциальных уравнений является переход к относительным единицам. Относительные единицы существенно упрощают вычислительные операции, позволяя коэффициенты усиления многих звеньев сделать единичными, придают ясный физический смысл постоянным времени звеньев, обращают внимание на важную роль таких обобщенных параметров замкнутой системы, как контурный коэффициент усиления (в статических системах регулирования) или контурная постоянная времени интегрирования (в астатических системах).

4.6. Контрольные вопросы

1. Назовите основные элементы структурной схемы.
2. Дайте пояснение прямой, обратной, перекрестной связей.
3. Поясните процедуру нормирования структурной схемы. Чем отличаются свободно нормируемые звенья от зависимо нормируемых?
4. Дайте определение базовой постоянной времени интегрирующего звена.
5. Сопоставьте разницу в физическом смысле механической T_D и электромеханической T_M постоянных времени электропривода.
6. Дайте определение контурного коэффициента усиления разомкнутой цепи в статической системе регулирования и контурной постоянной времени интегрирования в астатической системе.
7. В уравнении механического движения привода обратите внимание на разницу между моментами электромагнитным, статической нагрузки и динамическим.

5. АППРОКСИМИРОВАННЫЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЕДИНЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ

5.1. Идея аппроксимации

Под аппроксимацией понимают замену сложного математического выражения более простым или наглядным при сохранении определенных или наиболее важных особенностей (свойств) исходного выражения.

Мы уже использовали идею аппроксимации, например, когда заменяли точную ЛАЧХ инерционного звена (см. п. 3.2) двумя полупрямыми (см. рис. 3.6). При этом удалось не только упростить процедуру построения ЛАЧХ, но и достаточно выразительно выделить главные факторы, которые определяют динамические свойства звена на разных участках частотного диапазона: при $\omega < 1/T$ апериодическое звено по своим динамическим свойствам наиболее близко к пропорциональному звену, а при $\omega > 1/T$ это звено смотрится совсем иначе и ведет себя, как интегрирующее.

В практических расчетах идея аппроксимации часто сводится к замене суммы двух слагаемых одним из них, большим по модулю:

$$A + B \approx A, \text{ если } |A| > |B|;$$

$$A + B \approx B, \text{ если } |A| < |B|.$$

Данный прием удобен не только своей простотой, но и возможностью обратить внимание на главное (доминирующее) слагаемое в общей сумме.

5.2. Аппроксимированные ЛАЧХ последовательно соединенных звеньев

На схеме (рис. 5.1) система регулирования образована последовательно соединенными звеньями A и B с передаточными функциями W_A и W_B . Передаточная функция системы

$$W(p) = W_A(p)W_B(p).$$

Амплитудно-фазовая характеристика (АФЧХ) системы

$$A(\omega) = A_A(\omega)A_B(\omega)e^{j(\varphi_A+\varphi_B)},$$

где $A_A(\omega) = |W_A(j\omega)|$, $A_B(\omega) = |W_B(j\omega)|$ – амплитудные частотные характеристики звеньев A и B ; $\varphi_A(\omega) = \arg [W_A(j\omega)]$ и

$\varphi_B(\omega) = \arg [W_B(j\omega)]$ – фазовые частотные характеристики звеньев A и B .

Логарифмируя характеристики, получим:

$$L = \lg A = \lg A_A + \lg A_B = L_A + L_B;$$

$$\varphi = \varphi_A + \varphi_B;$$

то есть логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ) последовательно включенных звеньев равна сумме ЛАЧХ этих звеньев, а логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ) – сумме их ЛФЧХ.

Полученный вывод иллюстрируется рис. 5.1 б).

Часто передаточную функцию последовательно включенных звеньев можно представить в виде произведения сомножителей, соответствующих простым динамическим звеньям: элементарным (пропорциональным, интегрирующим, дифференцирующим), инерционным, форсирующим, колебательным. В этом случае аппроксимированную ЛАЧХ последовательного соединения звеньев можно построить, придерживаясь следующих правил:

– последовательно включенные элементарные звенья (то есть пропорциональные, интегрирующие, идеальные дифференцирующие) следует заменить одним элементарным звеном. Таким звеном может оказаться или пропорциональное (случай статической системы), когда в последовательном соединении нет интегрирующих и дифференцирующих звеньев или их равное число, или интегрирующее, или дифференцирующее. Случаи двукратно-интегрирующих или двукратно-дифференцирующих звеньев также возможны, но встречаются редко;

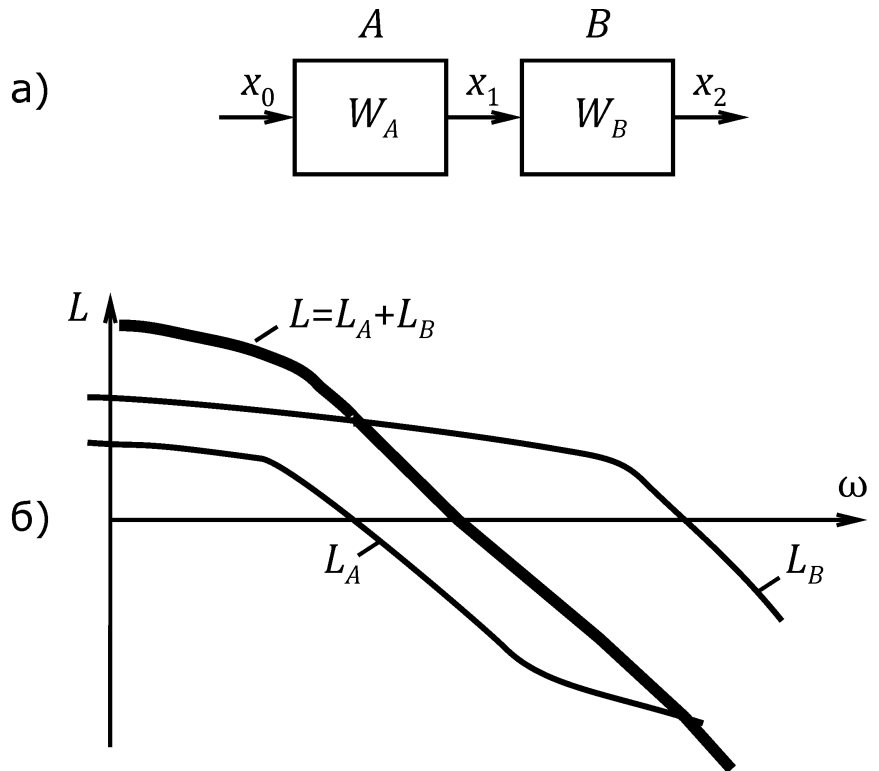


Рис. 5.1. К построению ЛАЧХ последовательного соединения звеньев: а) структурная схема; б) ЛАЧХ

– аппроксимированные ЛАЧХ простых звеньев (инерционных, реальных дифференцирующих, форсирующих) представляются двумя асимптотами. При этом горизонтальная асимптота имеет, как правило, единичный коэффициент усиления, а наклонная соответствует идеальному интегрирующему или дифференцирующему звену с постоянной времени, соответствующей сопрягающей частоте этих асимптот. Этот факт очень упрощает построение аппроксимированной ЛАЧХ последовательного соединения этих звеньев, сводя его к ступенчатому изменению наклона результирующей ЛАЧХ в точках, соответствующих частотам сопряжения в этих звеньях;

– построение следует начинать с самых малых частот, на которых проявляется влияние только элементарных звеньев.

Пример 5.1. Передаточная функция последовательно соединенных звеньев

$$W(p) = \frac{k(1 + T_2 p)}{(1 + T_1 p)(1 + T_3 p + T_4^2 p^2)};$$

при этом $T_1 > T_2 > T_4$. Тогда первая сопрягающая частота $\omega_1 = 1/T_1$ соответствует инерционному звену, вторая $\omega_2 = 1/T_2$ – форсирующему, а третья $\omega_3 = 1/T_4$ – колебательному. При этих частотах результирующая аппроксимированная ЛАЧХ последовательного соединения звеньев будет иметь изломы (скачкообразное изменение наклона): при $\omega = \omega_1$ на минус единицу, при $\omega = \omega_2$ на плюс единицу и при $\omega = \omega_3$ на минус две единицы.

Построение начинаем с первой горизонтальной асимптоты на высоте $L(\omega) = \lg k$, которая располагается в диапазоне частот $0 < \omega < \omega_1 = 1/T_1$ (рис. 5.2).

В точке с частотой $\omega = \omega_1$ результирующая ЛАЧХ изменяет свой наклон на минус единицу, так как эта частота принадлежит инерционному звену. В результате второй участок ЛАЧХ в диапазоне частот $\omega_1 < \omega < \omega_2 = 1/T_2$ имеет единичный отрицательный (или -20 дб/декаду) наклон.

В точке с частотой $\omega = \omega_2$ результирующая ЛАЧХ изменяет свой наклон на плюс единицу, так как частота $\omega_2 = 1/T_2$ принадлежит форсирующему звену. Результирующая ЛАЧХ снова идет горизонтально до следующей сопрягающей частоты $\omega_3 = 1/T_4$, принадлежащей колебательному звену, где изменяет свой наклон вниз на две единицы (или на -40 дб/декаду).

Последний участок аппроксимированной ЛАЧХ с двойным отрицательным наклоном проводится в диапазоне $\omega_3 < \omega < +\infty$.

5.3. Аппроксимированные ЛАЧХ согласно-параллельного соединения звеньев

При согласно-параллельном соединении звеньев A и B (рис. 5.3 а) результирующая передаточная функция

$$W(p) = W_A(p) + W_B(p).$$

Здесь и далее для краткости знак оператора p опустим, тогда представленное выражение для передаточной функции согласного-параллельного соединения звеньев запишется:

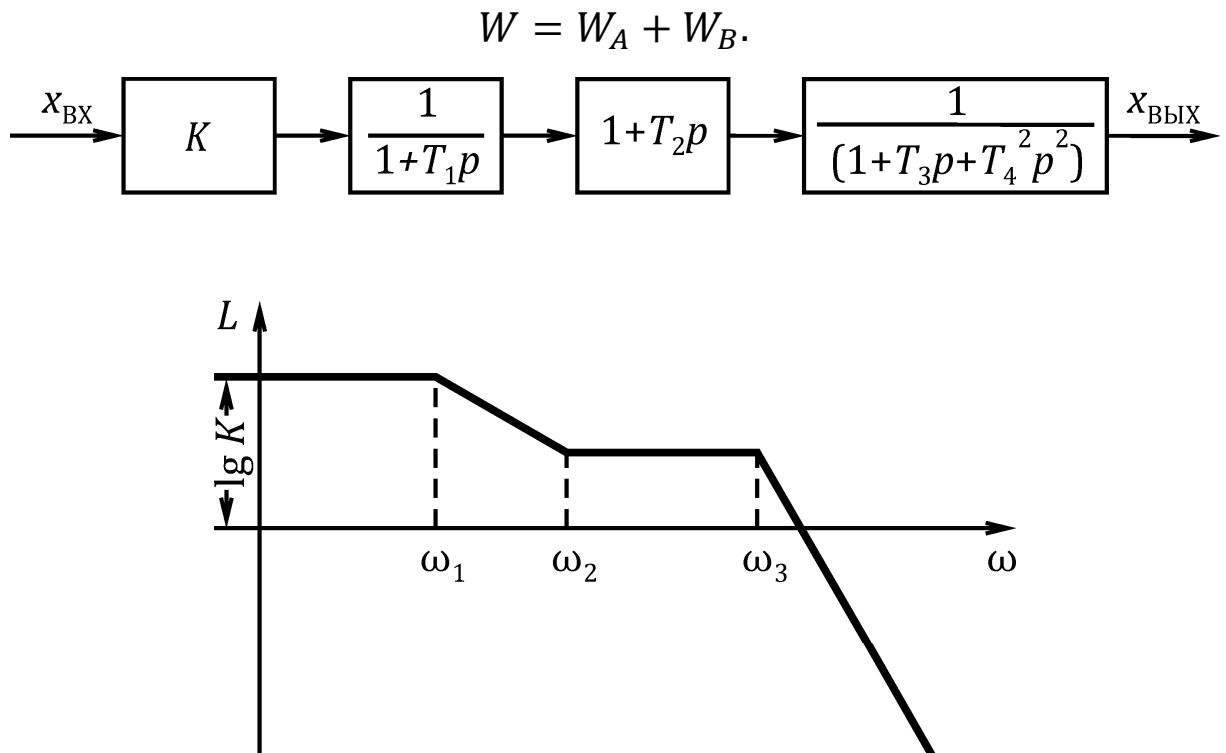


Рис. 5.2. Пример построения аппроксимированной ЛАЧХ последовательного соединения звеньев

В зависимости от соотношения модулей передаточных функций звеньев A и B можно приближенно записать:

$$W = W_A \left(1 + \frac{W_B}{W_A} \right) = W_A W_{\Pi} \approx W_A,$$

если

$$|W_A| > |W_B|,$$

и

$$W = W_B \left(1 + \frac{W_A}{W_B} \right) = W_B W_{\Pi} \approx W_B,$$

если

$$|W_B| > |W_A|.$$

Сомножитель $W_{\Pi} = (1 + W_B/W_A)$ в первом случае и $W_{\Pi} = (1 + W_A/W_B)$ во втором назовем поправочным сомножителем. В выражениях для суммы двух слагаемых, стоящих под знаком скобок, второе слагаемое всегда по модулю меньше

единицы, поэтому оно в процессе аппроксимации может быть отброшено. Тогда передаточная функция поправки в обоих случаях $W_{\Pi} \approx 1$.

Логарифмируя оба раза выражения для передаточной функции W , при

$$|W_A| > |W_B|$$

получим

$$L = L_A + L_{\Pi} \approx L_A; \quad \varphi = \varphi_A + \varphi_{\Pi} \approx \varphi_A.$$

а при

$$|W_B| > |W_A|$$

получим

$$L = L_B + L_{\Pi} \approx L_B; \quad \varphi = \varphi_B + \varphi_{\Pi} \approx \varphi_B.$$

Приведенные выражения для логарифмических АЧХ и ФЧХ согласно-параллельно соединенных звеньев показывают, что точные их значения амплитуды L и фазы φ могут быть ставлены суммой характеристик доминирующего звена (заминирующее звено принимается то звено, у которого модуль амплитудной характеристики больше) и поправочного слагаемого L_{Π} и φ_{Π} – логарифма от выражения для передаточной функции поправки W_{Π} .

Аппроксимированные же выражения для логарифмических АЧХ и ФЧХ согласно-параллельно соединенных звеньев получаются отбрасыванием поправочных членов L_{Π} и φ_{Π} и совпадают с характеристикой звена, имеющего больший модуль.

На графиках ЛАЧХ звена с большим модулем расположена выше, чем ЛАЧХ звена с меньшим модулем, поэтому **аппроксимированная ЛАЧХ согласно-параллельного соединения звеньев идет по верхним участкам характеристик звеньев-слагаемых** (см. рис. 5.3 б). Она непрерывна во всей полосе частот.

Аппроксимированная ЛФЧХ идет по фазовой частотной характеристике доминирующего звена и в точке, где $|L_A| = |L_B|$, претерпевает разрыв (см. рис. 5.3 в). Для минимально-фазовых систем этот факт особого значения не имеет, так как анализ этих систем обычно ведется на основании лишь амплитудных характеристик.

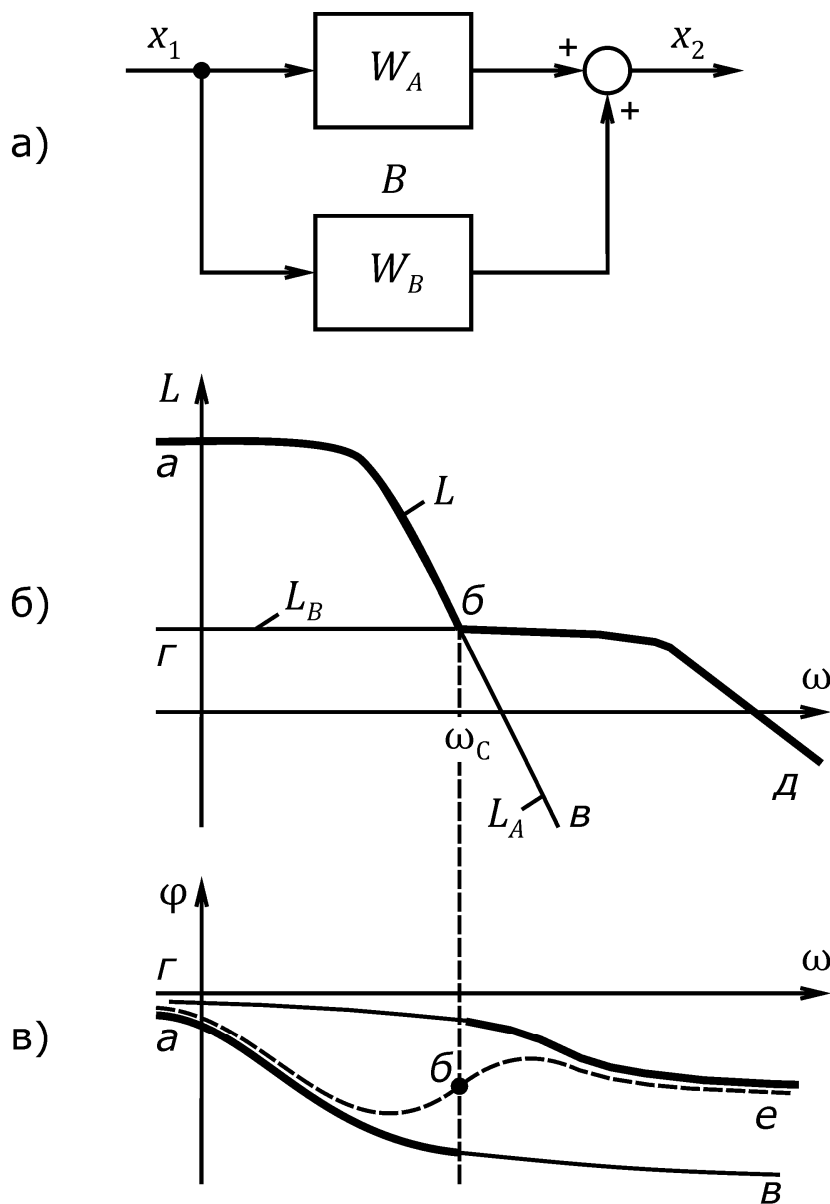


Рис. 5.3. Структурная схема (а), амплитудная (б) и фазовые (в) ЛЧХ при согласно-параллельном соединении звеньев

При желании величины поправок по амплитуде L_{Π} и по фазе φ_{Π} можно без особого труда вычислить, о чем речь пойдет ниже.

В заключение заметим, что правило аппроксимации ЛЧХ согласно-параллельных звеньев внешне схоже с правилами приближенного анализа электрических цепей: если электрическая цепь содержит два последовательно включенных сопротивления, то меньшее из них можно считать замкнутым, а результирующее сопротивление принять близким к большему из них; или, если электрическая цепь содержит два параллельно включенных сопротивления, то эквива-

лентное сопротивление ближе к тому, у которого больше проводимость, а большее сопротивление можно отбросить.

5.4. Аппроксимированные ЛАЧХ замкнутой системы (встречно-параллельного соединения звеньев)

При встречно-параллельном соединении звеньев A и B (рис. 5.4) результирующая передаточная функция

$$W = \frac{W_A}{1 + W_A W_B}.$$

В зависимости от величины модуля разомкнутой цепи $|W_{\text{РАЗ}}| = |W_A W_B|$ точное выражение передаточной функции замк-

нутой системы можно заменить приближенным следующим образом:

$$W = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{W_{PA3}}\right)} \frac{1}{W_B} \approx \frac{1}{W_B},$$

если

$$|W_{PA3}| = |W_A W_B| > 1,$$

и

$$W = \frac{1}{(1 + W_{PA3})} W_A \approx W_A,$$

если

$$|W_{PA3}| = |W_A W_B| < 1.$$

Такие приближения допустимы потому, что аналогично случаю согласно-параллельного соединения звеньев, второе слагаемое, стоящее в круглых скобках, по модулю меньше единицы, его в процессе аппроксимации можно отбросить. Тогда оба раза выражения в круглых скобках можно трактовать, как поправочные сомножители, включенные последовательно с доминирующим звеном и мало по модулю отличающиеся от единицы.

Переходя к ЛЧХ, получим:

при

$$|W_{PA3}| = |W_A W_B| > 1$$

получаем

$$L = -L_B - L_{\Pi} \approx -L_B;$$

$$\varphi = -\varphi_B - \varphi_{\Pi} \approx -\varphi_B,$$

а при

$$|W_{PA3}| = |W_A W_B| < 1$$

получаем

$$L = L_A - L_{\Pi} \approx L_A;$$

$$\varphi = \varphi_A - \varphi_{\Pi} \approx \varphi_A.$$

Когда заданы графики ЛЧХ звеньев A и B , то при $|W_{PA3}| = |W_A W_B| > 1$ доминирующим звеном является звено $1/B$ с

ЛАЧХ $-L_B$, которая расположена ниже характеристики L_A . На рис. 5.4 б этому случаю соответствует отрезок г-б на кривой $-L_B$. При $|W_{PA3}| = |W_A W_B| < 1$ доминирует звено А с ЛАЧХ $+L_A$, которая в данном случае расположена ниже характеристики $-L_B$ (отрезок б-в).

Отсюда следуют выводы:

- **аппроксимированная ЛАЧХ замкнутой системы совпадает с характеристикой того звена (то есть звена А или звена $1/B$), у которого ЛАЧХ расположена ниже** (показано жирной линией на рис. 5.4 б); это же звено оказывается доминирующим: именно динамические свойства этого звена в наибольшей мере определяют динамические свойства всей замкнутой системы;

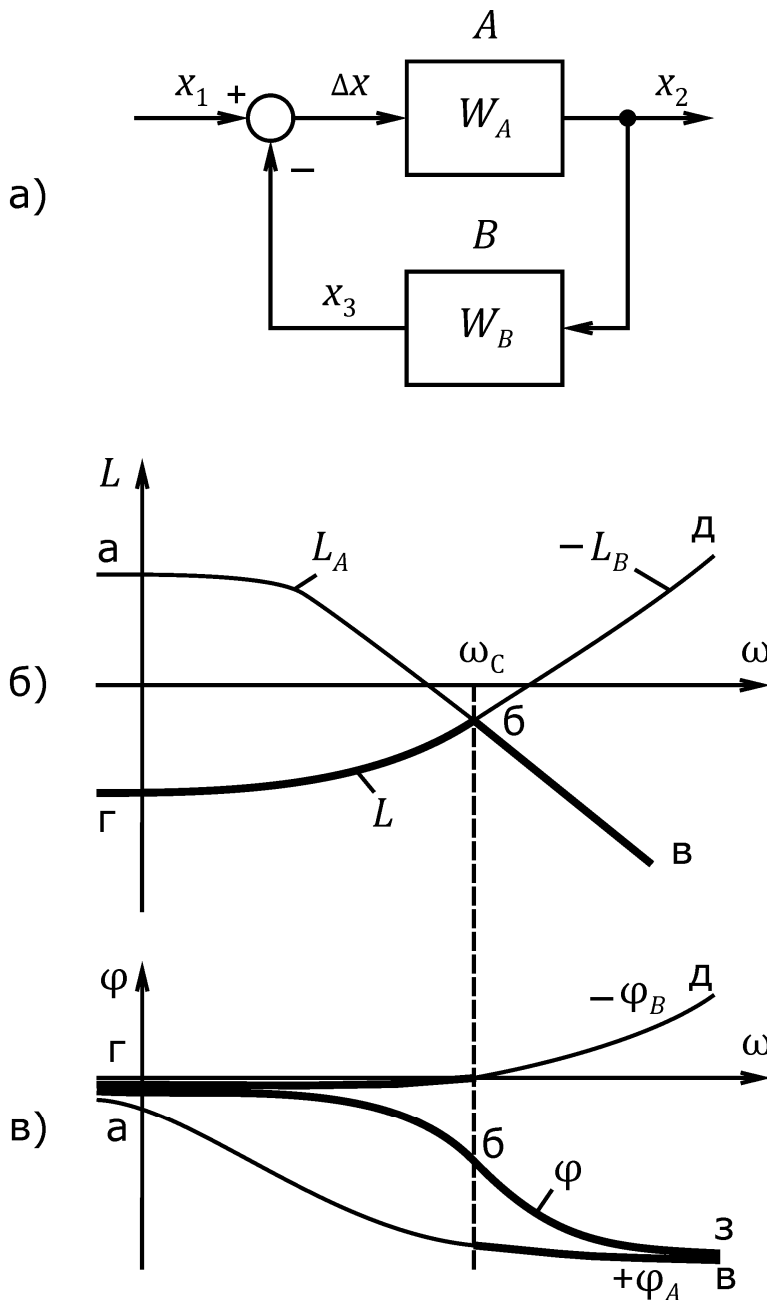


Рис. 5.4. Структурная схема (а), амплитудные (б) и фазовые (в) ЛЧХ замкнутой системы

- **аппроксимированная ЛФЧХ** встречно-параллельного соединения совпадает с ЛФЧХ доминирующего звена и на рис. 5.4 в показана отрезками жирных линий: при $\omega < \omega_c$ она совпадает с ЛФЧХ $-\varphi_B$, при $\omega > \omega_c$ - с $+\varphi_A$, а при частоте $\omega = \omega_c$ терпит разрыв. Точная ЛФЧХ расположена между кривыми $-\varphi_B$ и $+\varphi_A$ и тем ближе прилегает к ЛФЧХ доминирующего звена, чем дальше расположены друг от друга кривые $-L_B$ и $+L_A$ на рис. 5.4 б.

При частоте среза $\omega = \omega_c$ точная ЛФЧХ занимает среднее положение между характеристиками $-\varphi_B$ и $+\varphi_A$ (точка б на рис. 5.4 в), что следует из очевидного правила геометрического сложения двух

векторов W_A и W_B , равных по длине, но различающихся по фазе;

– свойства замкнутой системы при $|W_{PA3}| = |W_A W_B| > 1$ определяются в большей степени каналом обратной связи (звеном B), но при $|W_{PA3}| = |W_A W_B| < 1$ обратная связь оказывается неэффективной и свойства замкнутой системы практически несущественно отличаются от динамических свойств прямого канала регулирования (звена A). Другими словами, **замкнутая система эффективно работает лишь до частоты среза ω_c** , при которой $|W_{PA3}| = |W_A W_B| = 1$.

Последнее обстоятельство является очень важным при проектировании замкнутых систем регулирования и физику его поясним подробнее. Для этого рассмотрим уравнение замыкания на входе замкнутой системы (см. рис. 5.4 а):

$$x_1 = x_3 + \Delta x.$$

Его следует понимать так: входной сигнал x_1 тратится на преодоление сигнала обратной связи x_3 и создание сигнала управления на входе звена A , который в замкнутой системе одновременно является и ошибкой регулирования Δx , так как представляет собой разницу между желаемой величиной x_1 и истинной x_3 .

Когда

$$|W_{PA3}| = |W_A W_B| > 1,$$

то

$$|x_3| = |W_A W_B| \Delta x > |\Delta x|.$$

В правой части уравнения замыкания меньшее из слагаемых Δx можно приближенно отбросить и считать

$$x_1 \approx x_3.$$

Это означает, что выходная величина x_2 замкнутой системы изменяется так, чтобы выполнялось приведенное приближенное равенство. Связь же между x_2 и x_3 обеспечивается характеристиками звена обратной связи B .

Когда

$$|W_{PA3}| = |W_A W_B| < 1,$$

то

$$|x_3| = |W_A W_B| \Delta x < |\Delta x|,$$

поэтому в правой части уравнения замыкания можно отбросить меньшее слагаемое x_3 и считать

$$x_1 \approx \Delta x.$$

Это означает, что влияние сигнала x_3 обратной связи несущественно по сравнению с Δx и замкнутая система регулирования ведет себя, как разомкнутая. Отсюда следует вывод: **для придания замкнутой системе желаемых свойств надо стремиться её частоту среза ω_c иметь максимально высокой.**

5.5. Точные ЛЧХ при согласно- и встречно-параллельном соединении звеньев. Вычисление поправок

Построение точных ЛЧХ при параллельном соединении звеньев возможно с применением типовых программ расчета, ориентированных на использование современной компьютерной техники. Возможно также использование специальных номограмм замыкания, например, Никольса [6, 17], хотя они требуют обязательного преобразования структуры реальной системы к схеме с единичной обратной связью.

Между тем, рассматриваемое нами представление ЛЧХ при параллельном соединении звеньев в виде совокупности доминирующего звена и поправки, во-первых, на стадии принятия решения не требует вычислительных затрат, а во-вторых, и это главное, **выделение роли доминирующего звена дает возможность обнаружить наиболее существенный фактор**, определяющий динамические свойства системы, и тем самым позволяет правильно определить главное направление совершенствования системы управления.

Величины поправок L_{Π} и φ_{Π} как при согласно-, так и при встречно-параллельном соединении определяются одинаково, только в первом случае они прибавляются к ЛЧХ доминирующего звена, а во втором – вычитаются. Поправка представляется суммой двух векторов. Первый вектор всегда равен единице и направлен по действительной оси. Второй вектор зависит от сомножителей W_A и W_B , по величине не превосходит единицы, а по фазе заключен в интервале $0...180$ градусов. Суммарный вектор (вектор поправки) по модулю всегда не превосходит двух единиц.

Традиционные вычисления (например, на калькуляторе) осложнены тем, что для определения поправки необходимо складывать натуральные числа, а исходные и конечные величины

представлены логарифмами чисел. Это неудобство расчета можно обойти, если воспользоваться устройством, которое имитирует процедуру графического (геометрического) сложения двух векторов (рис. 5.5). Оно состоит из двух линеек 1 и 2, проградуированных в логарифмическом масштабе, и двух транспортиров 3 и 4. Линейки вращаются на осях O_1 и O_2 , расстояние между которыми равно единице.

Операция вычисления поправки сводится к следующему. Линейку 1 устанавливают на угол $\varphi = \varphi_A - \varphi_B$, равный расстоянию между характеристиками φ_A и φ_B , затем на линейке 1 отмечают отрезок O_1O_3 , равный расстоянию между ЛАЧХ звеньев A и B : $L = L_A - L_B$. К точке O_3 на линейке 1 придвигают линейку 2. Поправка по фазе φ_{Π} соответствует углу поворота линейки 2 относительно вектора-отрезка O_2O_1 , а по амплитуде – отрезку O_2O_3 , измеренному по логарифмической шкале линейки 2.

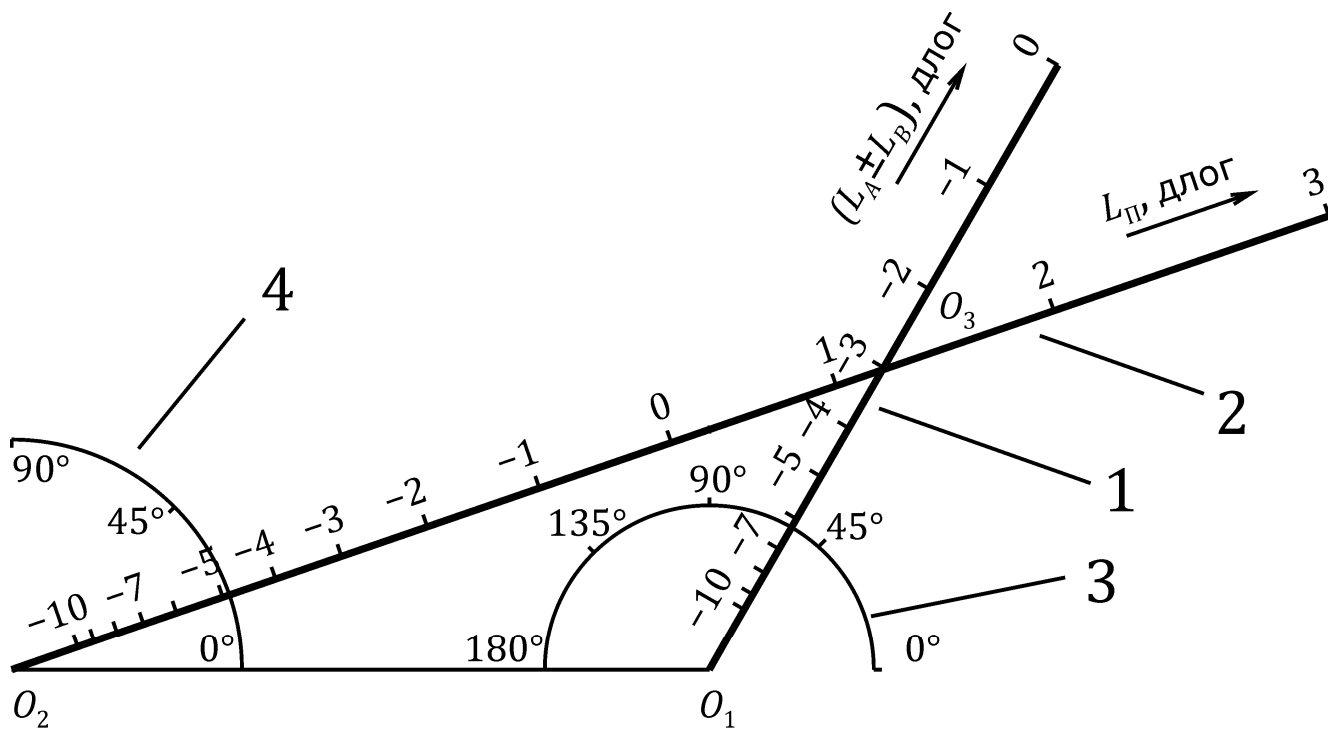


Рис. 5.5. Устройство для вычисления поправок при параллельном соединении звеньев

Пример 5.2. В схеме с согласно-параллельным соединением звеньев при частоте $\omega = \omega_0$ ЛАЧХ звена A расположена выше ЛАЧХ звена B . Разница ЛАЧХ этих звеньев составила $\Delta L = L_B - L_A = -0,3$ лог, что соответствует длине отрезка O_1O_3 , равной отношению амплитуд $A_B/A_A = 0,5$. Разница фазовых ЛЧХ $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = 60^\circ$. Требуется вычислить величины поправок по амплитуде L_{Π} и по фазе φ_{Π} .

На рис. 5.5 указаны длины векторов в масштабе и их углы поворота, соответствующие условию задачи и результатам вычислений. При указанных длине вектора O_1O_3 и угле поворота этого вектора на $\Delta\varphi = 60^\circ$ вектор O_2O_3 ,

соответствующий величине поправки по амплитуде в логарифмическом масштабе, как это следует из рис. 5.5, равен $L_{\Pi} = +0,12$ лог, а по фазе $\varphi_{\Pi} = 19^{\circ}$. В точке $\omega = \omega_0$ доминирующим является звено A , поэтому поправка L_{Π} откладывается вверх от характеристики L_A , а поправка по фазе φ_{Π} откладывается от кривой φ_A вовнутрь характеристик φ_A и φ_B .

Когда в выражении для поправки второе слагаемое близко к единице (где ЛАЧХ звеньев A и B пересекаются), а разница фаз между векторами-слагаемыми стремится к 180° , то абсолютное значение поправки стремится к нулю и, следовательно, её логарифм резко возрастает по модулю. В схеме с согласнопараллельным соединением звеньев этот случай соответствует режиму, близкому к режиму резонанса токов в электрических цепях. В схеме с встречно-параллельным соединением звеньев это свидетельствует о существовании острого резонансного максимума, который указывает на высокую степень колебательности (и даже неустойчивости) замкнутой системы. Упомянутых режимов следует избегать. В реальных системах при $\Delta\varphi < 150^{\circ}$ резонансных свойств уже не наблюдается и можно пользоваться только аппроксимированными ЛАЧХ, а поправками пренебрегать.

5.6. Выводы

Идея аппроксимации весьма плодотворна при синтезе замкнутых систем автоматического управления с использованием логарифмических частотных характеристик. Внимательное рассмотрение показывает, что один и тот же приём – замена суммы слагаемых одним из них, большим по модулю – оказался весьма продуктивным при всех встречающихся вариантах соединения звеньев: последовательном, согласно- и встречно-параллельном. Гигантские возможности современной компьютерной техники в выполнении сложных и объёмных вычислительных работ не снижают значимости аппроксимированных подходов, так как последние в нынешних условиях должны рассматриваться не столько как средство расчета, а главным образом, как аппарат выделения главных факторов и принятия решений.

Наибольшая погрешность аппроксимации наблюдается при параллельном соединении звеньев, равных по модулю, но представленный в п. 5.5 способ уточнения ЛЧХ позволяет устранить этот недостаток.

5.7. Контрольные вопросы

1. Что такое аппроксимация? В чём её целесообразность?

2. Как построить аппроксимированную ЛАЧХ нескольких последовательно соединенных инерционных звеньев?

3. Согласно-параллельно включены звенья с передаточными функциями:

$$W_1 = \frac{1}{1+p} \text{ и } W_2 = \frac{10}{(1+0,1p)^2}.$$

Построить аппроксимированную ЛАЧХ соединения, найти поправку по амплитуде при частоте сопряжения каналов.

4. В замкнутой системе регулирования звено прямого канала регулирования имеет передаточную функцию

$$W_1 = \frac{10}{(1+0,1p)^2}$$

и охвачено звеном отрицательной обратной связи с передаточной функцией

$$W_2 = \frac{10}{1+0,3p}.$$

Построить аппроксимированную ЛАЧХ замкнутой системы, определить частоту среза ω_c системы и вычислить поправку по амплитуде при частоте среза ω_c .

Проверить замкнутую систему на устойчивость. Найти предельное по условиям устойчивости значение коэффициента усиления звена, включённого в канал обратной связи.

6. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

6.1. Понятие устойчивости

Задачей замкнутой системы регулирования является поддержание выходной переменной в соответствии с сигналом задания. Это требует, чтобы неустановившийся процесс, вызванный случайным возмущением, затухал в самое короткое время после прекращения действия этого возмущения. Системы, в которых процесс изменения регулируемой величины происходит беспорядочно, не соответствует входному сигналу, а также в которых возникают самовозбуждающиеся колебания, называют неустойчивыми. Неустойчивость недопустима, так как не дает возможности управлять выходной переменной; она опасна, так как грозит преждевременным износом и даже поломкой оборудования.

Понятие устойчивости поясним, рассмотрев реакцию системы на приложенное воздействие. В качестве примера рассмотрим замкнутую систему, на вход которой в момент времени t_0 подали ступенчатый сигнал x_{BX} (рис. 6.1). Если система устойчива, то регулируемая переменная будет следовать за задающим сигналом и в конечном итоге установится на постоянном значении (см. рис. 6.1 б). При этом процесс может носить как монотонный (кривая 1), так и колебательный с затуханием (кривая 2) характер.

После снятия входного сигнала устойчивая система вернется в исходное состояние.

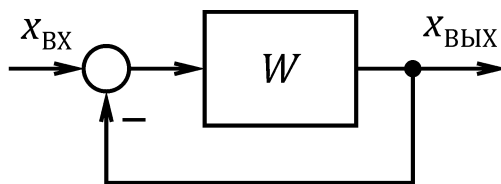
По-иному протекает процесс в неустойчивой системе (см. рис. 6.1 в). В этом случае выходная переменная может монотонно и неограниченно возрастать (кривая 1) или соответствовать расходящимся колебаниям (кривая 2).

Реакция линейной системы на внешнее воздействие состоит из двух составляющих:

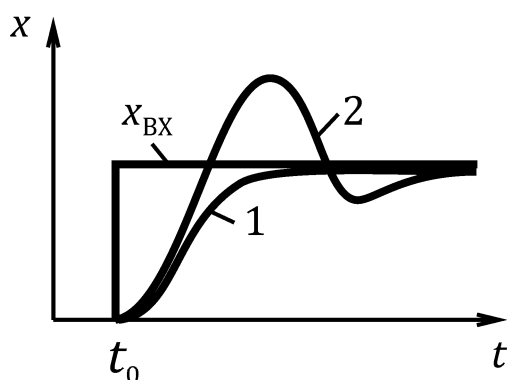
$$x = x_C + x_B,$$

где x_C – переходная составляющая, или составляющая собственных (свободных) движений системы; x_B – составляющая вынужденного движения.

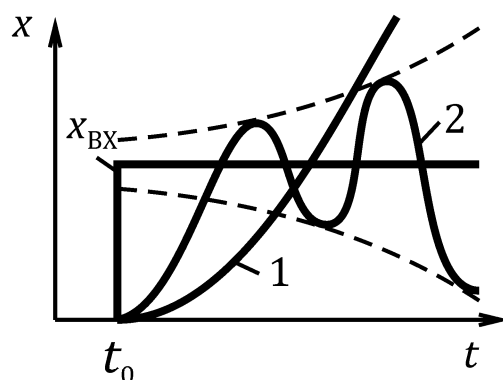
Чтобы система регулирования могла воспроизводить входной сигнал, переходная составляющая должна затухать. Если же собственное движение линейной системы расходится, то такая система неустойчива.



а)



б)



в)

Рис. 6.1. Структурная схема (а) и примеры переходных процессов в устойчивой (б) и неустойчивой (в) системах регулирования

Переходная составляющая движения в линейной системе представляет собой сумму экспоненциальных составляющих. Переходная составляющая x_c будет затухать только в том случае, если будет затухать каждая из экспоненциальных составляющих в отдельности. Затухание или незатухание компоненты целиком определяется знаком соответствующего корня характеристического уравнения системы: в устойчивой системе все корни характеристического уравнения (или все полюсы передаточной функции) расположены слева от мнимой оси плоскости корней.

Итак, линейная стационарная система устойчива, если все вещественные корни её характеристического уравнения отрицательны, а все комплексные – имеют отрицательную вещественную часть.

Однако трудность заключается в том, что корни уравнений высоких степеней найти трудно. В связи с этим возникла необходимость судить об устойчивости системы регулирования, минуя задачу определения корней. Правила, которые позволяют анализировать устойчивость без решения характеристического уравнения системы, получили название **критериев устойчивости**.

Ценность критериев устойчивости не только в том, что они позволяют судить об устойчивости, не вычисляя корни характеристического уравнения, но также (и в большей степени) в воз-

возможности сравнительно просто выяснить причину неустойчивости, выявить, какие параметры и в какую сторону следует менять.

Существуют алгебраические критерии (например, Рауса, Гурвица), которые используют знание величин коэффициентов характеристического уравнения системы и частотные (Михайлова, Найквиста и др.), когда об устойчивости системы судят по виду частотной характеристики разомкнутой или замкнутой системы.

Рассмотрим основные из них, не приводя доказательств.

6.2. Алгебраический критерий Гурвица

Критерий позволяет судить об устойчивости системы по коэффициентам её характеристического уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0.$$

Из коэффициентов этого уравнения сначала строят главный определитель Гурвица

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

по следующему правилу: по главной диагонали определителя слева направо в порядке возрастания индексов выписывают все коэффициенты характеристического уравнения от a_1 до a_n . Столбцы вверх от главной диагонали дополняют коэффициентами характеристического уравнения с последовательно возрастающими индексами, а столбцы вниз – с последовательно убывающими индексами. На место коэффициентов с индексами больше n и меньше нуля проставляют нули.

Двигаясь вдоль главной диагонали сверху вниз, выделяют последовательно диагональные миноры, которые получили название определителей Гурвица:

$$\Delta_1 = a_1; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}; \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix};$$

и т.д. до конца диагонали.

Критерий формулируется следующим образом: чтобы система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все определители Гурвица имели знаки, одинаковые со знаком первого коэффициента характеристического уравнения a_0 , то есть при $a_0 > 0$ были положительны.

Если конкретизировать критерий Гурвица для различных случаев, то получим:

для уравнения первого порядка

$$a_0 p + a_1 = 0$$

условие устойчивости запишется:

$$a_0 > 0; a_1 > 0;$$

для уравнения второго порядка

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$$

условие устойчивости запишется:

$$a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0;$$

для уравнения третьего порядка

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$$

условие устойчивости потребует выполнения неравенств:

$$a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0;$$

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$$

для уравнения четвертого порядка

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0$$

условие устойчивости:

$$a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0; a_4 > 0;$$

$$a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0.$$

Видим, что по мере увеличения порядка характеристического уравнения громоздкость расчетов лавинно возрастает, а на-

глядность снижается. В этом случае от алгебраических критериев приходится отказываться или переходить к численным методам с использованием ЭВМ.

6.3. Оценка устойчивости по ЛЧХ

В инженерной практике анализ устойчивости систем автоматического управления, основанный на применении частотных характеристик, получил широкое применение. Этому способствовал ряд преимуществ: прозрачная связь со структурой и параметрами системы; независимость от порядка дифференциального уравнения; наглядность построений; возможность использования экспериментальных характеристик.

Наиболее эффективными оказались логарифмические частотные характеристики, так как они позволяют оперировать величинами, изменяющимися как по амплитуде, так и по частоте в очень большом (до десятков тысяч) диапазоне; при построении характеристик последовательно соединенных звеньев операция умножения амплитудных характеристик заменяется операцией

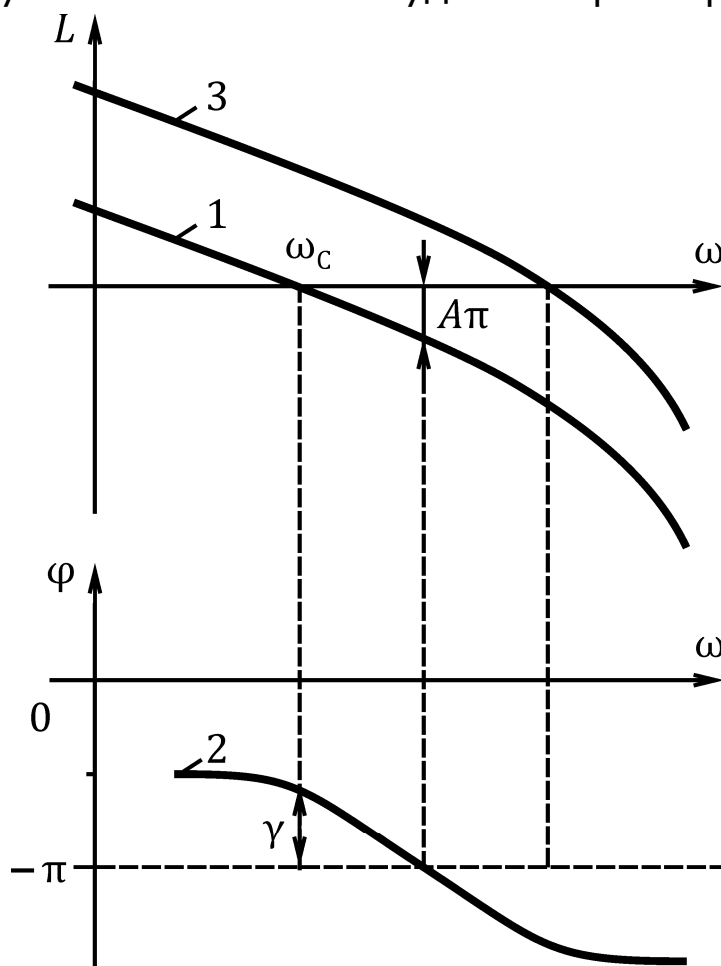


Рис. 6.2. Логарифмические амплитудные (кривые 1 и 3) и фазовая (кривая 2) частотные характеристики разомкнутой системы регулирования

сложения их логарифмических характеристик; логарифмические характеристики элементарных звеньев (см. п. 3.1) представляют собой прямые линии.

Устойчива или неустойчива система, определяют обычно по частотным характеристикам разомкнутой системы.

В самом простом, но и наиболее распространенном случае обе логарифмические характеристики – и амплитудная и фазовая – имеют монотонно снижающийся характер (рис. 6.2). Этому случаю может соответствовать, например, одноконтурная система регулирования, образованная последовательным соединением только инерционных

звеньев. При оценке устойчивости обращается внимание на взаимное расположение амплитудной и фазовой характеристик в районе частоты среза ω_c – частоты, при которой модуль амплитудной частотной характеристики разомкнутой системы равен единице. Критерий устойчивости формулируется следующим образом:

если в разомкнутой системе регулирования при частоте среза ω_c фазовая частотная характеристика не опускается ниже уровня $\varphi = -\pi$, то замкнутая система устойчива. Если при $\omega = \omega_c$ фазовая частотная характеристика опускается ниже уровня $-\pi$, то замкнутая система неустойчива.

На рис. 6.2 кривые 1 и 2 соответствуют устойчивой системе. Простым увеличением коэффициента усиления разомкнутой системы можно поднять амплитудную характеристику и увеличить ω_c , не изменяя фазовой частотной характеристики. Пара кривых 3 и 2 соответствует неустойчивой системе.

Вводится понятие запасов устойчивости. **Запас устойчивости по фазе**

$$\gamma = \pi - \varphi(\omega_c)$$

измеряют разницей между уровнем $\varphi = -\pi$ и значением фазовой характеристики $\varphi(\omega_c)$ при частоте среза (см. рис. 6.2). **Запас устойчивости по амплитуде** измеряется тем, насколько ЛАЧХ разомкнутой системы в точке с частотой, где фазовая характеристика $\varphi(\omega) = -\pi$, лежит ниже горизонтальной оси, то есть (см. рис. 6.2):

$$A_\pi = \lg|W(\omega_\pi)|.$$

Чем больше на графиках расстояния γ и A_π , тем больше запас устойчивости в системе регулирования. В хорошо демпфированных промышленных системах регулирования считают достаточным запас по фазе в пределах от 30 до 60 градусов, а по амплитуде – от 3 до 10 длог (от 6 до 20 дб). Столь широкий рекомендуемый диапазон определяется большим разнообразием требований к точности ведения технологического процесса для различных рабочих механизмов.

На рис. 6.3 приведен случай более сложной системы. Фазовая характеристика несколько раз пересекает линию $\varphi(\omega) = -\pi$. Системы такого рода имеют одну особенность: они становятся неустойчивыми как при увеличении, так и при уменьшении коэффициента усиления разомкнутой системы. Системы же, имеющие частотные характеристики типа (см.

рис. 6.2), становятся неустойчивыми только при увеличении коэффициента усиления.

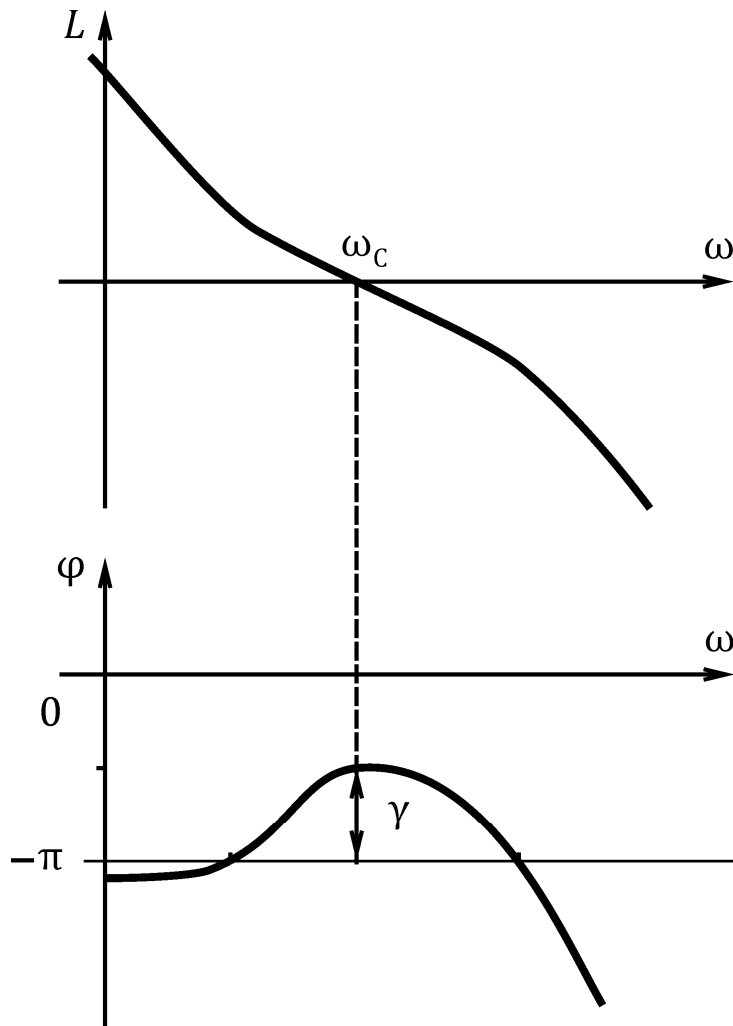


Рис. 6.3. Логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики разомкнутой системы регулирования

К системам электропривода, имеющим фазовую характеристику типа (см. рис. 6.3), можно отнести контур регулирования скорости в электроприводе с подчиненным регулированием [12, 14], имеющий пропорционально-интегральный регулятор скорости (см. также п. 9.2), а также асинхронный электропривод с отрицательной обратной связью по скорости, регулируемый только изменением напряжения на статоре при скоростях вращения двигателя ниже критической. Значительный отрицательный провал в фазовой характеристике обычно в диапазоне 20...40 рад/с наблюдается в одноконтурной системе регулирования

напряжения на якоре двигателя постоянного тока, когда сопротивление силовой цепи вентильного преобразователя значительно превышает сопротивление якоря двигателя.

Логарифмические частотные характеристики системы, содержащей в своем разомкнутом канале остроколебательные звенья, показаны на рис. 6.4. Этот случай характерен, например, для электроприводов, где механическая передача между валом электродвигателя и рабочим механизмом имеет существенную упругую податливость своих звеньев [2, 12, 14]. Упругие связи в механической передаче следует считать существенными, если упругая деформация звеньев, приведенная к валу рабочего механизма, оказывается больше допустимых погрешностей в процессе реализации заданного закона движения рабочего органа. Такого же вида характеристики имеют многоконтур-

турные системы, содержащие слабодемпфированный внутренний контур регулирования [4, 6].

ЛАЧХ (см. рис. 6.4) имеет три частоты среза: ω_1 , ω_2 и ω_3 . Устойчивость определяется по отношению к наибольшей частоте среза ω_3 , так как, как правило, остальные частоты приходятся на участок фазовой характеристики с большим запасом фазы.

Каждый из приведенных случаев логарифмических частотных характеристик разомкнутой системы имеет свои особенности настройки, которые будут рассмотрены в последующих главах.

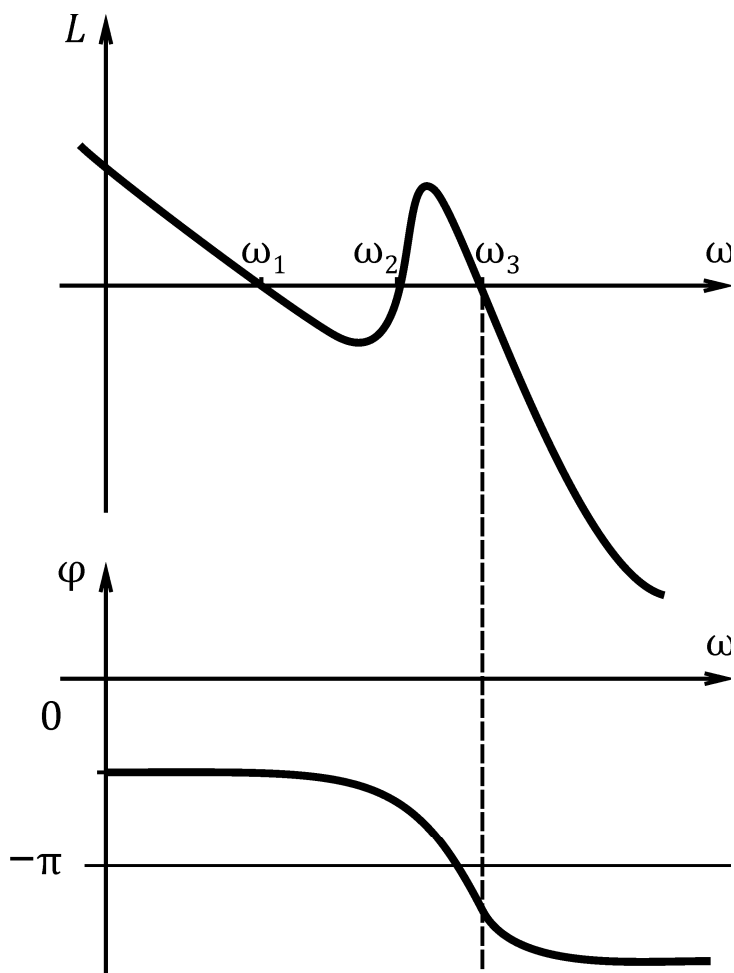


Рис. 6.4. Логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы, содержащей колебательное звено

6.4. Приближенное определение ЛФЧХ по аппроксимированной ЛАЧХ

В минимально-фазовых системах регулирования между амплитудной и фазовой частотными характеристиками существует однозначная математическая зависимость, что позволяет вести анализ этих систем, используя только один вид характеристик, обычно амплитудных [6, 11, 14]. Точные же аналитические выражения этой зависимости достаточно громоздки и потому неудобны для практических расчетов.

Достаточно простой и удобный для решения практических задач выбора структуры и параметров корректирующих звеньев метод определения ЛФЧХ по аппроксимированным ЛАЧХ системы предложен в [9].

Рассмотрим сначала наиболее простое звено – инерционное. Аппроксимированные ЛАЧХ и ЛФЧХ этого звена представим в относительных единицах, выбрав следующие базовые величины

переменных: по оси частот – одну декаду, по оси ординат для ЛАЧХ – одну декаду, для ЛФЧХ – 45 градусов. Примем коэффициент усиления инерционного звена $k = 1$, его постоянную времени $T = 1$ с, частоту сопряжения пропорционального и интегрального каналов в инерционном звене $\omega_c = 1/T = 1$ рад/с.

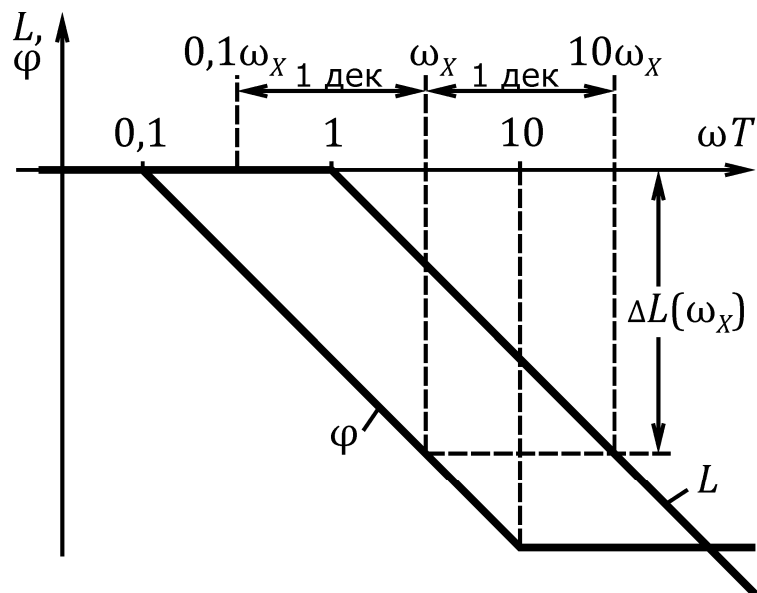


Рис. 6.5. Аппроксимированные ЛАЧХ L и ЛФЧХ φ инерционного звена, представленные в относительных единицах

Построим аппроксимированные ЛАЧХ и ЛФЧХ этого звена в соответствии с правилами, приведенными в п. 3.2, и совместим их на одной плоскости (рис. 6.5). Обе характеристики аппроксимированы прямыми отрезками, их наклонные участки имеют одинаковый единичный наклон и сдвинуты друг относительно друга по оси частот на одну декаду.

Величину $\varphi(\omega)$ можно выразить через $L(\omega)$ следующим образом. **Если взять произвольное значение частоты ω_x , отложить вправо и влево от ω_x по одной декаде, зафиксировать $L(10\omega_x)$ и $L(0,1\omega_x)$, взять разницу**

$$\Delta L(\omega_x) = L(10\omega_x) - L(0,1\omega_x),$$

то относительное значение $\varphi(\omega_x)$ равно численному значению $\Delta L(\omega_x)$.

Высказанное утверждение легко проверить для любого значения ω_x .

При $\omega_x < 0,1\omega_c$

$$\Delta L(\omega_x) = 0,$$

так как $L(0,1\omega_x) = 0$ и $L(10\omega_x) = 0$.

При $0,1\omega_c \leq \omega_x \leq 10\omega_c$

$$\Delta L(\omega_x) = L(10\omega_x),$$

так как $L(0,1\omega_x) = 0$. Этот случай изображен на рис. 6.5.

Наконец, при $\omega_x > 10\omega_c$

$$\Delta L(\omega_x) = L(10\omega_x) - \Delta L(0,1\omega_x),$$

но при этом $\Delta L(\omega_X) = 2 = \text{const}$, так как и $L(10\omega_X)$ и $L(0,1\omega_X)$ имеют одинаковые приращения при изменении ω .

Напомним, что ЛФЧХ измеряется в относительных единицах, когда за базовое значение принято $\varphi_B = 45^\circ$.

Рассмотренный способ приближенного вычисления ЛФЧХ по аппроксимированной ЛАЧХ легко обобщается на последовательное соединение нескольких инерционных, идеальных форсирующих и элементарных (пропорциональных, дифференцирующих, интегрирующих) звеньев.

На практике строить ЛФЧХ во всем диапазоне частот обычно нет необходимости, но знать её значение при частоте среза настраиваемого контура необходимо. Здесь полезно пользоваться следующим правилом.

В одноконтурной системе регулирования, содержащей инерционные звенья, относительное значение ФЧХ при частоте среза ω_C приближенно равно приращению ординат ЛАЧХ ΔL_P разомкнутого контура на интервале двух декад, посередине которых находится ω_C . ЛАЧХ измеряется в логгах, ЛФЧХ – в долях от 45 градусов.

Сказанное иллюстрируют кривые на рис. 6.6. В замкнутой системе регулирования звено A охвачено отрицательной обратной связью B . При этом звенья A и B могут быть в свою очередь представлены последовательным соединением инерционных, форсирующих и(или) элементарных звеньев. Точка пересечения ЛАЧХ $+L_A$ звена A и обратной (перевернутой) ЛАЧХ $-L_B$ звена $1/B$ есть частота среза ω_C . Приближенное значение ЛФЧХ при этой частоте определяется по приращению ординат

$$\Delta L_P = \Delta L_H(0,1\omega_C) + \Delta L_B(10\omega_C),$$

где $\Delta L_H(0,1\omega_C)$ – расстояние (в логгах) между кривыми L_A и $-L_B$ на нижней границе интервала $\omega = 0,1\omega_C$; $\Delta L_B(10\omega_C)$ – то же на верхней границе $\omega = 10\omega_C$.

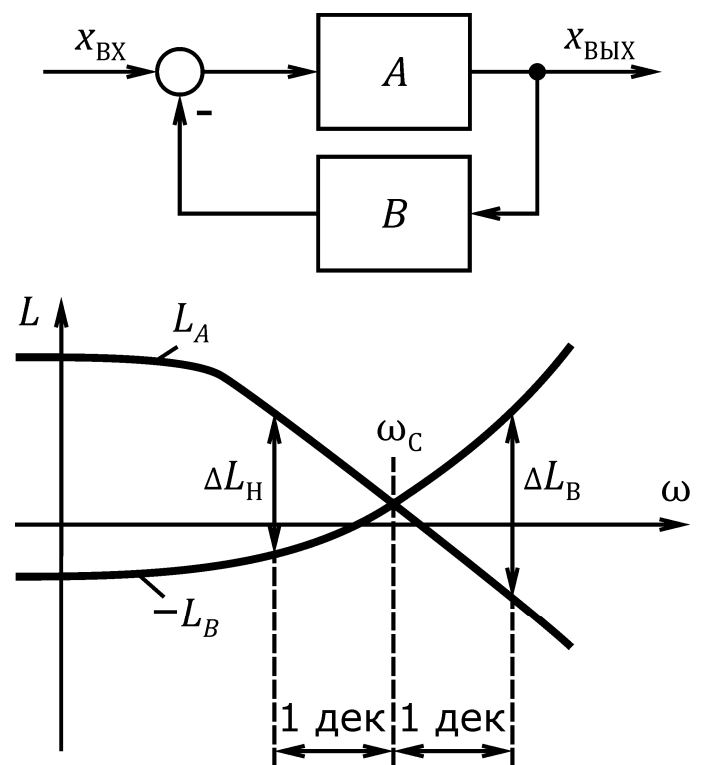


Рис. 6.6. Приближенное определение ЛФЧХ разомкнутого контура при частоте среза ω_C

Когда $\Delta L_p = 4$ лог, то $\varphi(\omega_c) = 180$ градусов. При общепринятых рекомендуемых величинах запаса устойчивости по фазе $\gamma > 35 \dots 40$ градусов приращение ординат $\Delta L_p \geq 3,2 \dots 3,3$ лог.

Рассматриваемый способ приближенного определения ЛФЧХ по аппроксимированной ЛАЧХ иллюстрируется ниже также в примере 8.2.

Говоря строго, предложенную методику вычисления ЛФЧХ по ЛАЧХ нельзя применять в случаях, когда система регулирования содержит колебательные звенья, особенно с большим резонансным пиком. Однако на практике это обстоятельство не является непреодолимым препятствием, так как резонансный максимум у колебательных звеньев обычно удается “размыть” другими средствами коррекции, например, местными обратными связями (см. главу 8). Полученную монотонного вида ЛАЧХ сравнительно просто удастся аппроксимировать последовательным соединением инерционных звеньев.

6.5. Выводы

Устойчивость является необходимым условием работоспособности замкнутой системы регулирования. У устойчивой системы все корни характеристического уравнения (или все полюсы передаточной функции) расположены слева от мнимой оси плоскости корней. На практике же оказалось рациональнее судить об устойчивости системы регулирования, минуя задачу определения корней. Соответствующие правила получили название критериев устойчивости.

Критерии, в основу которых положено характеристическое уравнение системы, получили название алгебраических критериев устойчивости, а критерии, основанные на частотных характеристиках системы, – частотных. Наиболее ясную связь со структурой и параметрами системы при минимальных вычислительных затратах дают частотные методы.

Проверять выполнение условий устойчивости и оценивать величину запаса устойчивости наиболее удобно, пользуясь логарифмическими частотными характеристиками. Помимо простоты расчетов, эти характеристики при минимальных вычислительных затратах позволяют легко и ясно видеть, какие варианты структуры следует предпочесть, в какую сторону и какие следует изменять параметры звеньев, соответствующих конкретным элементам конструкции системы управления. Эти особенности высоко ценятся в инженерной практике.

6.6. Контрольные вопросы

1. Что такое критерии устойчивости системы регулирования?
2. Сформулируйте алгебраический критерий устойчивости Гурвица.
3. Проверьте на устойчивость систему регулирования, характеристическое уравнение которой описывается многочленом

$$p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1.$$

4. Сформулируйте критерий устойчивости системы регулирования, основанный на применении частотных характеристик системы.

5. Проверьте условия устойчивости системы, в которой звено прямого канала с передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{10}{(1+p)(1+0,3p)}$$

охвачено отрицательной обратной связью с передаточной функцией

$$W_{oc}(p) = \frac{10}{1+0,2p}.$$

6. Прямой канал системы регулирования с передаточной функцией

$$W_0(p) = W_1(p) + W_2(p) = \frac{10}{1+p} + \frac{3}{(1+0,32p)(1+0,1p)}$$

охвачен внешней отрицательной обратной связью с передаточной функцией

$$W_{oc}(p) = \frac{10}{1+0,5p}.$$

Составьте структурную схему, определите частоту среза ω_c и найдите запас устойчивости по фазе в замкнутой системе регулирования. Определите также частоту сопряжения ЛАЧХ звеньев прямого канала системы регулирования.

7. На рис. 6.4 изображены логарифмические частотные характеристики системы регулирования. Является ли эта система устойчивой?

7. ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ

7.1. Понятие показателей качества процессов регулирования

Процесс проектирования любой системы регулирования начинается с формулировки цели проекта и технических требований. При этом приходится учитывать целый комплекс условий, например, ресурс, вероятность безотказной работы, возможность ремонта и восстановления, уровень потребляемой мощности, квалификацию обслуживающего персонала, материальные затраты и др. В рамках нашего курса будем рассматривать лишь требования к качеству движения системы управления во времени, таких как время затухания переходных составляющих, характер реакции системы на управляющие и возмущающие воздействия, точность воспроизведения входных сигналов, величины ошибок, вызванных действием возмущений.

Так как условия и режимы работы систем регулирования весьма разнообразны, то качество процессов регулирования оценивают рядом показателей при действии некоторых стандартных (тестовых) воздействий.

Принято различать прямые оценки качества и косвенные. Прямые оценки определяются непосредственно по кривой переходного процесса. В регулируемых электроприводах из прямых оценок наиболее часто пользуются переходной функцией, а из косвенных оценок – частотными характеристиками и, прежде всего, логарифмическими.

7.2. Прямые оценки качества. Переходная функция

К прямым оценкам качества, определяемым по виду переходной функции, обычно относят (рис. 7.1):

время регулирования t_p – минимальное время, за которое выходная величина $h(t)$ приблизится к заданному установившемуся значению $h_{уст}$ с ошибкой

$$|h(t) - h_{уст}| \leq \Delta,$$

где Δ – допустимая погрешность, оговоренная в технических условиях;

перерегулирование

$$\sigma = \frac{h_M - h_{уст}}{h_{уст}}$$

– максимальное отклонение (перерегулирование) переходной характеристики от установившегося значения выходной переменной. Здесь h_M – значение первого максимума. В типовых системах регулирования обычно $\sigma \approx 0,1 \dots 0,3$, но иногда (например, в некоторых подъемных механизмах, в электроприводах подачи металлорежущих станков) колебания недопустимы;

время нарастания переходного процесса t_H – абсцисса точки первого пересечения кривой переходной функции с уровнем установившегося значения $h_{уст}$;

время достижения первого максимума t_M ;

число колебаний n , которое имеет переходная характеристика за время регулирования t_p . Обычно $n \approx 1 \dots 2$, но в некоторых случаях колебания недопустимы.

Часто, исходя из условий безопасности или просто из удобства проведения эксперимента, показатели переходной функции определяют при сбросе сигнала задания до нуля. Тогда те же показатели качества процесса определяют, взяв за начальное значение выходной переменной $h(0)$, а за установившееся значение $h(t) = 0$ (см. рис. 7.1 б).

Перечисленные показатели могут быть дополнены другими, что, как правило, обусловлено особенностями системы регулирования конкретного рабочего механизма.

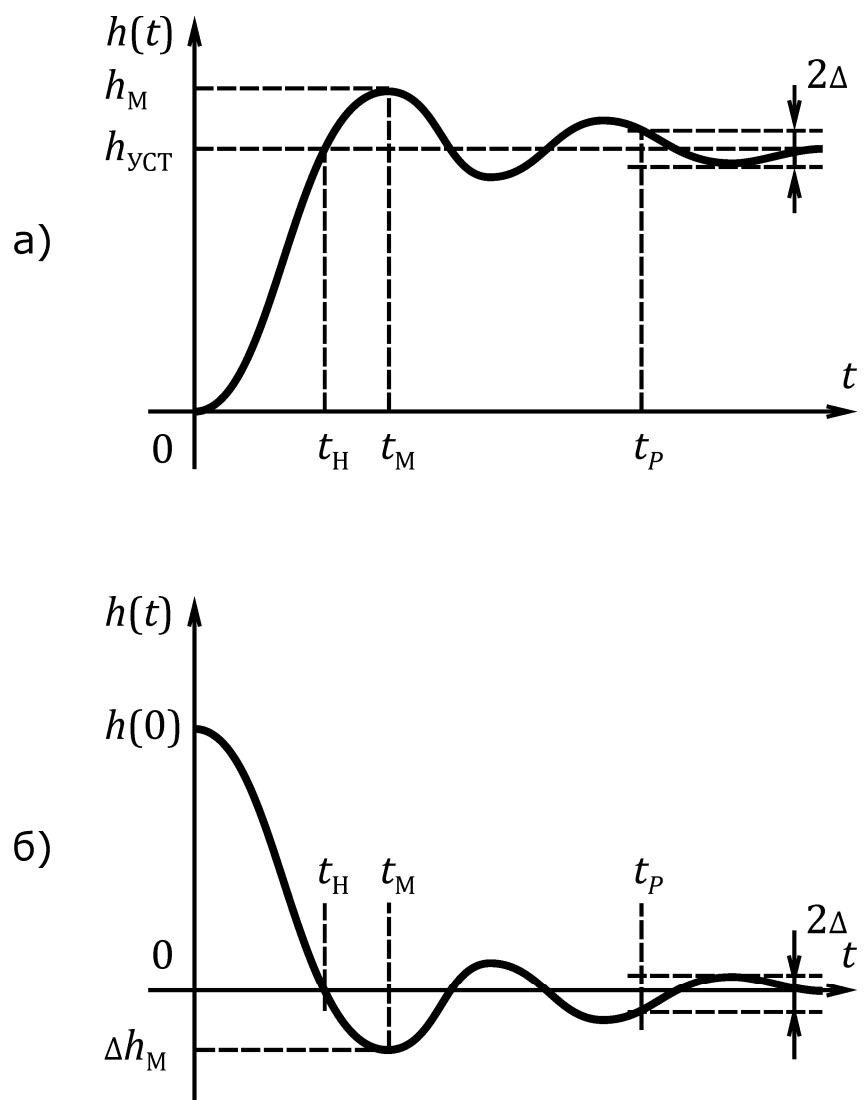


Рис. 7.1. Переходная функция системы регулирования при набросе (а) и при сбросе (б) сигнала задания

7.3. Частотные оценки качества процесса регулирования

Частотные оценки производятся по частотным характеристикам как замкнутой, так и разомкнутой системы регулирования. Когда пользуются частотной характеристикой **замкнутой системы**, то обычно оценивают величины: показатель колебательности M , резонансную (собственную) частоту ω_p и полосу пропускания ω_{Π} (рис. 7.2).

Показатель колебательности

$$M = \frac{A_M(\omega)}{A(0)}$$

– это отношение максимального значения амплитудной частотной характеристики $A_M(\omega)$ замкнутой системы к её значению $A(0)$ при $\omega = 0$. Чем выше M , тем более склонна к колебаниям система регулирования. Практикой установлено, что для системы, обладающей удовлетворительным качеством процессов, $M \leq 1,3 \dots 1,5$.

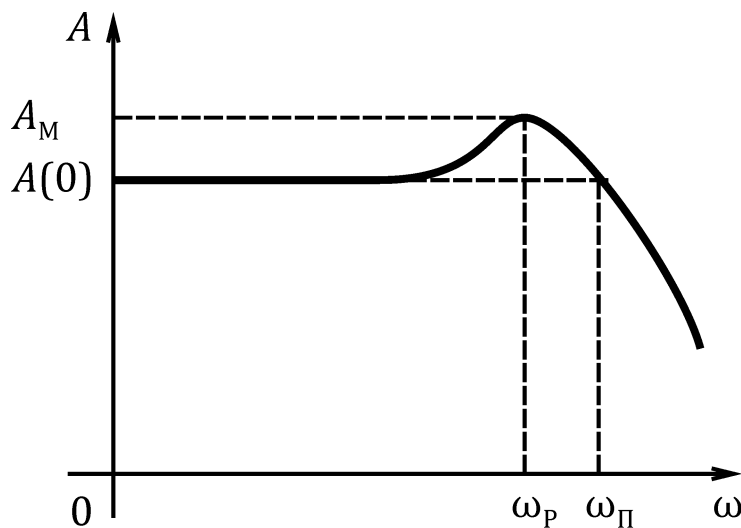


Рис. 7.2. АЧХ замкнутой системы регулирования

Резонансная частота ω_p – это частота, при которой гармонические колебания проходят через систему с наибольшим усилением, а амплитудная частотная характеристика имеет максимум $A_M(\omega)$.

Полоса пропускания частот ω_{Π} – это диапазон частот, где амплитудная частотная характеристика проходит не ниже значения $A(0)$.

Некоторые авторы называют предел $A(\omega) \geq 0,7A(0)$, но это только лишний раз указывает на приблизительный характер применяемых оценок качества и их относительную условность.

Величины M , ω_p и ω_{Π} можно определить, если построить уточненные (с учетом поправок) амплитудные частотные характеристики замкнутой системы в районе частоты среза ω_c .

По амплитудным частотным характеристикам **разомкнутой системы** определяют следующие оценки (рис. 6.2): частоту среза ω_c , запасы устойчивости по фазе γ и по амплитуде (по

модулю). Наиболее широко пользуются логарифмическими частотными характеристиками, построение которых требует минимальных затрат, но вместе с тем дает наиболее ясную связь со структурой и параметрами корректирующих связей.

Частота среза ω_c – это частота, при которой значение амплитудной характеристики разомкнутой системы равно единице (а ЛАЧХ разомкнутой системы пересекает ось частот). Величина ω_c косвенно связана с быстродействием системы: чем выше ω_c , тем выше быстродействие.

Степень демпфирования процессов или, наоборот, склонность системы к колебаниям характеризуют запасы устойчивости. **Запас устойчивости по фазе** принимают обычно в пределах 30...60 градусов, а **по амплитуде** – от 3 до 10 децилог.

Рассмотренные нами примеры оценок качества процессов регулирования далеко не исчерпывают весь существующий перечень, что обусловлено большим разнообразием, а порой противоречивостью технических требований к конкретным системам.

7.4. Связь между прямыми и частотными оценками качества

Непосредственная количественная взаимная зависимость между временными и частотными характеристиками дается преобразованиями Фурье [14, 17]. В устойчивой системе связь частотной характеристики $W(j\omega)$ с импульсной переходной (весовой) функцией $f(t)$ определяется прямым преобразованием Фурье

$$W(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt,$$

а импульсной переходной (весовой) функции $f(t)$ с частотной характеристикой $W(j\omega)$ – обратным преобразованием Фурье:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} W(j\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

На практике подробные расчеты по приведенным выражениям требуются далеко не всегда. Более продуктивны и часто вполне достаточны приближенные соотношения между показателями переходной функции и частотными характеристиками.

Рассмотрим сначала связи между переходными функциями и ЛАЧХ для самых элементарных систем первого, а затем второго порядка. Эти случаи удобны для анализа, так как процессы, протекающие в этих системах, поддаются аналитическому ре-

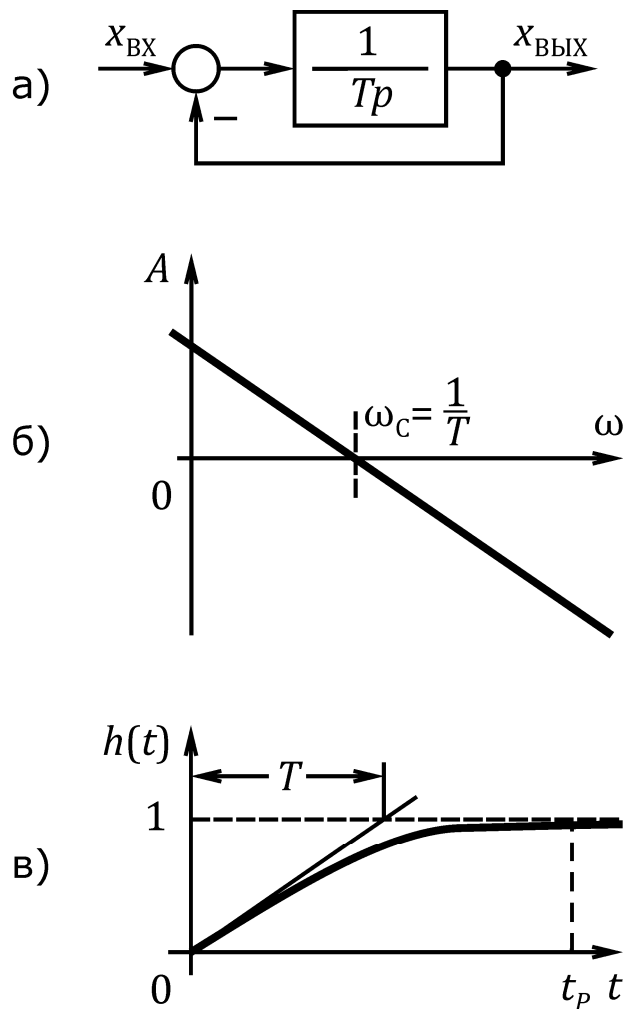


Рис. 7.3. Структурная схема (а), ЛАЧХ (б) и переходная функция (в) инерционного звена

шению в рамках хорошо изученных линейных дифференциальных уравнений первого или второго порядка.

Систему первого порядка можно представить, как систему, образованную интегрирующим звеном с постоянной времени T в прямом канале, охваченным единичной отрицательной обратной связью (рис. 7.3 а). Частота среза представленной системы (см. рис. 7.3 б) $\omega_c = 1/T$, переходная функция – это экспонента с постоянной времени T (см. рис. 7.3 в). Время регулирования через частоту среза выражается следующим образом:

$$t_p = (3 \dots 4)T = \frac{(3 \dots 4)}{\omega_c}.$$

Оказывается, что в реальной замкнутой системе высокого порядка, настроенной на монотонный характер протекания про-

цесса регулирования, даже такая простая оценка длительности процессов вполне допустима [4, 6, 18].

Систему второго порядка получим добавлением инерционного звена с постоянной времени T_2 в прямой канал предыдущей системы. В результате получим замкнутую систему, в которой последовательно включенные интегратор с постоянной времени T_1 и инерционное звено с постоянной времени T_2 охвачены отрицательной единичной обратной связью (рис. 7.4 а).

Когда частота сопряжения инерционного звена $\omega_2 = 1/T_2 > \omega_1 = 1/T_1$ (см. рис. 7.4 б), то частота среза ω_c определяется постоянной времени интегрирующего звена

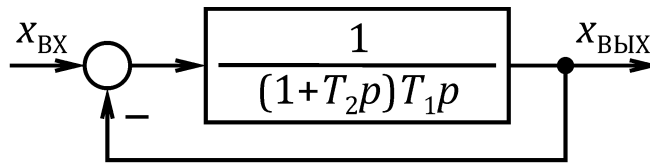
$$\omega_c = \omega_1 = \frac{1}{T_1},$$

а процессы в системе носят монотонный характер (см. рис. 7.4 в). При $\omega_2 \geq (2 \dots 4)\omega_c$ их вообще можно считать такими же, как и в схеме с инерционным звеном (см. рис. 7.3 в).

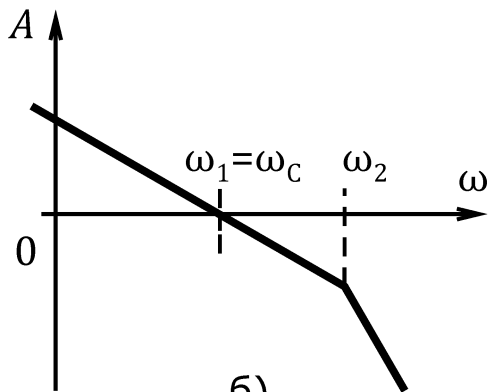
Когда $\omega_2 < \omega_1$ (см. рис. 7.4 г), процессы носят колебательный характер, а частота среза

$$\omega_c \approx \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$$

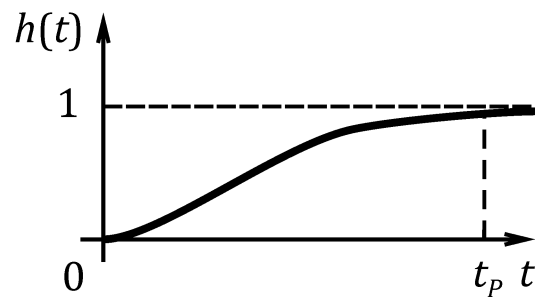
В случае (см. рис. 7.4 б) с частотой среза ω_c связано время регулирования $t_p \approx (3 \dots 4)/\omega_c$, а в случае (см. рис. 7.4 г) – время достижения максимума переходной функции $t_M \approx (3 \dots 4)/\omega_c$.



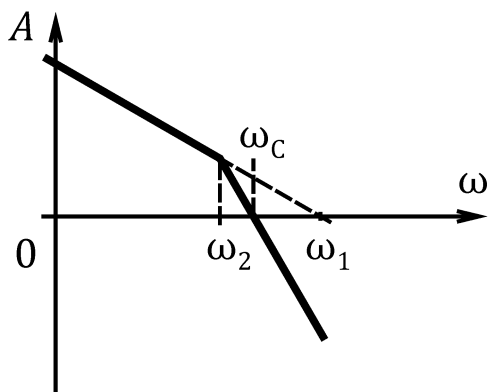
а)



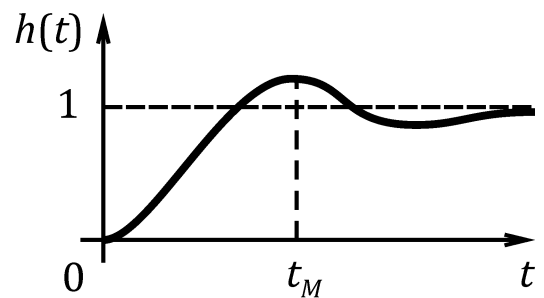
б)



в)



г)



д)

Рис. 7.4. Структурная схема (а), ЛАЧХ (б, г) и переходные функции (в, д) колебательного звена

При тех запасах устойчивости и величинах показателя колебательности, которые были рекомендованы в п. 7.3, процессы в настроенной устойчивой замкнутой системе очень мало отличаются от процессов в системе регулирования второго порядка. Это дало право ряду авторов [4, 6, 12, 18] рекомендовать оценивать показатели качества процессов регулирования в настро-

енной замкнутой системе высокого порядка по показателям процессов в звене второго порядка. На рис. 7.5 приведены номограммы, заимствованные из [6], которые количественно связывают величины коэффициента демпфирования ξ с запасом устойчивости по фазе γ , показателем колебательности M и перерегулированием Δh .

Уточненные количественные соотношения между показателями качества процесса регулирования и параметрами вариантов типовых ЛАЧХ можно получить с помощью номограмм Честната-Майера [18], которые были потом повторены в ряде отечественных учебников по теории автоматического управления [6, 12]. Однако такая потребность возникает нечасто.

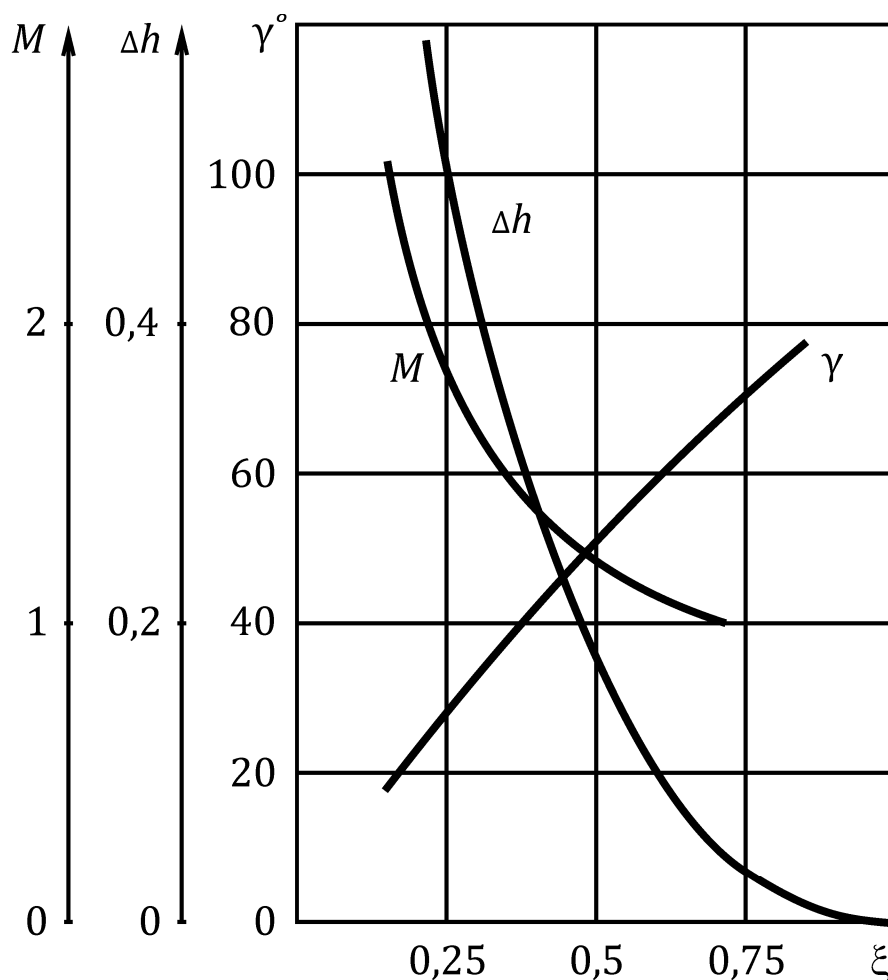


Рис. 7.5. Зависимость показателей качества регулирования от коэффициента затухания (взято из [6])

7.5. Желаемые ЛАЧХ системы автоматического управления

Любая система автоматического управления должна, во-первых, обеспечить точное воспроизведение выходной переменной входного сигнала (задача воспроизведения) и, во-

вторых, максимально ослабить влияние возмущений на регулируемую переменную (задача подавления возмущений).

Если предельно идеализировать задачу, то первая её часть требует, чтобы система автоматического управления обладала по сигналу задания передаточной функцией, тождественно равной единице:

$$W(p) = 1.$$

В этом случае выходной сигнал мгновенно и абсолютно точно воспроизводит входной сигнал. Например, при единичном скачке входного сигнала выходной сигнал также изменится скачком мгновенно и без всякого запаздывания.

Такой идеальной системе соответствует безынерционное звено, ЛАЧХ которого имеет равномерное усиление во всей полосе частот (рис. 7.6 б).

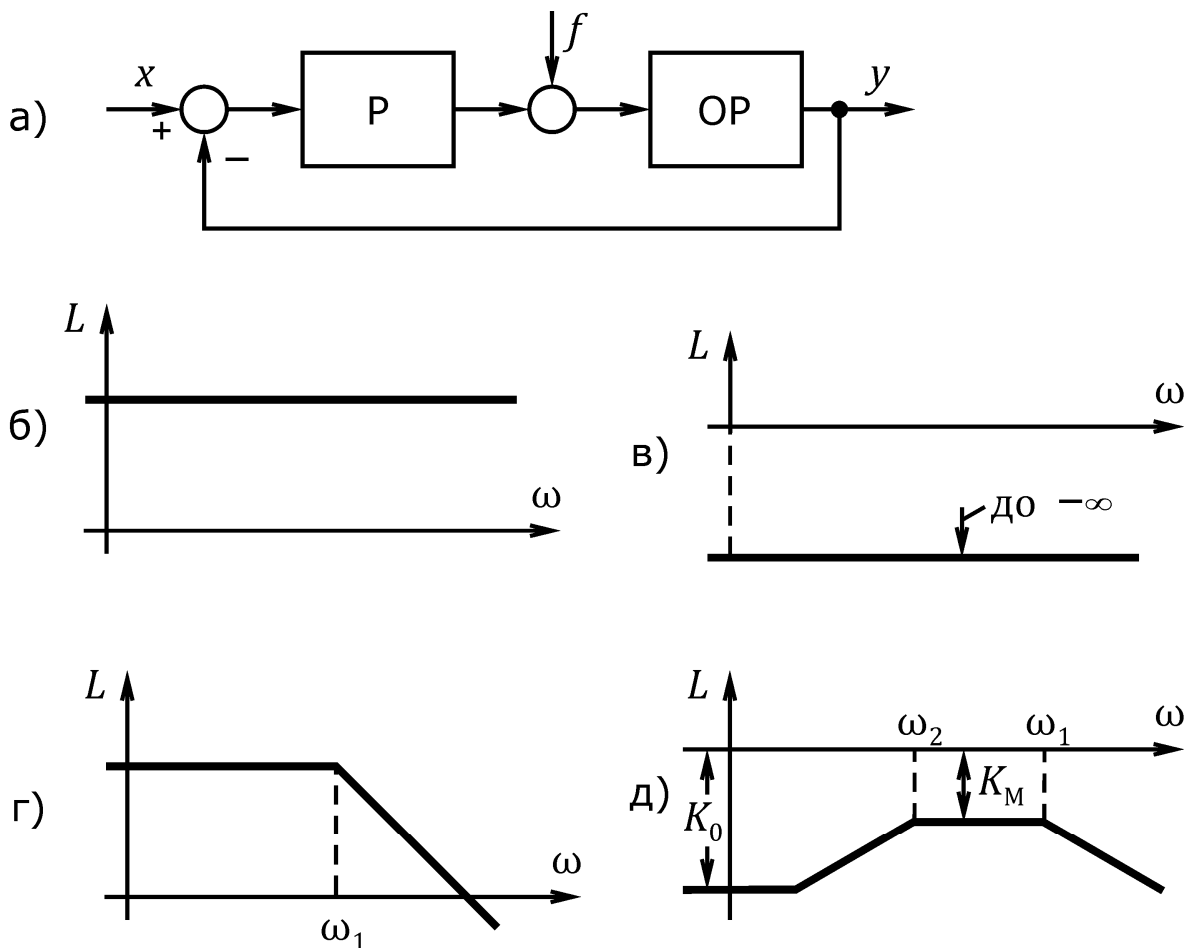


Рис. 7.6. Структурная схема (а), идеальные (б, в) и возможные реальные (г, д) ЛАЧХ системы регулирования по заданию (б, г) и возмущению (в, д)

В реальности из-за наличия инерционностей в звеньях прямого канала системы регулирования на амплитудной характеристике полоса равномерного пропускания ограничена справа частотой ω_1 , а кривая переходной функции имеет не идеально

крутой, а пологий передний фронт. Естественно, на практике к идеалу лишь приближаются, учитывая назначение, опыт проектирования и эксплуатации систем такого же типа или близких к нему. Стремясь, как правило, добиться наибольшего возможного быстродействия при минимальной колебательности, вводят понятие **желаемой ЛАЧХ**, на которой задают предполагаемые и предпочтительные величины частоты среза ω_c и запаса устойчивости, например, по фазе γ .

Если бы система регулирования идеально подавляла приложенные возмущения, то отклонение выходной переменной, вызванное влиянием возмущения, равнялось бы нулю, ЛАЧХ системы по каналу “возмущение f – выходная переменная y ” опустилась бы вниз бесконечно низко, так как

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lg x = -\infty.$$

Реальная же ЛАЧХ системы по каналу “ $f \rightarrow y$ ” обычно имеет куполообразную форму, а максимум её может быть достаточно высоким (см. рис. 7.6 д). Причины, поясняющие особенности формы этой характеристики, видны из процедуры построения аппроксимированных характеристик встречно-параллельных звеньев (см. рис. 5.4).

В районе низких частот, где $\omega < \omega_c$, ослабление возмущения происходит за счет действия обратной связи по выходной координате. Эффективность подавления возмущения обратной связью тем выше, чем дальше расходятся на рис. 5.4 б характеристики звеньев A и $1/B$, то есть выше коэффициент передачи ЛАЧХ разомкнутой системы. Однако эта эффективность обратной связи ограничена частотой среза ω_c .

Правый, спадающий участок характеристики приходится на высокие частоты $\omega > \omega_c$, где действие обратной связи уже неэффективно, а ослабление возмущения происходит за счет инерционностей в звеньях прямого канала, расположенных между местом приложения возмущения и выходной переменной. Примерами звеньев, оказывающих такое влияние, могут быть, в частности, маховые массы электропривода при приложении момента статической нагрузки в системе регулирования скорости или индуктивность реактивных элементов в силовой цепи “управляемый тиристорный преобразователь – якорь двигателя” при колебаниях напряжения питающей сети.

Наибольшая величина ошибки наблюдается в районе частоты среза контура регулирования: здесь внешняя обратная связь по выходной координате уже ослаблена из-за конечного быстро-

действия контура регулирования, а демпфирующее действие звеньев прямого канала ещё недостаточно эффективно.

Приближенно прогнозировать показатели переходного процесса, вызванного скачкообразным приложением возмущения f , можно, пользуясь ЛАЧХ системы регулирования по каналу “возмущение f – выходная переменная y ” (см. рис. 7.6 д) с помощью следующих приближенных соотношений:

статическая погрешность

$$\Delta y_c = k_0 \Delta f;$$

максимум динамической ошибки

$$\Delta y_{\text{дин}} = k_M \Delta f;$$

время достижения максимума

$$t_M \approx \frac{(3 \dots 4)}{\omega_1};$$

время переходного процесса

$$t_{\text{ПП}} \approx \frac{(3 \dots 4)}{\omega_2}.$$

В приведенных соотношениях k_0 – значение ЛАЧХ при $\omega \rightarrow 0$. В высокоточных системах управления $k_0 \ll 1$, в астатических – $k_0 \rightarrow 0$. k_M – максимальное значение ЛАЧХ; ω_1 и ω_2 – правая и левая границы полосы равномерного пропускания частот на ЛАЧХ.

При сравнительном анализе та из систем регулирования, у которой ЛАЧХ расположена ниже, более точно поддерживает выходную переменную y . В процессе синтеза следует вводить такие корректирующие звенья и так выбирать их параметры, чтобы исходную ЛАЧХ системы регулирования по каналу “возмущение f – выходная переменная y ” опустить как можно ниже.

Итак, чтобы добиться наибольшей точности воспроизведения выходной координатой сигнала задания, нужно увеличивать передаточный коэффициент звеньев прямого канала, находящихся между местом приложения управляющего сигнала и выходной переменной, а чтобы максимально ослабить возмущение – нужно увеличивать коэффициент усиления звеньев канала обратной связи между выходной координатой и местом приложения возмущения.

На практике часто пользуются понятием **желаемой ЛАЧХ** системы регулирования. Однозначно для всех возможных случаев её задать нельзя. Обычно разработчик, учитывая свой опыт, возможности аналогичных систем, назначение и условия работы технологического механизма, формулирует совместно с заказчиком технические требования к системе управления, которые и являются основанием для указания основных признаков, определяющих вид желаемой ЛАЧХ.

Чаще всего на желаемой характеристике задают ω_c – частоту среза системы как меру её быстродействия; γ – запас устойчивости по фазе, характеризующий степень колебательности системы; порядок астатизма как способ достижения высокой точности в статике.

Желаемая частотная характеристика дает приближенные ответы. В ответственных случаях расчеты обязательно дополняются компьютерным моделированием системы. Этому способствуют и наличие соответствующих отработанных программ расчета и существующий разветвленный парк вычислительной техники. Еще ценнее на заключительном этапе экспериментальная проверка результатов на опытном образце или реальной установке.

Однако нельзя забывать и нужно ценить, что приводимые ниже методы синтеза позволяют наиболее ясно обосновать рациональную структуру (тип обратных связей, вид и параметры передаточных функций корректирующих звеньев), сопоставить возможности различных корректирующих звеньев, предугадать направление поиска наилучшего решения, обосновать если не оптимум, то близость к оптимуму параметров корректирующих связей.

К рассмотрению возможных вариантов синтеза систем управления мы и перейдем в последующих главах.

7.6. Выводы

Чтобы было удобно сравнивать различные системы автоматического управления, вводят понятие **показателей качества** процессов регулирования при действии некоторых стандартных воздействий.

Принято различать прямые и косвенные оценки качества. **Прямые оценки** получают на основании кривой переходного процесса во времени. Они наглядны, физичны, понятны работникам смежных специальностей, могут быть получены экспериментальным путем. Наиболее часто пользуются переходной функцией – реакцией системы на скачкообразное изменение входного сигнала. Качество процесса оценивают по величинам

перерегулирования, времени достижения этого перерегулирования, времени переходного процесса.

Косвенные оценки очень разнообразны. Наиболее эффективными в замкнутых электроприводах оказались оценки, основанные на ЛЧХ. Они требуют минимальных вычислительных затрат и наиболее отчетливо связаны со структурой и параметрами корректирующих связей.

Между оценками качества различного вида существует однозначная связь (см., например, рис. 7.5).

При синтезе конкретной системы автоматического управления часто пользуются понятием **желаемой ЛАЧХ** системы, когда на основании изучения конкретного технологического процесса задают основные частотные показатели качества (частоту среза, запасы устойчивости и др.).

7.7. Контрольные вопросы

1. Что такое показатели качества процессов регулирования?
2. Чем отличаются прямые оценки качества от частотных?
3. Назовите основные показатели качества, основанные на переходной функции системы автоматического управления.
4. Назовите показатели качества системы автоматического управления, основанные на частотных характеристиках замкнутой, а также разомкнутой систем регулирования.
5. В настроенной замкнутой системе регулирования получен показатель колебательности $M = 1,5$. Уточните величины других показателей: перерегулирования Δh и запаса устойчивости по фазе γ .
6. Дайте понятие желаемой ЛАЧХ системы регулирования.

8. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ КОРРЕКЦИЯ

8.1. Выбор структуры и параметров последовательных корректирующих звеньев

Последовательная коррекция является типовым решением в одноконтурной системе регулирования. Эту систему можно представить последовательно включенными объектом регулирования ОР и регулятором Р, охваченными отрицательной обратной связью по выходной переменной $x_{\text{ВЫХ}}$ (рис. 8.1). Регулятором Р принято называть последовательное корректирующее устройство, выполненное на активных элементах (например, на операционном усилителе постоянного тока), включенное в прямой канал системы регулирования и предназначенное для достижения системой требуемых статических и динамических характеристик.

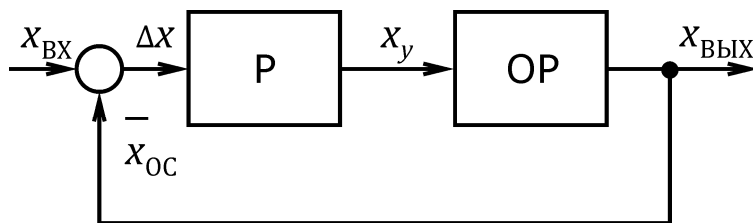


Рис. 8.1. Структурная схема одноконтурной системы регулирования

Идея выбора структуры и параметров последовательного корректирующего звена заключается в следующем. Добавим к ЛАЧХ объекта регулирования ОР характеристику регулятора Р (в логарифмическом масштабе эти характеристики складываются – см. п. 5.2). При этом ЛАЧХ разомкнутой цепи необходимо изменить так, чтобы добиться:

$\omega_c \geq \omega_{\text{ЖЕЛ}}$, то есть частоту среза сделать больше желаемой;
 $\gamma \geq \gamma_{\text{ЖЕЛ}}$, то есть запас устойчивости по фазе сделать больше желаемого.

Возможны и другие условия задачи, мы указали на наиболее часто применяемые.

Задача выбора последовательного корректирующего устройства далеко неоднозначна. Возможны варианты, каждый со своими особенностями. Поэтому рассмотрим некоторые из них.

8.2. Коррекция звеном с отставанием по фазе

Передаточная функция простейшего корректирующего звена этого типа

$$W_K = \frac{1 + T_{K2}p}{1 + T_{K1}p},$$

при этом $T_{K1} > T_{K2}$.

Как пример, на рис. 8.2 изображены аппроксимированные логарифмические амплитудная L_K и фазовая φ_K частотные характеристики (ЛАЧХ и ЛФЧХ) звена, когда $T_{K1} = 10T_{K2}$. При этом точные характеристики незначительно отличаются от аппроксимированных.

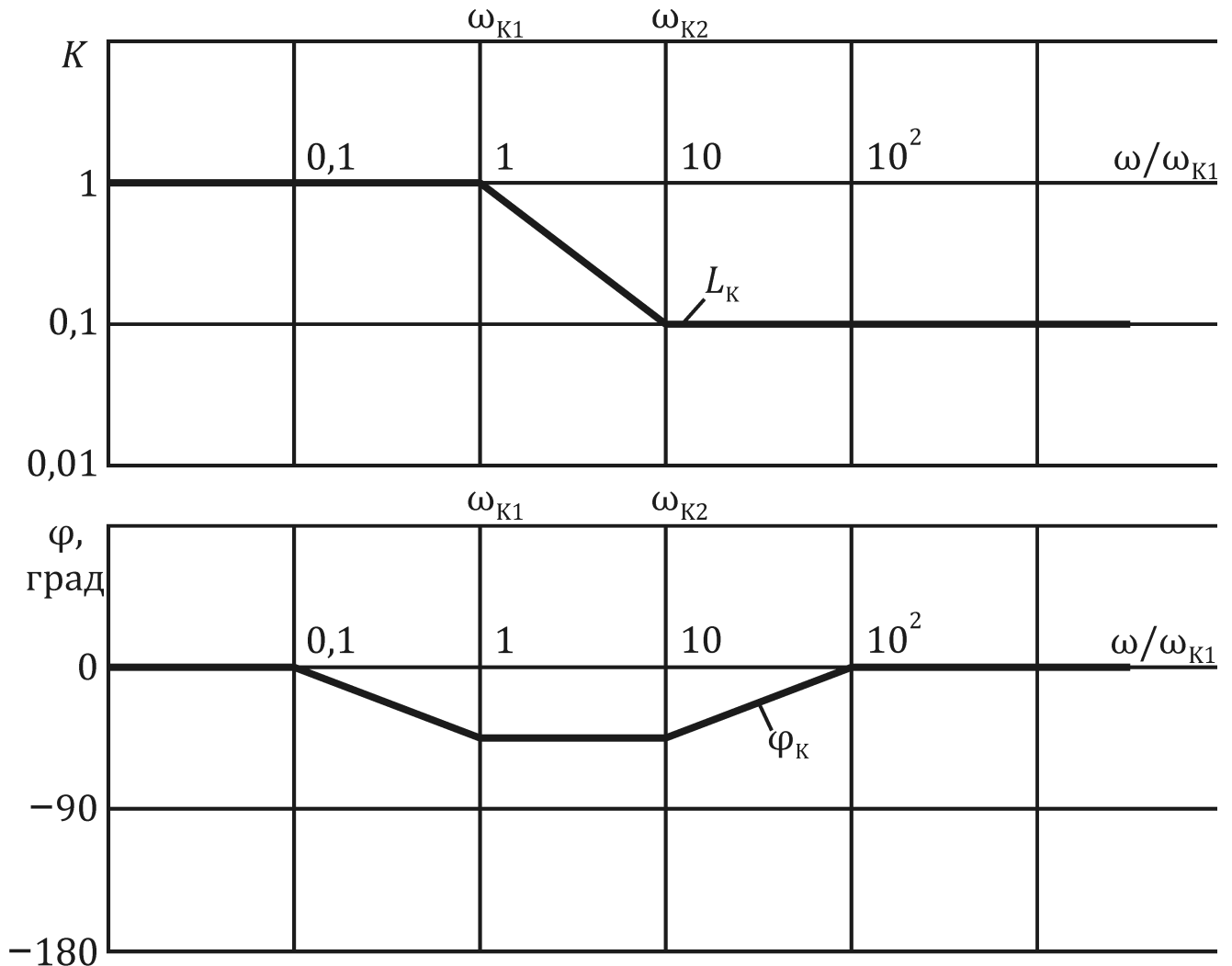


Рис. 8.2. Аппроксимированные амплитудная L_K и фазовая φ_K ЛЧХ звена с отставанием по фазе

При малых частотах, когда $\omega < \omega_{K1} = 1/T_{K1}$, ЛАЧХ L_K корректирующего звена имеет единичный коэффициент усиления. Здесь влияние последовательной коррекции на ЛАЧХ последовательно соединенных Р и ОР не проявляется, а $\lg 1 = 0$. При $\omega_{K1} < \omega < \omega_{K2} = 1/T_{K2}$ аппроксимированная ЛАЧХ L_K звена снижается с единичным наклоном. При $\omega > \omega_{K2}$ ЛАЧХ L_K корректирующего звена вновь идет горизонтально, располагаясь на высоте

$$\lg k = \lg \frac{T_{K2}}{T_{K1}} = \lg \frac{\omega_{K1}}{\omega_{K2}},$$

а общий коэффициент передачи последовательно включенных Р и ОР снижается в $\Delta k = \omega_{K1}/\omega_{K2}$ раз.

Аппроксимированная ЛФЧХ $\varphi_K = \varphi(\omega)$ имеет наибольший отрицательный фазовый сдвиг на интервале $\omega_{K1} < \omega < \omega_{K2}$. Так как вне этого интервала ЛФЧХ изменяется очень полого, то в практических расчетах учитывают наличие отрицательного фазового сдвига, вносимого корректирующим звеном, еще дополнительно влево и вправо от указанного интервала примерно на половине декады в каждую сторону.

Звено с отстающей фазовой характеристикой целесообразно применять в тех случаях, когда в исходной системе регулирования допустимо снизить частоту среза ω_C (есть запас по быстродействию), не изменяя ЛАЧХ системы в районе низких частот. Тем самым удастся сохранить высокую точность регулирования в статических режимах и при относительно медленно изменяющихся воздействиях.

Параметры корректирующего звена Р обычно выбирают из следующих условий:

отношение постоянных времени $\Delta k = T_{K2}/T_{K1}$ принимают, исходя из допустимой степени снижения частоты среза ω_{C1} исходной системы регулирования до значения ω_{C2} , при которой на частотной характеристике исходной системы наблюдается достаточный запас устойчивости по фазе. Эту же частоту ω_{C2} принимают в качестве частоты среза скорректированной системы регулирования;

правую границу интервала частот корректирующего звена $\omega_{K2} = 1/T_{K2}$ выбирают из условия:

$$\omega_{K2} \leq \frac{\omega_{C2}}{2 \dots 4},$$

что позволяет иметь незначительную величину отрицательного фазового сдвига, вносимого корректирующим звеном в районе частоты среза ω_{C2} настроенной системы регулирования.

Пример 8.1. В системе регулирования передаточная функция объекта регулирования ОР

$$W_{OP}(p) = \frac{1}{T_1 p (1 + T_2 p) (1 + T_3 p)} = \frac{1}{0,01 p (1 + 0,03 p) (1 + 0,01 p)}.$$

Необходимо выбрать желаемые параметры корректирующего звена с отстающей фазой.

ЛЧХ исходной (нескорректированной) системы – амплитудная L_1 и фазовая φ_1 – представлены на рис. 8.3. При частоте среза $\omega_{c1} \approx 55$ рад/с фазовая характеристика $\varphi \approx 180^\circ$, что после замыкания обратной связи соответствует неустойчивой системе регулирования.

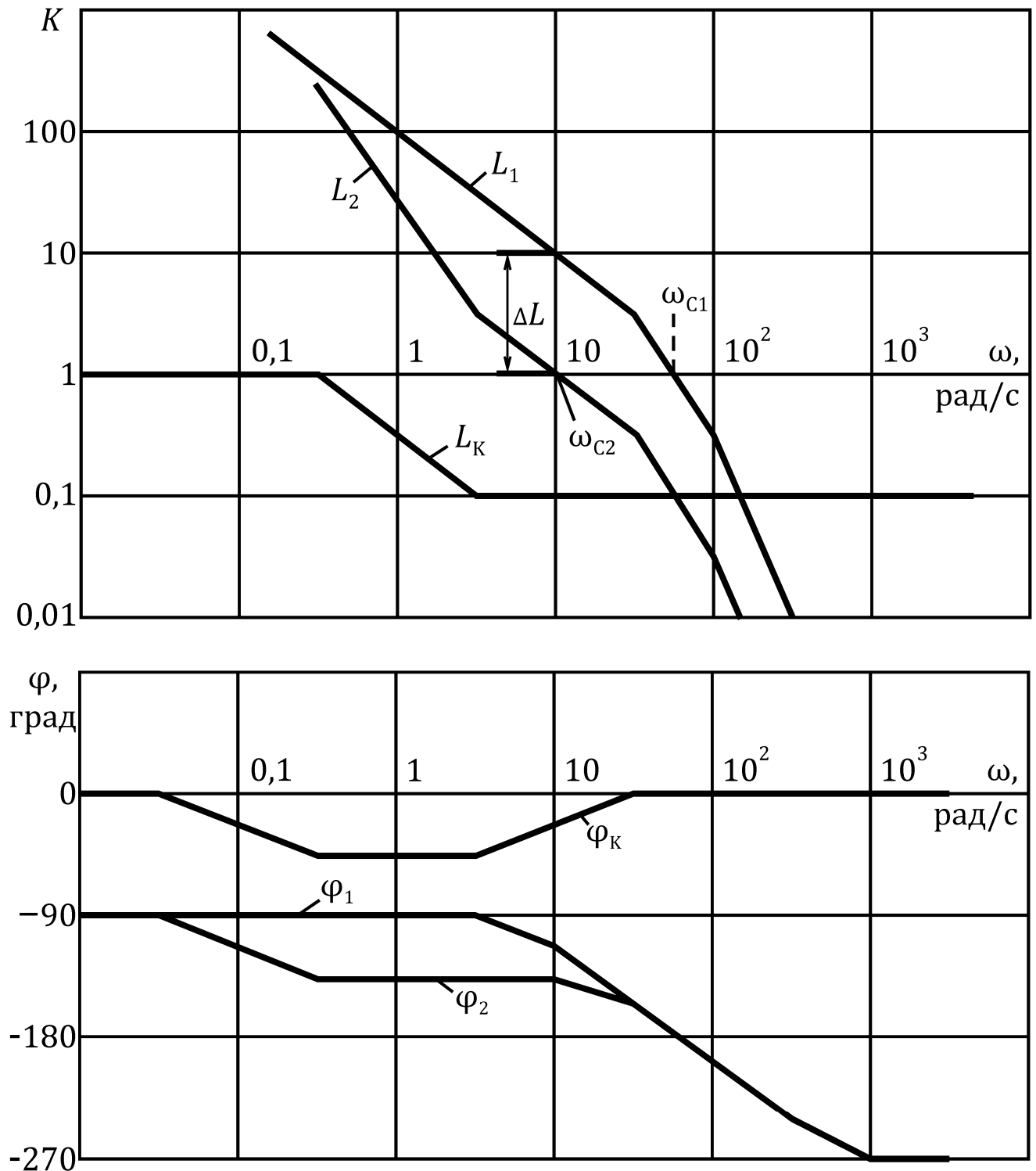


Рис. 8.3. Пример коррекции системы звеном с отстающей фазовой характеристикой (вариант 1)

Выбор параметров корректирующего звена выполним в следующей последовательности:

назначим желаемое значение частоты среза ω_{c2} скорректированной системы. При общепринятых величинах запаса устойчивости по фазе $\gamma \approx 30 \dots 40^\circ$

на кривой φ_1 (см. рис. 8.3) выбираем $\omega_{c2} \approx 10 \dots 15$ рад/с. Принимаем в дальнейшем расчете $\omega_{c2} \approx 10$ рад/с;

смотрим, насколько следует опустить кривую L_1 при ожидаемой частоте среза скорректированной системы $\omega_{c2} \approx 10$ рад/с. При $\omega = \omega_{c2}$ ЛАЧХ L_2 скорректированной системы должна пересечь горизонтальную ось, так как ω_{c2} – это частота среза скорректированной системы, поэтому $L_2(\omega_{c2}) = 0$. Следовательно, исходную ЛАЧХ следует опустить на величину

$$\Delta L = L_1(\omega_{c2}) - L_2(\omega_{c2}) = L_1(\omega_{c2}).$$

Это, как следует из рис. 8.3, соответствует снижению коэффициента передачи прямого канала при $\omega = \omega_{c2}$ в $\Delta k \approx 10$ раз;

выбираем в корректирующем звене сопрягающую частоту

$$\omega_{K2} = \frac{1}{T_{K2}} \approx \frac{\omega_{c2}}{2 \dots 4} \approx 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

наконец, последовательно с звеном ОР включаем в прямой канал корректирующее звено Р с передаточной функцией

$$W_K = W_P = \frac{1 + T_{K2}p}{1 + T_{K1}p} \approx \frac{1 + 0,3p}{1 + 3p},$$

где $T_{K2} = 1/\omega_{K2} \approx 0,3$ с; $T_{K1} = T_{K2}\Delta k \approx 3$ с. ЛАЧХ L_K и ЛФЧХ φ_K этого звена представлены на этом же рисунке.

ЛАЧХ L_2 и ЛФЧХ φ_2 скорректированной системы получены суммированием характеристик исходной системы и корректирующего звена:

$$\begin{aligned} L_2 &= L_1(\omega) + L_K(\omega); \\ \varphi_2(\omega) &= \varphi_1(\omega) + \varphi_K(\omega) \end{aligned}$$

и дают следующие показатели: при частоте среза скорректированной системы $\omega_{c2} \approx 10$ рад/с запас устойчивости по фазе $\gamma \approx 30 \dots 40^\circ$.

•• Воспользовавшись любой программой решения системы линейных дифференциальных уравнений в студенческом вычислительном центре кафедры, постройте переходную функцию исходной системы регулирования, а затем – с учетом введенного корректирующего звена.

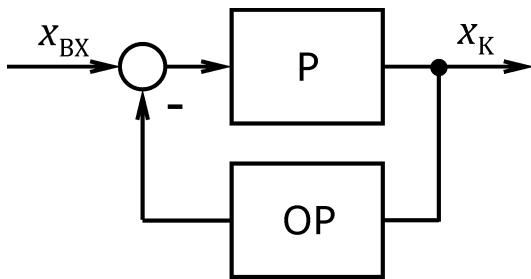
Проведите анализ влияния изменения постоянных времени T_{K1} и T_{K2} на показатели переходной функции. Воспользуйтесь для объяснения также аппроксимированными ЛЧХ системы.

Пример 8.2. Решить предыдущую задачу выбора параметров корректирующего звена Р, воспользовавшись методикой построения ЛАЧХ замкнутой системы, предложенной в [9].

Выберем в качестве выходной переменной величину x_K – сигнал на выходе корректирующего звена Р (рис. 8.4 а). Построим аппроксимированные ЛАЧХ замкнутой системы регулирования. Звено ОР (неизменяемую часть системы) поместим в канал обратной связи и на рис. 8.4 б представим обратной (перевернутой) ЛАЧХ $-L_{OP}$, а звено Р оставим в прямом канале с характеристикой $+L_K$. Точка пересечения этих характеристик соответствует частоте среза ω_c , а разница их ординат

$$L_P = L_K - (-L_{OP}) = L_K + L_{OP}$$

соответствует ЛАЧХ разомкнутой системы регулирования.



$$\Delta L_H + \Delta L_B \approx 3,0 \text{ лог}$$

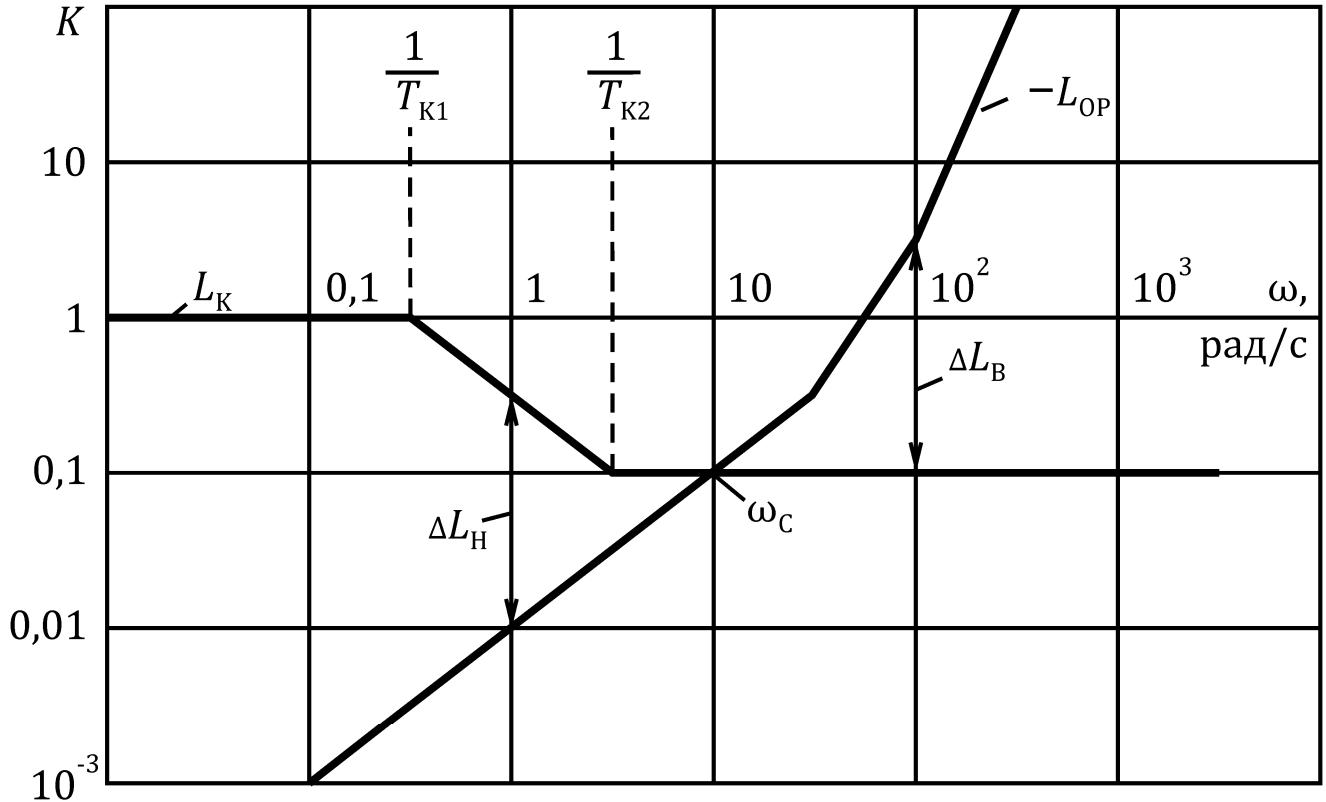


Рис. 8.4. Пример коррекции системы звеном с отстающей фазовой характеристикой (вариант 2)

В процессе настройки воздействуют на кривую L_K , изменяя T_{K1} и T_{K2} . При этом определяют частоту среза ω_c по точке пересечения кривых L_K и $-L_{OP}$ и запас устойчивости по фазе по приращению ординат

$$\Delta L_P = \Delta L_H + \Delta L_B$$

слева и справа от ω_c на расстояниях по 1 декаде.

По сравнению с примером 8.1 здесь упрощаются построения (меньшее количество кривых, не требуется производить операции сложения характеристик), а связь характеристики корректирующего звена с показателями качества системы регулирования (частотой среза ω_c , запасом устойчивости по фазе) более отчетливая.

Правда, при этом утрачивается явная связь характеристик системы регулирования с основной выходной переменной $x_{\text{ВЫХ}}$, а вместо нее присутствует промежуточная x_K .

•• Изобразите примерный вид кривых переходного процесса $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ и $x_K(t)$ при подаче единичного скачка $x_{\text{ВХ}}(t)$ на вход системы регулирования. Зафикс-

сируйте основные показатели процесса. Как при этом воспользоваться ЛАЧХ, приведенными на рис. 8.3 и 8.4?

8.3. Коррекция звеном с опережением по фазе

Передаточная функция корректирующего звена с опережением по фазе выглядит так же, как и в предыдущем случае:

$$W_K = \frac{1 + T_{K2}p}{1 + T_{K1}p'}$$

но при этом соотношение величин постоянных времени T_{K1} и T_{K2} противоположное: $T_{K2} > T_{K1}$.

На рис. 8.5 изображены в качестве примера аппроксимированные ЛЧХ звена при $T_{K2} = 10T_{K1}$. Наибольший положительный фазовый сдвиг, вносимый звеном, наблюдается в области частот $\omega_{K2} = 1/T_{K2} < \omega < \omega_{K1} = 1/T_{K1}$. В этом же диапазоне частот звено вызывает подъем амплитуды, который при $\omega > \omega_{K1}$ достигает значения $\Delta k = T_{K2}/T_{K1} = \omega_{K1}/\omega_{K2}$.

Полезно отметить следующие особенности настройки системы с помощью звена с опережением по фазе:

в отличие от предыдущего случая звена с отставанием по фазе здесь удастся обеспечить более высокие значения частоты среза, а следовательно, и быстродействия системы регулирования;

наибольший подъем по фазе, вносимый звеном, наблюдается в интервале частот $\omega_{K2} < \omega < \omega_{K1}$, но он сравнительно невелик (не выше 40...60 градусов), поэтому при настройке величины постоянных T_{K1} и T_{K2} следует выбирать так, чтобы интервал $\omega_{K2} \dots \omega_{K1}$ приходился на тот участок аппроксимированной ЛАЧХ исходной системы, где наклон её не превышает двух единиц на декаду;

более того, необходимо, чтобы этот интервал с двойным отрицательным наклоном у ЛАЧХ разомкнутой цепи исходной системы имел достаточное протяжение (по меньшей мере, не менее половины декады). Тогда введение в прямой канал системы регулирования звена с опережением по фазе будет достаточно эффективным;

звено с опережением по фазе усиливает помехи в прямом канале усиления системы.

Параметры корректирующего звена выбирают, исходя из следующих условий:

левую границу интервала частот корректирующего звена $\omega_{K2} = 1/T_{K2}$ выбирают близкой частоте среза ω_{C2} скорректированной системы; отношение постоянных времени $\Delta k = T_{K2}/T_{K1}$

принимают таким же или несколько больше диапазона частот ЛАЧХ исходной (нескорректированной) системы, где у неё наблюдается двойной отрицательный наклон;

в случае необходимости усиление звена по амплитуде можно изменить во всей полосе частот последовательным включением дополнительного пропорционального звена с коэффициентом усиления k .

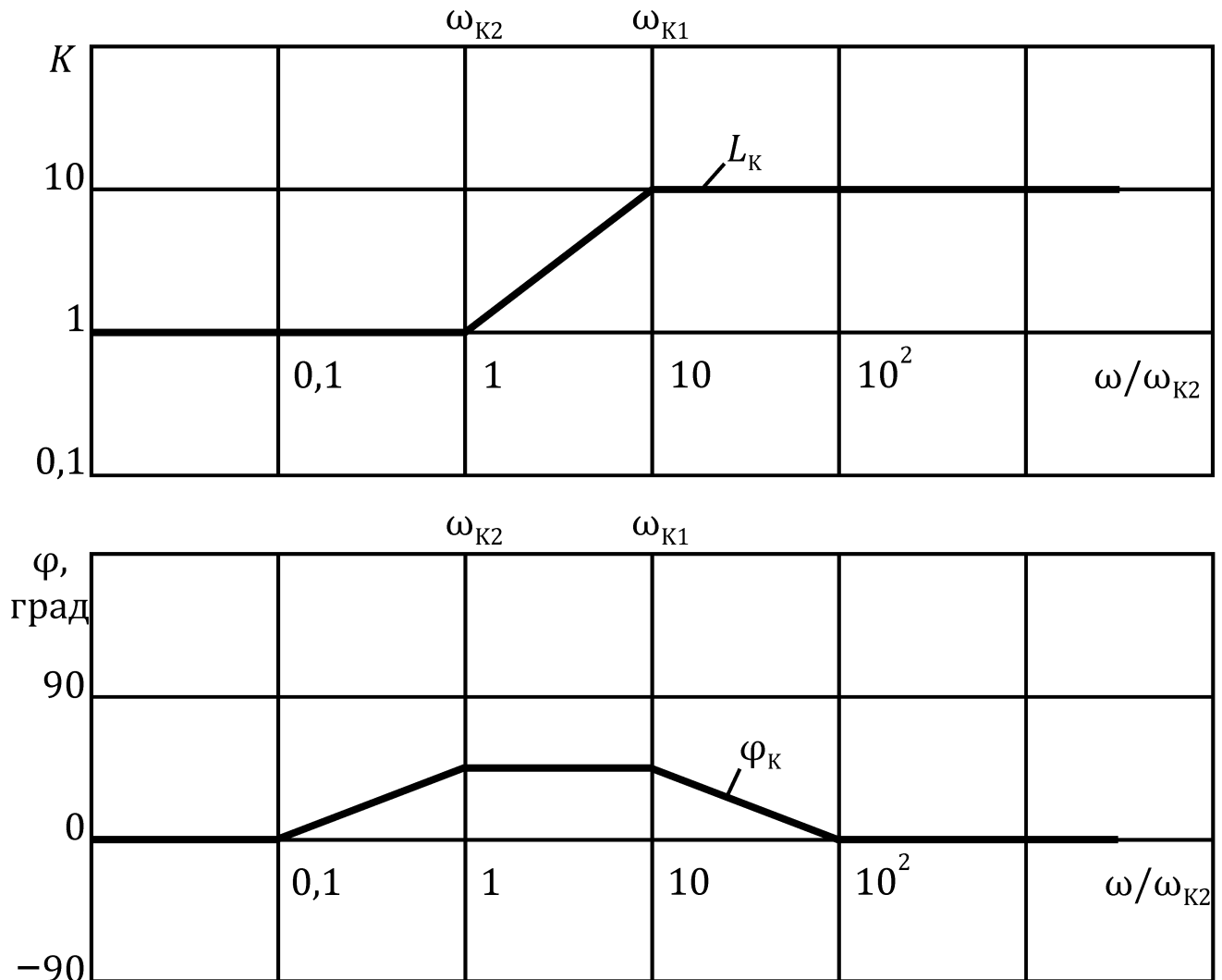


Рис. 8.5. Аппроксимированные амплитудная L_K и фазовая φ_K ЛЧХ звена с опережением по фазе

Пример 8.3. В системе регулирования передаточная функция объекта регулирования ОР

$$W_{OP}(p) = \frac{k_0}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)} = \frac{100}{(1 + p)(1 + 0,03p)(1 + 0,003p)}$$

Необходимо выбрать желаемые параметры корректирующего звена с опережением по фазе.

ЛЧХ исходной (нескорректированной) системы – амплитудная L_1 и фазовая φ_1 – представлены на рис. 8.6. При частоте среза $\omega_{с1} \approx 55$ рад/с фазовая ха-

рактика $\varphi \approx 160^\circ$, что свидетельствует о недостаточной величине ($\gamma_1 \approx 20$ градусов) запаса устойчивости по фазе.

Выберем параметры корректирующего звена так, чтобы наибольший положительный фазовый сдвиг, вносимый этим звеном, приходился на интервал частот, где ЛАЧХ неизменяемой части имеет двойной наклон. Тогда принимаем

$$\omega_{K2} = \frac{1}{T_{K2}} \approx 30 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \text{ и } \omega_{K1} = \frac{1}{T_{K1}} \approx 300 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

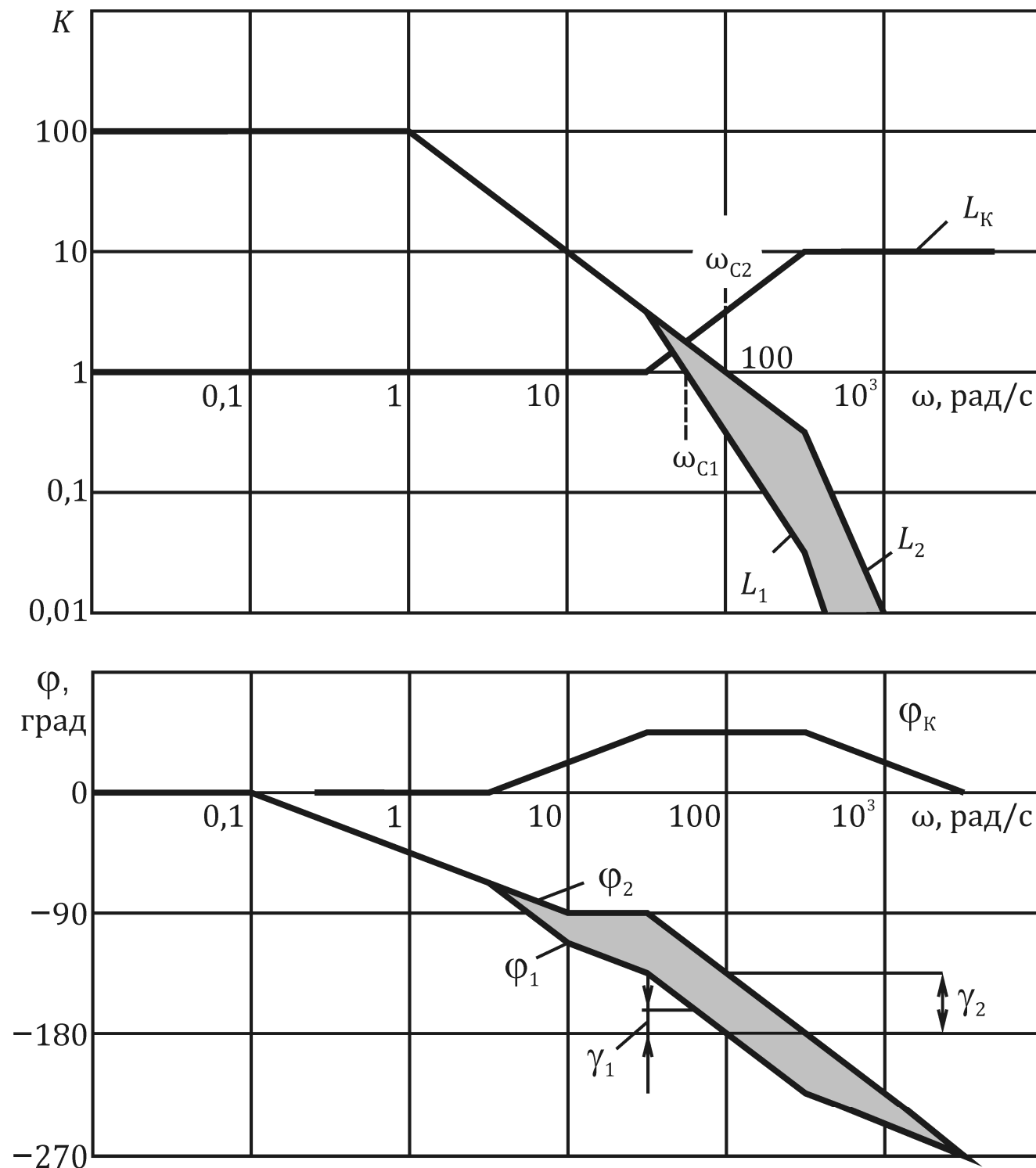


Рис. 8.6. Пример коррекции системы регулирования звеном с опережением по фазе

Этим параметрам соответствуют амплитудная L_K и фазовая φ_K ЛЧХ (см. рис. 8.6) корректирующего звена с передаточной функцией

$$W_K = \frac{1 + T_{K2}p}{1 + T_{K1}p} \approx \frac{1 + 0,03p}{1 + 0,003p}.$$

Амплитудная L_2 и фазовая φ_2 ЛЧХ скорректированной системы, полученные суммированием ординат характеристик исходной системы и корректирующего звена, дают следующие показатели: при частоте среза $\omega_{C2} \approx 100$ рад/с запас устойчивости по фазе увеличился до $\gamma_2 \approx 40 \dots 45$ градусов.

8.4. Коррекция интегро-дифференцирующим звеном (с отставанием и опережением по фазе)

Совместить преимущества ранее рассмотренных корректирующих звеньев с отставанием и опережением по фазе удастся применением интегро-дифференцирующего корректирующего звена.

Передаточная функция этого звена

$$W_K = \frac{(1 + T_{K2}p)(1 + T_{K3}p)}{(1 + T_{K1}p)(1 + T_{K4}p)}.$$

Здесь $T_{K1} > T_{K2} > T_{K3} > T_{K4}$. Пример ЛЧХ этого звена приведен на рис. 8.7.

Несмотря на кажущуюся сложность выражения для передаточной функции интегро-дифференцирующего звена, настройка его оказывается не сложнее, чем ранее рассмотренных звеньев, так как каждый из участков его характеристики может быть построен независимо.

Падающий участок ЛАЧХ корректирующего звена в интервале частот $\omega_{K1} \dots \omega_{K2}$ стремятся совместить с низкими частотами характеристики системы регулирования, чтобы получить возможность сохранить высокое усиление системы регулирования на этих частотах и тем самым повысить точность регулирования.

Возрастающий участок в интервале частот $\omega_{K3} \dots \omega_{K4}$ совмещают с частотами, следующими за частотой среза системы регулирования, что позволяет сохранить или даже увеличить быстродействие настраиваемой системы регулирования.

Пример 8.4. Выбрать параметры интегро-дифференцирующего звена, когда передаточная функция прямого канала в исходной нескорректированной системе регулирования

$$W_{op}(p) = \frac{k_0}{(1 + T_1p)(1 + T_2p)(1 + T_3p)} = \frac{100}{(1 + p)(1 + 0,03p)(1 + 0,003p)}.$$

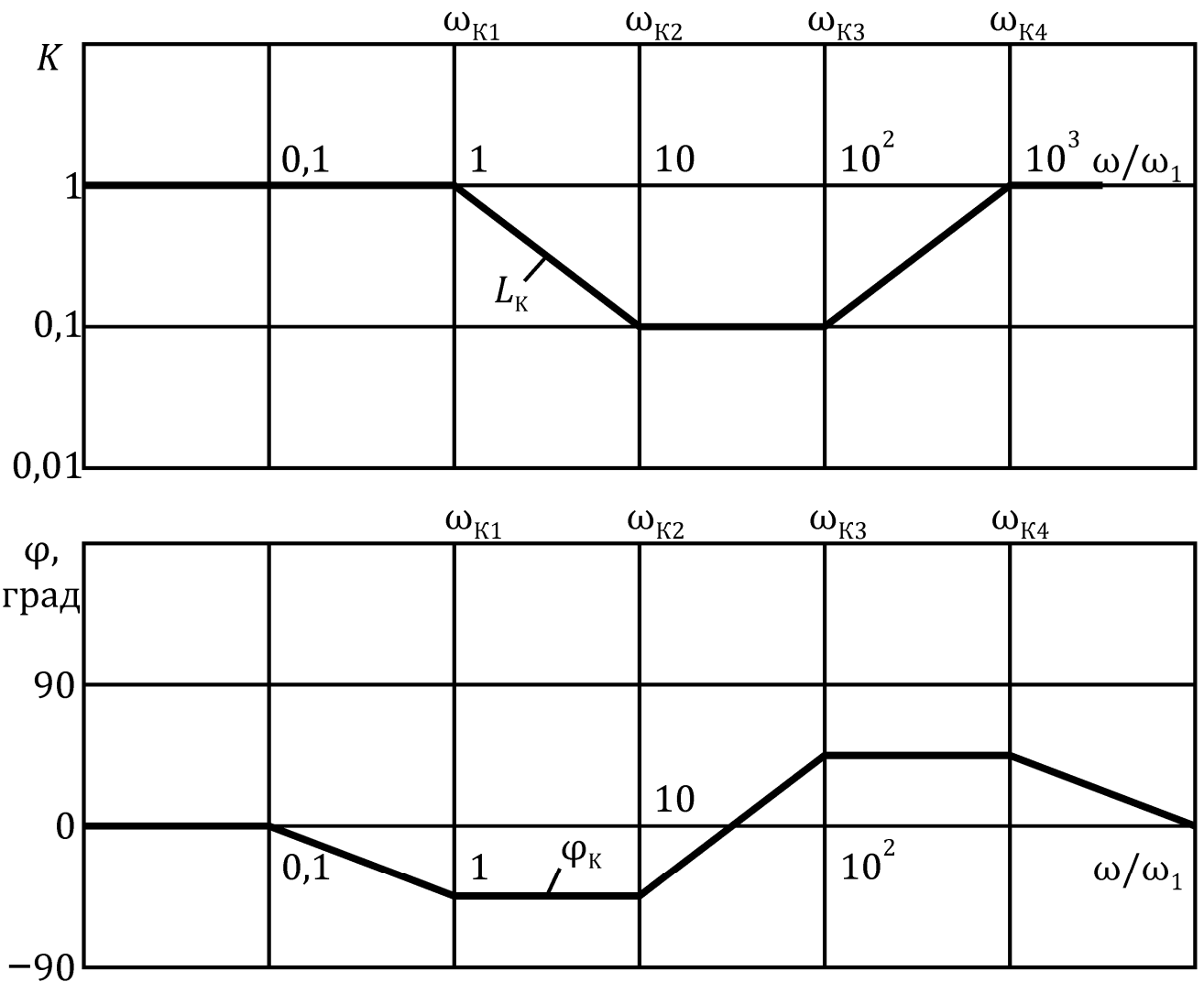


Рис. 8.7. Аппроксимированные амплитудная L_K и фазовая φ_K ЛЧХ интегро-дифференцирующего звена

Как и в предыдущем примере, при частоте среза $\omega_{c1} \approx 55$ рад/с запас устойчивости по фазе составляет $\gamma_1 \approx 20$ градусов, что следует из рассмотрения ЛЧХ L_1 и φ_1 исходной системы регулирования (рис. 8.8).

Настройку корректирующего интегро-дифференцирующего звена начнем с выбора параметров упреждающей (дифференцирующей) части. Повторяя результаты расчетов предыдущего примера (см. рис. 8.6), выберем $T_{K3} = 0,03$ с и $T_{K4} = 0,003$ с, что соответствует частотам сопряжения на кривой L_K $\omega_{K3} \approx 30$ рад/с и $\omega_{K4} \approx 300$ рад/с (см. рис. 8.8).

Интегрирующую часть корректирующего звена выберем так, чтобы его отстающий фазовый сдвиг, вносимый на интервале частот $\omega_{K1} \dots \omega_{K2}$, не отразился на запасе устойчивости по фазе замкнутой системы регулирования. Этому условию удовлетворяют $T_{K2} = 0,3$ с и $T_{K1} = 3$ с.

Чтобы в районе частоты среза замкнутой системы регулирования не допустить потери усиления сигнала, создаваемой интегро-дифференцирующим звеном в интервале $\omega_{K2} \dots \omega_{K3}$ (см. рис. 8.7), всю передаточную функцию этого звена умножим на коэффициент $\Delta k \approx \omega_{K2}/\omega_{K1} = 10$.

В итоге передаточная функция корректирующего звена

$$W_K = \frac{\Delta k(1 + T_{K2}p)(1 + T_{K3}p)}{(1 + T_{K1}p)(1 + T_{K4}p)} = \frac{10(1 + 0,3p)(1 + 0,03p)}{(1 + 3p)(1 + 0,003p)}$$

ЛЧХ L_K и φ_K этого звена изображены на рис. 8.8.

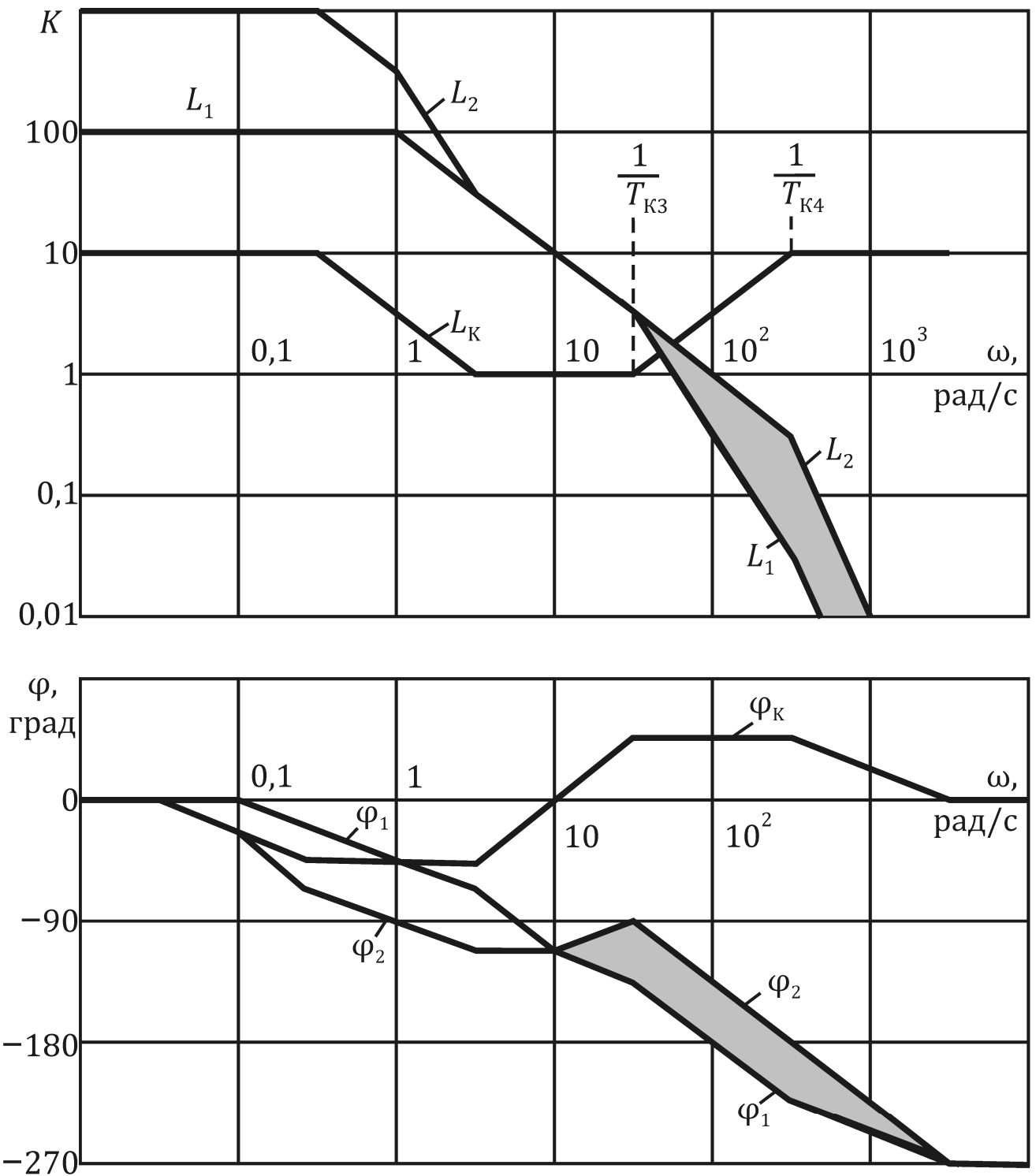


Рис. 8.8. Пример коррекции системы регулирования интегро-дифференцирующим звеном

Как следует из рассмотрения ЛЧХ L_2 и φ_2 скорректированной замкнутой системы регулирования, введение интегро-дифференцирующего звена позволило сохранить высокое значение частоты среза ($\omega_c \approx 100$ рад/с) при достаточном запасе устойчивости по фазе ($\gamma \approx 40$ градусов) и вместе с тем существенно (примерно в 10 раз) повысить коэффициент усиления разомкнутого канала при низких частотах.

Параметры корректирующих звеньев могут варьироваться в достаточно широком диапазоне. В этих условиях часто вычислительные выкладки могут быть упрощены, если некоторые по-

стоянные времени звена коррекции выбрать равными постоянным времени звеньев, входящих в неизменяемую часть системы. Например, на ЛАЧХ (см. рис. 8.6 и 8.8) $T_{К3} = T_2$, а $T_{К4} = T_3$. Это условие отнюдь не является обязательным, но в практических расчетах часто весьма удобным: расчеты и построения значительно упрощаются, а ответ, если и отличается от оптимального, но непринципиально.

8.5. Типовые регуляторы

Современные вентильные (с тиристорными или транзисторными преобразователями) электроприводы выполнены как замкнутые системы регулирования с обратными связями по напряжению, току и(или) скорости. Их настройка осуществляется соответствующими регуляторами, которые реализованы как типовые узлы, выполненные на стандартной полупроводниковой элементной базе, с единообразной стандартной методикой настройки.

Предпочтение отдается регуляторам с наиболее простыми передаточными функциями: пропорциональному, интегральному, пропорционально-интегральному.

Пропорциональный (П-) регулятор. Принципиальная схема этого регулятора приведена на рис. 3.2 в, а его передаточная функция

$$W(p) = k.$$

Обратим внимание на следующую особенность функционирования замкнутой системы с П-регулятором. Часто неизменяемая часть системы (объект регулирования ОР) представлена набором звеньев, имеющих конечный коэффициент усиления. В этом случае, чтобы получить на выходе системы регулирования сигнал $x_{ВЫХ}$, отличный от нуля, на вход неизменяемой части следует подать ненулевой сигнал x_y , снимаемый с выхода регулятора Р (см. рис. 8.1). В свою очередь, при ненулевом сигнале x_y в схеме с П-регулятором должна быть отлична от нуля ошибка регулирования – величина $\Delta x = x_{ВХ} - x_{ОС}$. Эту ошибку можно уменьшить, если увеличить коэффициент усиления k регулятора и всей системы.

Изменение величины k не вызывает изменения фазовой частотной характеристики, что положительно оценивается при настройке. Но ЛАЧХ разомкнутой системы при этом смещается по вертикали, не изменяя формы. При этом частота среза также изменяется. В результате попытка снизить ошибку регулирования Δx увеличением k неизбежно влечет увеличение частоты

среза, в результате на устойчивость контура начинают влиять звенья с неучтенными ранее малыми постоянными времени.

Результат настройки замкнутой системы с П-регулятором, – как правило, компромисс между статической точностью и условиями устойчивости.

Интегральный (И-) регулятор. Передаточная функция этого регулятора, принципиальная схема которого приведена на рис. 3.4 в,

$$W(p) = \frac{1}{Tp}.$$

Включение И-регулятора в прямой канал системы регулирования, во-первых, смещает ЛФЧХ вниз на 90 градусов во всем диапазоне частот, ухудшая тем самым условия устойчивости контура регулирования, а во-вторых, увеличивает наклон ЛАЧХ во всем диапазоне частот на минус единицу. Изменение в И-регуляторе постоянной времени $T = \text{var}$ вызывает смещение по вертикали ЛАЧХ разомкнутой системы, не изменяя ЛФЧХ. Тот факт, что введение в контур регулирования интегрирующего звена смещает ЛФЧХ вниз на 90 градусов, резко снижает величину запаса устойчивости по фазе, а это, в свою очередь, приводит к весьма вялым процессам регулирования.

Но у замкнутой системы регулирования с И-регулятором есть одно весьма ценное качество. Эта система отличается весьма малой статической ошибкой, которая теоретически даже равна нулю. Всё дело в принципе работы И-регулятора. Как в любом интегрирующем звене, его выходная величина только тогда постоянна, когда равен нулю и только нулю результирующий сигнал на входе этого звена. В случае И-регулятора любое ненулевое значение ошибки Δx вызывает переходный процесс изменения x_y и $x_{\text{ВЫХ}}$ до тех пор, пока разница $x_{\text{ВХ}} - x_{\text{ВЫХ}}$ не станет равной нулю.

Учитывая отмеченные особенности И-регулятора, его применяют в тех случаях, когда хотят обеспечить высокую точность регулирования в установившихся режимах, а быстродействие не столь актуально. Весьма эффективен И-регулятор, когда неизменяемая часть системы характеризуется наличием только весьма малых постоянных времени (например, одноконтурная система регулирования напряжения на выходе вентильного преобразователя в электроприводе постоянного тока), так что относительная потеря быстродействия не приводит к существенным абсолютным значениям погрешностей в контуре регулирования.

Пропорционально-интегральный (ПИ-) регулятор. Передаточная функция регулятора

$$W(p) = k + \frac{1}{T_1 p} = \frac{1 + T_2 p}{T_1 p}.$$

В зависимости от выбранного способа настройки замкнутой системы регулирования ПИ-регулятор бывает удобно представить или последовательным соединением интегрального и форсирующего звеньев с постоянными времени T_1 и T_2 , или параллельным включением интегрирующего звена с постоянной времени T_1 и пропорционального с коэффициентом усиления k (см. рис. 3.10 а). Первую форму записи передаточной функции ПИ-регулятора применяют при расчетном (аналитическом) выборе его параметров, когда передаточную функцию неизменяемой части системы представляют последовательным соединением инерционных звеньев. Вторая форма записи удобна при экспериментальной настройке контура регулирования с ПИ-регулятором, когда сначала настраивают П-канал, а затем вводят И-канал так, чтобы не нарушить условия устойчивости контура.

При малых частотах входного сигнала ПИ-регулятор ведет себя, как И-регулятор, а при высоких, – как П-регулятор. Это является его ценным свойством, так как позволяет совместить положительные качества обоих регуляторов. Благодаря И-каналу схема с ПИ-регулятором имеет нулевую статическую ошибку по задающему сигналу, а благодаря П-каналу быстрое действие в большом числе случаев можно иметь выше, чем в схеме с И-регулятором.

Выбор параметров ПИ-регулятора, когда задана ЛАЧХ объекта регулирования, производят так, чтобы частота сопряжения регулятора $\omega_2 = 1/T_2$ лежала левее частоты среза настраиваемого контура. В этом случае ослабляется неблагоприятное влияние И-канала на устойчивость контура регулирования, так как динамические свойства регулятора в районе средних частот аппроксимируются П-каналом. Обычно выбирают $\omega_2 < \omega_c / (2 \dots 4)$.

8.6. Стандартные настройки

Для определенного вида часто встречающихся передаточных функций неизменяемой части системы удастся получить сравнительно простые приближенные рекомендации по предварительному выбору параметров типовых регуляторов. Эти рекомендации получили название стандартных настроек. Рассмотр-

рим некоторые из них, которые в технической литературе получили название правила технического оптимума (в зарубежной литературе – *Betragsoptimum*).

Первый случай. Структурная схема неизменяемой части системы представлена последовательным соединением n инерционных звеньев с передаточной функцией:

$$W_{OP}(p) = \frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) \dots (1 + T_n p)}.$$

В этом случае постоянную времени $T_{И}$ интегрального регулятора рекомендуется выбирать из соотношения:

$$T_{И} \approx (2 \dots 4) \sum_{i=1}^n T_i,$$

где $\sum_{i=1}^n T_i$ – сумма постоянных времени **всех** инерционных звеньев, входящих в неизменяемую часть системы регулирования.

Если в качестве корректирующего звена выбран ПИ-регулятор, то его представляют последовательным соединением форсирующего и интегрирующего звеньев:

$$W_{ПИ}(p) = \frac{1 + T_{\Phi} p}{T_{И} p}.$$

Рассматривая теперь форсирующее звено как дополнительное средство последовательной коррекции с опережающей фазой, выбирают величину его постоянной времени T_{Φ} так, чтобы нейтрализовать неблагоприятное влияние на устойчивость настраиваемой системы инерционного звена с наибольшей постоянной времени. Учитывая также стремление к простоте выкладок, обычно принимают в расчетах

$$T_{\Phi} = T_{МАКС},$$

где $T_{МАКС}$ – наибольшая из постоянных времени инерционных звеньев, входящих в неизменяемую часть системы.

Постоянную времени $T_{И}$ в ПИ-регуляторе определяют по аналогии с предыдущим случаем, когда в качестве звена коррекции был включен И-регулятор:

$$T_{И} \approx (2 \dots 4) \sum_{\mu=1}^{n-1} T_{\mu}.$$

Здесь $\sum_{\mu=1}^{n-1} T_{\mu}$ – сумма постоянных времени инерционных звеньев неизменяемой части системы, **кроме одной** самой большой $T_{\text{МАКС}}$. Постоянную времени $T_{\text{МАКС}}$ под знаком суммы при выборе $T_{\text{И}}$ не учитывают потому, что неблагоприятное влияние на устойчивость контура инерционного звена с этой постоянной времени было подавлено (в литературе часто встречается неудачный термин “скомпенсировано”) введением форсирующего звена с постоянной времени $T_{\text{Ф}}$.

Применение ПИ-регулятора наиболее эффективно в тех случаях, когда объект регулирования содержит инерционное звено, постоянная времени которого заметно (в 2 и более раз) преобладает над остальными. В этом случае удастся увеличить быстродействие настраиваемого контура по сравнению со схемой с И-регулятором.

Включение ПИ-регулятора не дает эффекта, если все постоянные времени T_i объекта регулирования близки между собой. Более того, применение ПИ-регулятора (а тем более П-регулятора) в этом случае может оказаться даже нежелательным, так как бывает трудно обеспечить стабильность частоты среза контура при отклонении параметров объекта регулирования от ожидаемых значений.

Пример 8.5. В контуре регулирования тока якоря электропривода постоянного тока (см. рис. 4.15) заданы следующие параметры звеньев неизменяемой части системы регулирования: $T_{\text{Я}} = 0,1$ с; $T_{\text{П}} = 0,01$ с; $\tau = 0,005$ с. Требуется выбрать параметры T_2 и $T_{\text{РТ}}$ в ПИ-регуляторе тока РТ:

$$W_{\text{РТ}} = \frac{1 + T_2 p}{T_{\text{РТ}} p}$$

Так как $T_{\text{Я}} > T_{\text{П}} > \tau$, то есть $T_{\text{Я}} = 0,1$ с = $T_{\text{МАКС}}$, то выбираем $T_2 = T_{\text{МАКС}} = T_{\text{Я}} = 0,1$ с.

Тогда $T_{\text{РТ}} = (2 \dots 4) \sum T_{\mu} = (2 \dots 4)(T_{\text{П}} + \tau) = (2 \dots 4)(0,01 + 0,005) \approx 0,05$ с.

Второй случай. Неизменяемая часть системы, кроме n инерционных звеньев, содержит также интегратор с постоянной времени $T_{\text{ОР}}$, так что передаточная функция неизменяемой части

$$W_{\text{ОР}}(p) = \frac{1}{T_{\text{ОР}} p (1 + T_1 p) (1 + T_2 p) \dots (1 + T_n p)}$$

Если в схеме применен П-регулятор и необходимо определить желаемое значение его коэффициента усиления k , то сначала вводят расчетную постоянную времени интегрирующего звена

$$T_{\text{РАСЧ}} = \frac{T_{\text{ОР}}}{k},$$

после чего, применив правило технического оптимума, определяют

$$T_{\text{РАСЧ}} = (2 \dots 4) \sum_{i=1}^n T_i.$$

Если в системе регулирования установлен ПИ-регулятор, то выбор параметров этого регулятора производят в два этапа: на первом этапе настраивают П-канал, а затем – И-канал. Идея выбора параметров состоит в том, чтобы в районе частоты среза заставить работать только П-канал в регуляторе, а интегральному каналу оставить только район низких частот. Количественные рекомендации для этого случая дает правило **симметричного оптимума**, которое предлагает отодвинуть влево частоту сопряжения И- и П-каналов в регуляторе в соответствии с выражением:

$$\omega_{\text{СОПР}} = \frac{1}{T_{\Phi}} \approx \frac{\omega_c}{2 \dots 4}.$$

Здесь T_{Φ} – постоянная времени форсирующего канала в ПИ-регуляторе; ω_c – частота среза настраиваемого контура регулирования.

•• Покажите, что в соответствии с описанными методиками выбора параметров регуляторов частота среза настраиваемого контура регулирования

$$\omega_c = \frac{1}{T_{\text{РАСЧ}}}.$$

8.7. Выводы

Идея последовательной коррекции заключается в том, чтобы, вводя корректирующее звено, добавить к исходной ЛАЧХ системы поправку и тем самым изменить результирующую характеристику системы, придав ей требуемое качество. Определяющим здесь оказывается предварительный выбор (точнее – прогнозирование) желаемой частоты среза, что связано, в первую очередь, с профессиональным опытом и квалификацией разработчика.

В случаях, когда в исходной системе есть запас по быстродействию, удобнее применить корректирующее звено с отстающей фазой. Когда стремятся сохранить быстродействие системы, полезна коррекция с опережением по фазе.

В современных замкнутых системах управления вентильных электроприводов наиболее часто применяются типовые решения с ограниченным набором стандартных вариантов регуляторов: пропорциональным, интегральным, пропорционально-интегральным. Предварительный приближенный выбор параметров этих регуляторов можно сделать, пользуясь рекомендациями, получившими в технической литературе название стандартных настроек, – например, технический оптимум, симметричный оптимум.

8.8. Контрольные вопросы

1. Назовите последовательность основных операций при выборе параметров последовательного корректирующего звена с отстающей фазой.
2. Повторите ту же задачу, используя звено с опережением по фазе.
3. Поясните условия выбора постоянных времени T_{K1} , T_{K2} , T_{K3} и T_{K4} интегро-дифференцирующего корректирующего звена.
4. Сопоставьте достоинства и недостатки типовых П-, И- и ПИ-регуляторов.
5. Что такое стандартные настройки регуляторов?
6. Как, пользуясь правилами стандартных настроек, выбрать параметры ПИ-регулятора?
7. В системе регулирования звено прямого канала с передаточной функцией

$$W_0 = \frac{k}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)} = \frac{1}{(1 + p)(1 + 0,3p)(1 + 0,1p)}$$

охвачено единичной отрицательной обратной связью.

Выполнить коррекцию замкнутой системы, применив П-, И-, ПИ-регуляторы, ориентируясь на получение запаса устойчивости по фазе $\gamma \approx 45^\circ$. Сопоставить достигнутые при этом показатели качества (ω_c – частота среза, σ – перерегулирование, M – показатель колебательности). Указать параметры регуляторов.

8. Повторить решение предыдущего примера, пользуясь рекомендациями стандартных настроек.

9. КОРРЕКЦИЯ ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ (ВСТРЕЧНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ЗВЕНЬЯМИ)

9.1. Местные обратные связи

Идея коррекции замкнутой системы регулирования местной обратной связью заключается в следующем.

Ранее мы обращали внимание на важную особенность замкнутых систем регулирования: до частоты среза их динамические характеристики определяются в большей степени свойствами звеньев в канале обратной связи и в меньшей – звеньев прямого канала (см. п. 5.4). Это обстоятельство успешно используется в случае коррекции системы регулирования местной обратной связью, идею которой поясняет структурная схема (рис. 9.1).

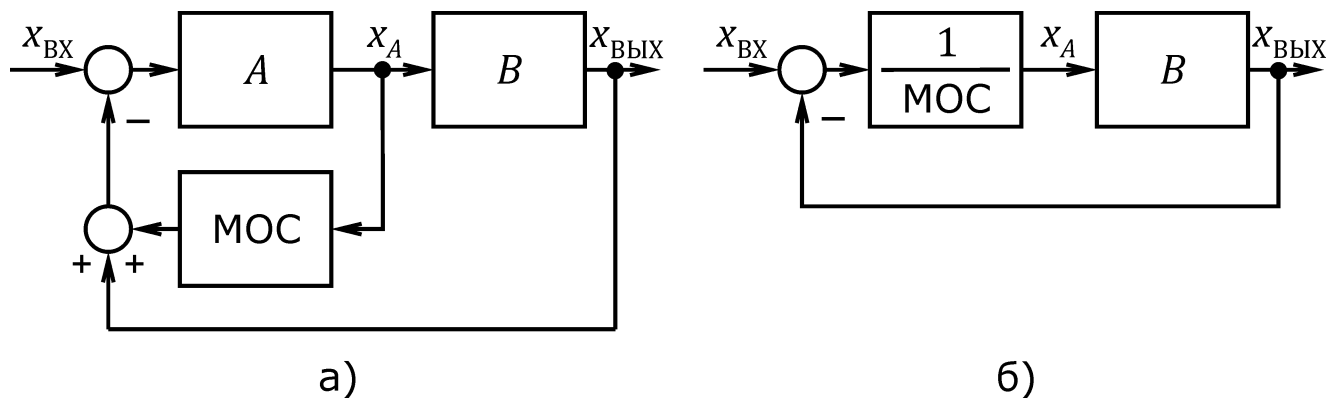


Рис. 9.1. Структурная схема замкнутой системы регулирования с местной обратной связью: а) исходная; б) расчетная

Исходная (нескорректированная) замкнутая система регулирования образована звеньями A и B с передаточными функциями W_A и W_B (см. рис. 9.1 а). Эти звенья включены в прямой канал и охвачены отрицательной обратной связью. Дополнительно охватив звено A местной обратной связью МОС, можно аппроксимировать свойства звена A звеном МОС, а исходную схему с малой величиной погрешности приближенно заменить упрощенной (см. рис. 9.1 б), где местный (внутренний) контур заменен одним звеном с передаточной функцией $1/W_{МОС}$. Придавая звену МОС желаемые характеристики, можно улучшить показатели регулирования в основном контуре.

Чтобы данный способ коррекции оказался эффективным, необходимо выполнить ряд условий:

частота среза ω_M внутреннего контура, образованного звеном A и местной обратной связью МОС, должна быть выше частоты

среза ω_C основного (настраиваемого) контура регулирования. На практике достаточно иметь

$$\omega_M \geq (2 \dots 4)\omega_C;$$

внутренний контур должен быть устойчив. Так как в реальных системах звенья A и B обычно инерционного типа, то число инерционностей в звене A меньше, чем в A и B вместе взятых, поэтому условия устойчивости внутреннего контура почти всегда выполнимы;

координата x_A должна быть наблюдаемой.

Выбор структуры и параметров звена МОС можно вести, используя схему (см. рис. 9.1 б). Передаточная функция разомкнутого прямого канала

$$W_{\text{РАЗ}} \approx \frac{W_B}{W_{\text{МОС}}}$$

в районе средних частот, прилегающих к частоте среза ω_C основного контура, должна совпадать с желаемой передаточной функцией:

$$W_{\text{РАЗ}} = W_{\text{ЖЕЛ}}.$$

Чаще всего $W_{\text{ЖЕЛ}}$ описывают наиболее простыми звеньями первого или второго порядка. Из приведенных выражений находят:

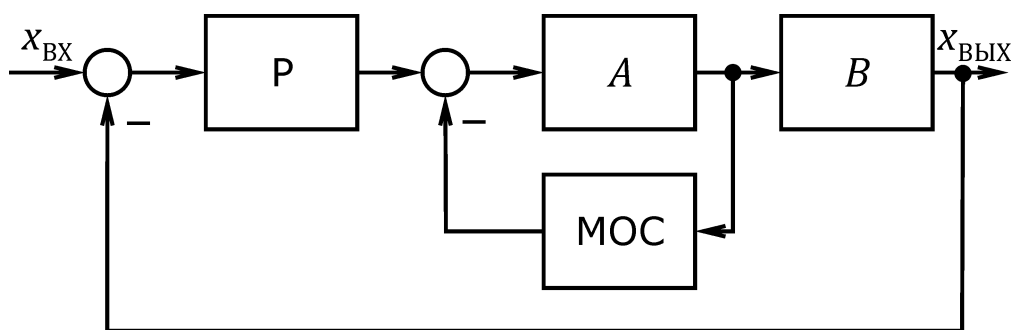
$$W_{\text{МОС}} \approx \frac{W_B}{W_{\text{ЖЕЛ}}}.$$

Возможности настройки основного контура могут быть расширены, если в этот контур кроме звена МОС дополнительно ввести регулятор P как последовательное корректирующее звено (рис. 9.2 а).

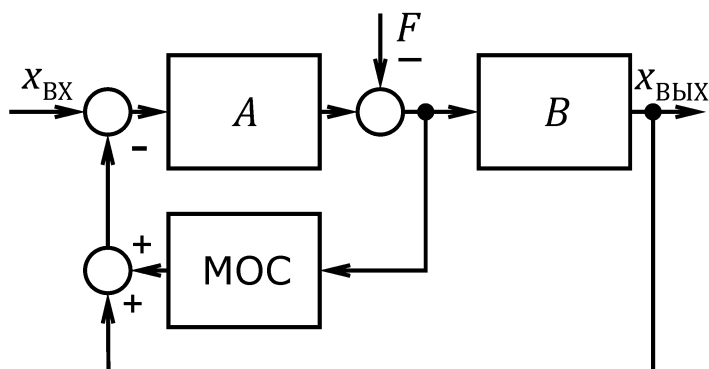
Если в основном контуре регулирования действует возмущение F , которое охвачено МОС (см. рис. 9.2 б), то влияние этого возмущения будет ослаблено.

Если в основной схеме есть перекрестные связи, но при этом перекрестный контур имеет меньшее быстродействие, чем контур, в который входит МОС, то **обратную связь более “вялого” контура можно отбросить**. Так, если в схеме (см. рис. 9.2 в) частота среза местного контура, образованного звеньями B и C , меньше частоты среза контура, образованного звеньями A и МОС, то при выборе структуры и параметров звена МОС звено C можно не учитывать. Погрешность при расчете

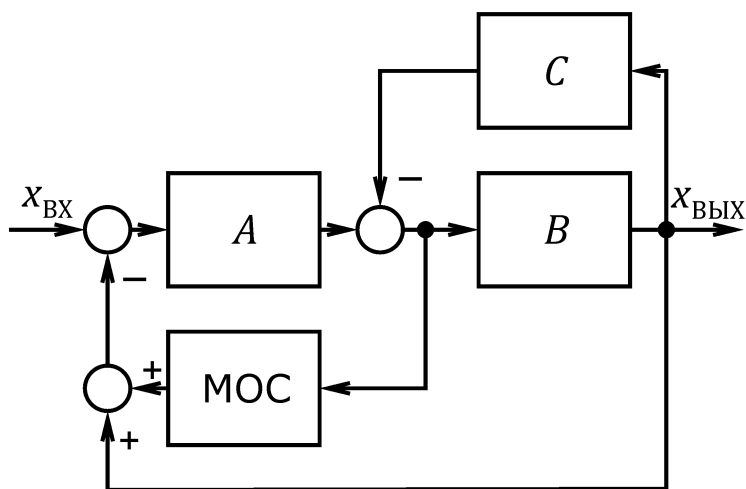
будет тем меньше, чем сильнее отличаются друг от друга частоты среза этих местных контуров регулирования.



а)



б)



в)

Рис. 9.2. Варианты многоконтурных структурных схем

9.2. Схемы с последовательным включением регуляторов в прямом канале (подчиненное регулирование)

Данную структуру применяют, когда кроме основной задачи поддержания выходной переменной равной входному сигналу $x_{ВЫХ} = x_{ВХ}$ требуется в переходных и установившихся режимах ограничить в объекте регулирования некоторые промежуточные переменные допустимыми значениями: $|x_i| \leq x_{iМАКС}$. Такими переменными в системах электропривода могут быть, например,

ток якоря, напряжение на коллекторе в двигателях постоянного тока, угловая скорость вращения вала и др.

Идею способа регулирования поясним на примере, где неизменяемая часть системы представлена последовательным соединением трех линейных звеньев с передаточными функциями W_1, W_2 и W_3 (рис. 9.3 а). При этом по условиям ведения регулируемого технологического процесса необходимо обеспечить поддержание выходной переменной $x_3 = x_{ВХ}$. Кроме того, по условиям прочности необходимо также ограничить промежуточные переменные $|x_1| \leq x_{1М}, |x_2| \leq x_{2М}$.

Синтез системы управления выполним в несколько этапов:

выберем внутреннюю переменную x_1 в качестве промежуточной регулируемой величины и реализуем контур регулирования 1 с обратной связью по x_1 , который настроим на оптимальные показатели качества (обычно – максимум быстродействия при минимальной колебательности) регулятором Р1 с передаточной функцией W_{P1} (см. рис. 9.3 б). Разумеется, на данном этапе никакой заботы о решении основной задачи, заключающейся в поддержании $x_3 = x_{ВХ}$, непосредственно не проявляется;

после настройки контура 1 выполним настройку контура 2 с обратной связью по переменной x_2 (см. рис. 9.3 в). Контур 2 настраиваем на нужные показатели качества только регулятором Р2, изменяя его передаточную функцию W_{P2} . При этом к неизменяемой части контура 2 отнесем настроенный замкнутый контур 1 и звено W_2 ;

обратим внимание на то, что выходной сигнал x_{P2} регулятора Р2 может трактоваться как сигнал задания для замкнутого контура регулирования 1: $x_{P2} = x_{1Зад}$;

аналогично двум предыдущим контурам регулирования 1 и 2 выполним настройку контура регулирования 3, то есть, охватив отрицательной обратной связью по $x_{ВЫХ}$ последовательно соединенные настроенный контур регулирования 2 и звено с передаточной функцией W_3 и отнеся их к неизменяемой части контура 3, настроим этот контур только с помощью регулятора Р3, изменяя его передаточную функцию W_{P3} ;

ограничим координату x_1 допустимым значением $x_{1М}$, для чего создадим ограничение максимального значения величины x_{P2} , введя на уровне $x_{1М}$ зону насыщения в статической характеристике регулятора Р2 (см. рис. 9.3 в). Если контур регулирования 1 настроен в соответствии с общепринятыми критериями качества (например, по максимуму быстродействия и минимуму

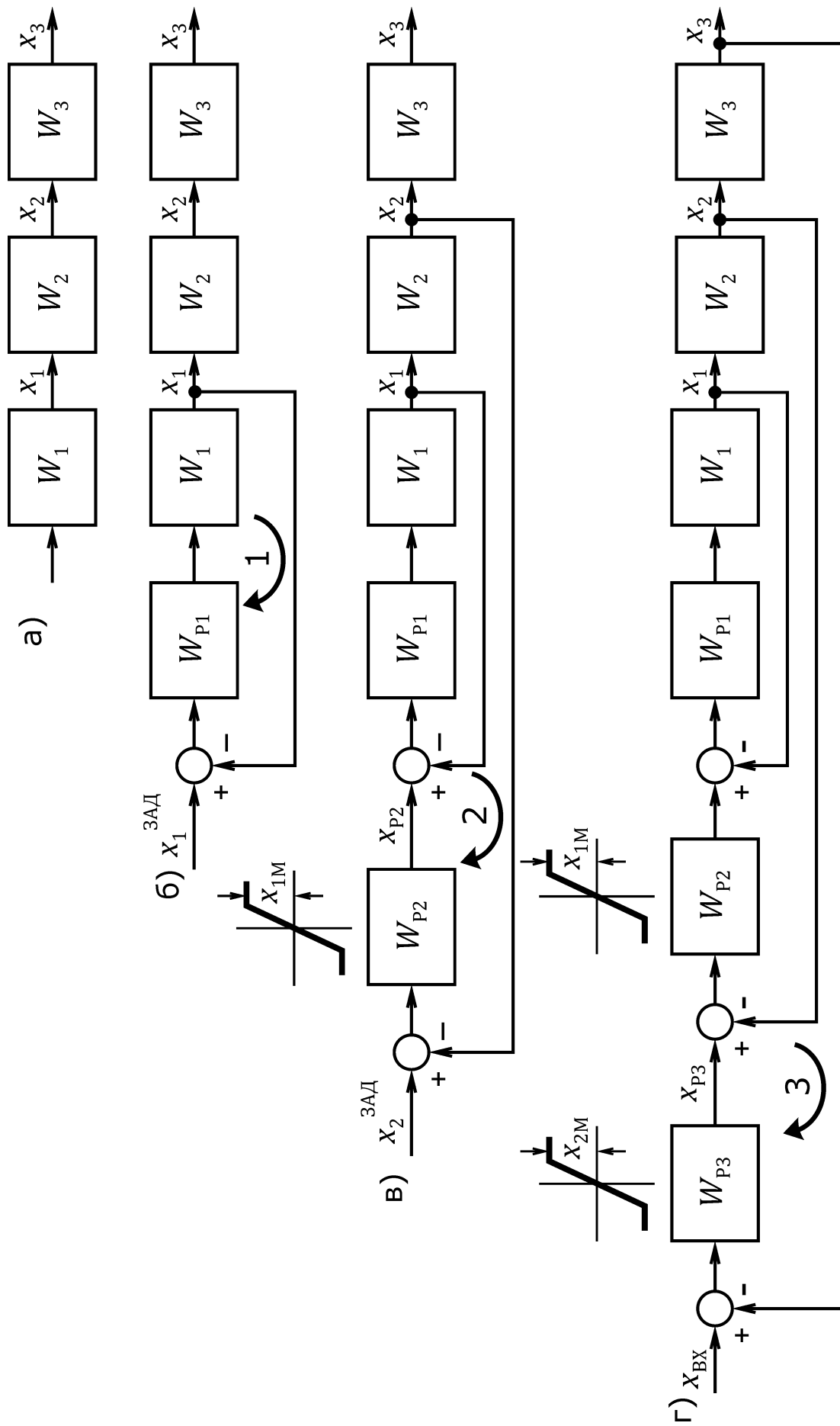


Рис. 9.3. Структурная схема системы с подчиненным регулированием

колебательности), то достигается поддержание $x_1 \approx x_{p2}$, тем самым гарантируется выполнение условия $x_1 \leq x_{1M}$.

Качественная настройка контура регулирования 1, в частности, его высокое быстродействие, позволяет надежно подавить влияние возмущений, действующих в системе регулирования, на точность поддержания x_1 . Кроме того, высокое быстродействие контура 1, который действует как местная обратная корректирующая связь, намного облегчит условия настройки и обеспечит качество работы последующих контуров регулирования величин x_2 и x_3 ;

аналогично ограничим величину x_2 введением зоны насыщения в статической характеристике регулятора РЗ на уровне x_{2M} (см. рис. 9.3 г).

При работе системы регулирования в режиме малых отклонений от положения равновесия все регуляторы находятся в ненасыщенном состоянии. Система регулирования работает как многоконтурная система поддержания выходной величины x_3 . Внутренние контуры выступают при этом как дополнительные, подчиненные основному внешнему контуру (отсюда и название схемы регулирования).

В переходных режимах, вызванных, например, резким изменением входного сигнала $x_{ВХ} = x_{3ЗАд}$, регуляторы Р2 или РЗ могут насыщаться за счет большого рассогласования сигналов на их входе. Это вызывает замену режима поддержания выходной координаты на режим поддержания соответствующей промежуточной координаты на допустимом уровне.

Ценным преимуществом схемы подчиненного регулирования является её универсальность. Она способна удовлетворить разнообразному сочетанию требований со стороны технологического процесса. Как показывает опыт наладки таких схем, они по сравнению с другими известными схемами наименее чувствительны к изменению параметров силового оборудования. Сочетание при настройке возможностей последовательной коррекции с местными обратными связями гарантирует высокие динамические показатели по сигналу задания.

Схема подчиненного регулирования отличается относительной простотой расчета и наладки. Это получается за счет того, что процесс наладки сложной многоконтурной системы регулирования удастся представить в виде нескольких последовательных этапов, на каждом из которых приходится настраивать систему регулирования лишь с одной обратной связью.

В настоящее время схема подчиненного регулирования получила наибольшее распространение как в отечественных, так и зарубежных электроприводах.

9.3. Схемы с параллельным включением обратных связей (модальное регулирование)

На практике часто встречаются объекты регулирования, которые характеризуются большой сложностью математического описания их движения, что обусловлено высоким порядком их дифференциального уравнения, наличием остроколебательных и даже неустойчивых звеньев. Добиться высокого качества процессов в таких системах ранее рассмотренными сравнительно простыми решениями с одной внешней связью и одним регулятором, как правило, не удастся. Здесь может оказаться эффективным способ управления, который в литературе получил название модального управления [7, 13, 15].

Идею модального управления поясним, пользуясь структурной схемой (рис. 9.4). Допустим, что требуется выполнить замкнутую систему регулирования выходной координаты, так чтобы $x_{\text{ВЫХ}} = x_{\text{ВХ}}$. При этом неизменяемая часть системы представлена последовательным соединением n интегрирующих звеньев с промежуточными переменными x_1, x_2, \dots, x_{n-1} . Для простоты у всех этих звеньев постоянные времени приняты равными 1 с, но это непринципиально. Ясно, что непосредственно замкнуть контур регулирования по выходной координате $x_{\text{ВЫХ}}$ не удастся, так как получится структурно неустойчивая система (структурно неустойчивая система неустойчива при любом сочетании параметров её звеньев).

Поступим несколько иначе, разбив решение задачи на ряд этапов. Сначала выполним контур регулирования переменной x_1 , для чего охватим регулятор P и первое интегрирующее звено неизменяемой части системы местной отрицательной обратной связью по x_1 с коэффициентом усиления k_1 . Получившийся контур регулирования 1 не имеет ограничений по условиям устойчивости, так как безынерционной обратной связью охватывается звено первого порядка. По этой причине частоту среза контура 1 можно сделать сколь угодно высокой. После завершения настройки контура 1 выполним отрицательную обратную связь по переменной x_2 , а настройку контура 2 выполним, изменяя коэффициент усиления k_2 канала отрицательной обратной связи по x_2 .

Повторяя последовательно процедуру охвата обратными связями все большего числа звеньев, установленных в прямом ка-

нале регулирования, реализуем в конечном итоге и внешний контур регулирования по переменной $x_{\text{ВЫХ}}$. При этом величины коэффициентов обратных связей могут быть выбраны с использованием любых общепринятых методов синтеза. В частности, при частотном подходе величину частоты среза каждого последующего контура регулирования следует выбирать в 2...4 раза ниже, чем предыдущего, так как в каждом новом контуре добавляется по одному интегрирующему звену.

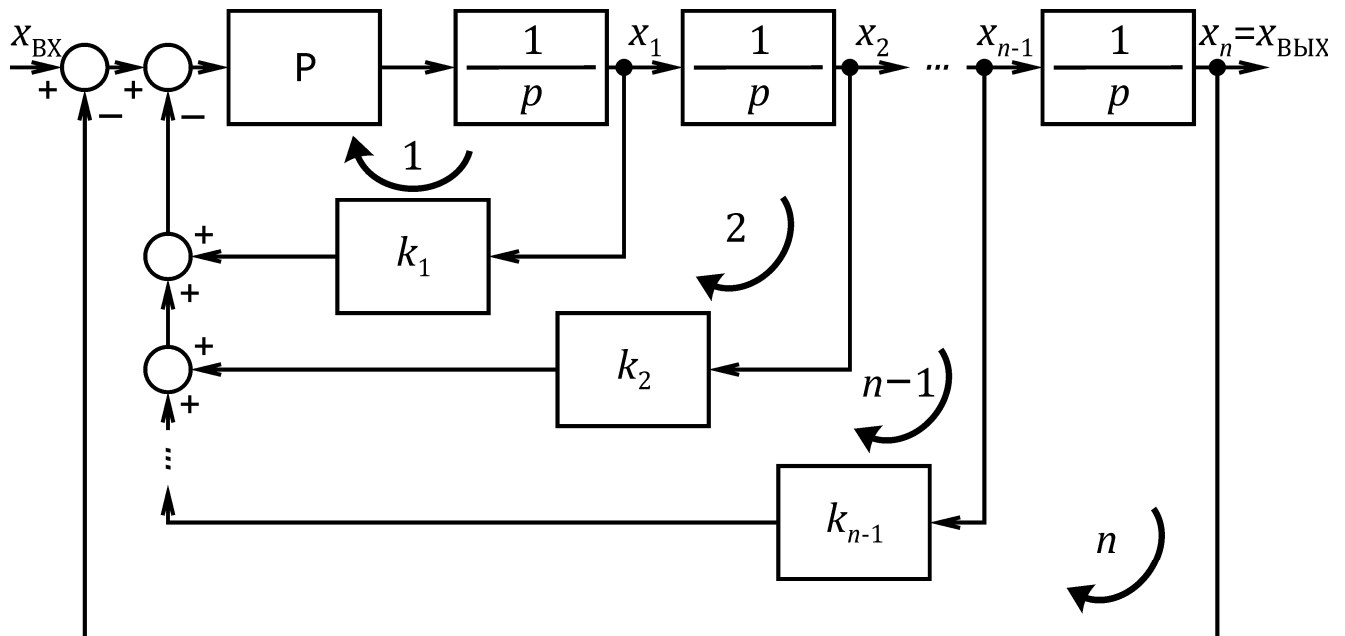


Рис. 9.4. Структурная схема системы с модальным управлением

Так как во внутреннем контуре 1 нет ограничения по быстродействию, то соответствующим выбором коэффициентов усиления k_1, k_2, \dots, k_{n-1} , можно теоретически получить любые заранее заданные показатели качества регулирования. Если объект регулирования, кроме интеграторов в прямом канале регулирования, содержит также набор местных обратных связей, то простым преобразованием структурной схемы эти связи могут быть приведены ко входу общего усилителя P и затем просуммированы с вводимыми обратными связями.

Переменные $x_1, x_2, \dots, x_n = x_{\text{ВЫХ}}$ принято называть переменными состояниями системы. Совокупность же обратных связей по всем переменным состояниям с коэффициентами усиления k_1, k_2, \dots, k_{n-1} образует так называемый **модальный регулятор**.

В общем случае переменными состояниями системы принято называть набор наименьшего числа независимых переменных, однозначно определяющих динамическое состояние системы в любой момент времени на отрезке $[t_0, t_1]$, если заданы их на-

чальные значения в момент времени $t = t_0$ и известны все внешние воздействия в любой момент времени на отрезке $[t_0, t_1]$. В частном случае уравнения состояния бывают представлены в нормальной форме Коши, тогда за переменные состояния удобно принять выходную координату и набор её всех производных.

Пример 9.1. Выбор модального регулятора в электромеханической системе с упругими связями [2, 13].

В контуре регулирования положения вала рабочего механизма РМ выходная переменная $\alpha_{\text{ВЫХ}}$ сравнивается на входе регулятора положения РП с сигналом задания $\alpha_{\text{ВХ}}$ и после преобразования в регуляторе РП поступает на вход модального регулятора Р, а затем на вход полупроводникового силового преобразователя П, который подключен к якорной обмотке двигателя постоянного тока (рис. 9.5). Двигатель, механическая передача и рабочий механизм представлены здесь двухмассовой упругой механической системой ЭМС, которая была рассмотрена нами в примере 4.5 (см. также рис. 4.17 б). Математическая зависимость выходной координаты $\alpha_{\text{ВЫХ}}$ от скорости n_2 дается интегрирующим звеном с постоянной времени 1 с.

Требуется выполнить модальный регулятор в системе регулирования положения вала РМ $\alpha_{\text{ВЫХ}}$.

Выберем в качестве переменных состояния следующие координаты: $\alpha_{\text{ВЫХ}}$ – угол поворота вала РМ; n_2 – угловую скорость вала РМ; M_2 (или M_1) – момент на валу механической передачи МП; n_1 – угловую скорость вала двигателя; $I_{\text{Я}}$ – ток якоря двигателя, который пропорционален электромагнитному моменту M двигателя.

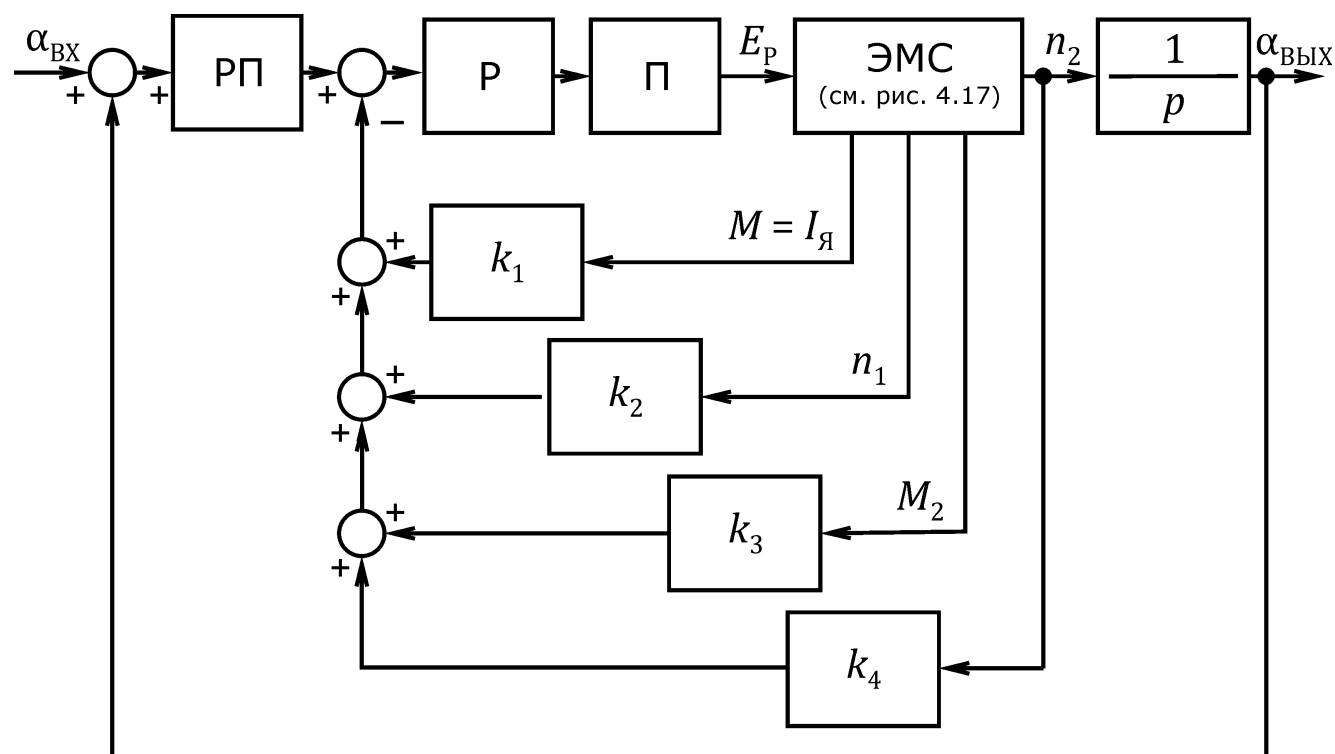


Рис. 9.5. Система регулирования положения вала рабочего механизма, содержащая модальный регулятор

Наметим общий ход решения задачи.

Настройку начнем с контура 1 – самого внутреннего контура регулирования тока якоря $I_{\text{я}}$ и выполним её, выбрав величину коэффициента усиления k_1 канала обратной связи в этом контуре из условия достижения максимального быстродействия при минимальной колебательности процессов. В частности, в следящих электроприводах получить высокое быстродействие контура регулирования тока якоря несложно, так как двигатели для этих электроприводов имеют очень малые величины $T_{\text{я}}$, а специальные малоинерционные модификации (с гладким, полым или дисковым якорем) – пренебрежимо малые.

Затем выполним настройку контура 2 регулирования скорости n_1 , изменяя величину коэффициента усиления k_2 канала обратной связи. Частоту среза этого контура придется снизить в 2...4 раза, так как в контуре добавляется интегрирующее звено с постоянной времени $T_{\text{М}}$.

При настройке контура 2 придется решать, как поступить с двумя местными обратными связями, обусловленными естественными свойствами неизменяемой части системы: согласно-параллельной по ЭДС $E_{\text{д}}$ двигателя и перекрестной по M_2 . Первую связь проще учесть, добавив её к внешней обратной связи с коэффициентом усиления k_2 . С перекрестной связью возможны два варианта. Если частота среза настраиваемого контура 2 выше, чем естественного контура, образованного звеньями Д, МП и перекрестной связью по M_2 , то перекрестную связь при выборе величины k_2 можно отбросить. Но если наоборот, то её проще учесть при настройке последующего контура с коэффициентом усиления канала обратной связи k_3 , перенеся воздействие M_1 на вход регулятора Р.

Аналогично выполняется настройка последующих контуров регулирования с обратными связями по переменным состояниям M_2 и n_2 , которая осуществляется выбором величин коэффициентов усиления k_3 и k_4 .

Продолжим рассмотрение примера, задав численные значения параметров звеньев, образующих ЭМС: $T_{\text{я}} = 0,001$ с – электромагнитная постоянная времени якорной цепи; $T_{\text{М}} = 0,04$ с – электромеханическая постоянная времени электродвигателя; $T_{\text{МП}} = 0,01$ с – постоянная времени упругой механической передачи; $T_{\text{РМ}} = 0,1$ с – электромеханическая постоянная времени рабочего механизма (по аналогии с $T_{\text{М}}$); $k_{\text{П}} = 1$ – коэффициент усиления преобразователя П; $k_{\text{Р}} = 10$ – коэффициент усиления регулятора Р. При заданных параметрах частоты среза естественных контуров, образованных звеньями, входящими в ЭМС: контура, включающего в себя ЯЦ, Д и обратную связь по ЭДС двигателя $E_{\text{д}}$, – $\omega_{\text{с1}} = 25$ рад/с; контура, включающего РМ, МП и обратную связь по n_2 (одномассовую упругую систему, образованную механической массой РМ и упругим звеном МП), – $\omega_{\text{с2}} = 30$ рад/с; контура, включающего в себя Д, МП и обратную связь по M_2 (одномассовую упругую систему, образованную механической массой Д и упругим звеном МП), – $\omega_{\text{с3}} = 50$ рад/с.

Выясним особенности реализации самого внутреннего контура регулирования по току якоря $I_{\text{я}}$. Так как величина постоянной времени $T_{\text{я}}$ весьма мала, то необходимости вводить обратную связь по току якоря нет. Следовательно, выберем $k_1 = 0$, то есть по току якоря система замыкаться не будет. Передаточную функцию контура 1 аппроксимируем выражением:

$$W_1 = k_{\text{Р}}k_{\text{П}}W_{\text{яц}} = \frac{10}{1 + 0,001p}.$$

Выполним настройку контура 2 регулирования скорости n_1 , выбирая величину коэффициента усиления k_2 канала обратной связи так, чтобы получить частоту среза этого контура $\omega_2 \approx 250$ рад/с. Тогда $k_2 = 1$. Местную обратную связь по ЭДС двигателя E_d можно не учитывать, так как приведенная к входу регулятора Р она в 10 раз слабее внешней связи с коэффициентом усиления k_2 . Перекрестную связь по моменту M_2 также можно не учитывать, так как $\omega_{с3} = 50$ рад/с $\ll \omega_2 \approx 250$ рад/с. В результате передаточная функция прямого канала в контуре 2 может быть аппроксимирована выражением:

$$W_1 W_d = \frac{10}{0,04p(1 + 0,001p)}$$

После охвата звеньев прямого канала обратной связью с коэффициентом усиления k_2 передаточную функцию замкнутого контура 2 можно аппроксимировать выражением:

$$W_2 \approx \frac{1}{k_2(1 + T_2p)(1 + T_яp)} = \frac{1}{(1 + 0,004p)(1 + 0,001p)}$$

Здесь $k_2 = 1$; $T_2 = 1/\omega_2 = 0,004$ с; $\omega_2 = 250$ рад/с – частота среза контура 2.

При настройке следующего контура регулирования 3 с обратной связью по M_2 в его прямой канал последовательно с замкнутым по n_1 контуром 2 включается интегрирующее звено МП. Следовательно, частоту среза ω_3 этого контура по сравнению с предыдущим необходимо уменьшить в 2...4 раза. Выберем $\omega_3 = \omega_2/(2 \dots 4) = 250/(2 \dots 4) = 100$ рад/с. Тогда $k_3 = 1$. По аналогии с предыдущим этапом аппроксимированная передаточная функция контура 3 запишется:

$$W_3 \approx \frac{1}{k_3(1 + T_3p)(1 + T_2p)} = \frac{1}{(1 + 0,01p)(1 + 0,004p)}$$

где $k_3 = 1$; $T_3 = 1/\omega_3 = 0,01$ с; $\omega_3 = 100$ рад/с – частота среза контура 3.

Настройку контура 4 ведем аналогично предыдущим контурам. Здесь в прямой канал последовательно с контуром 3 включается интегрирующее звено РМ. Частоту среза этого контура выберем $\omega_4 = \omega_3/(2 \dots 4) = 100/(2 \dots 4) = 30$ рад/с. Тогда $k_4 = 3$. Аппроксимированная передаточная функция контура 4 запишется:

$$W_4 = \frac{1}{k_4(1 + T_4p)(1 + T_3p)} = \frac{1}{3(1 + 0,03p)(1 + 0,01p)}$$

где $T_4 = 1/\omega_4 \approx 0,03$ с; $\omega_4 = 30$ рад/с – частота среза контура 4.

На этом предварительный выбор параметров модального регулятора можно считать законченным.

Структура и параметры внешнего регулятора положения РП выбираются в соответствии с методикой выбора типовых регуляторов (см. п. 8.5).

Модальное управление – очень эффективный способ достижения высоких динамических показателей в сложных системах регулирования. На это преимущество обращают внимание многие авторы [2, 7, 13, 15]. Благодаря многоконтурности эта схема мало чувствительна к нестабильности параметров звеньев

неизменяемой части системы. Методика настройки сравнительно простая и сводится к последовательному введению новых контуров, при этом на каждом из этапов добавляется лишь одна внешняя обратная связь.

Но не следует преувеличивать возможности модального управления, когда речь заходит об условиях настройки реальных систем регулирования. Прежде всего, гипотеза о возможности получения в системе с модальным регулятором любых заданных динамических показателей молчаливо предполагает отсутствие ограничений по быстродействию в самом внутреннем контуре регулирования, где оптимизация производится изменением величины коэффициента усиления k_1 . Но как раз в этом контуре часто и наблюдается ограничение предельного значения его частоты среза, что обусловлено необходимостью учета влияния помех, малых постоянных времени, дискретного характера работы вентильных преобразователей в зоне высоких частот передаваемого сигнала.

Модальное управление не обеспечивает ограничение промежуточных переменных силового оборудования, но в ранее рассмотренных схемах с подчиненным регулированием эта задача решается сравнительно просто.

На входе одного регулятора P сходятся сигналы многих обратных связей, влияние которых на характеристики системы управления может оказаться противоречивым (например, обратная связь по току или моменту требует максимального смягчения механической характеристики электропривода, а обратная связь по скорости действует наоборот). Некоторые авторы советуют варьировать набор переменных состояния [13], но это требует определенного опыта.

Наконец, и это главное, модальный регулятор требует применения датчиков по всем переменным состояниям. Это делает систему не только весьма громоздкой, но техническая реализация некоторых датчиков бывает затруднена и даже невозможна.

9.4. Наблюдающие устройства

В тех случаях, когда промежуточную переменную состояния непосредственно измерить датчиком нельзя, её можно вычислить косвенно наблюдателем.

Идею наблюдателя поясним на примере (рис. 9.6). Предположим, что движение электромеханической системы ЭМС производится изменением ЭДС преобразователя E_{Π} , а выходной координатой является угловое положение вала α исполнительного органа. Промежуточные переменные $I_{\text{я}}$, n_1 , M_2 , n_2 являются не-

наблюдаемыми и их необходимо как-то вычислить. Поступим следующим образом. Выполним модель ЭМС. Звенья модели и элементы реальной системы описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями, а каждой реальной переменной поставлена в соответствие на модели её аналогичная переменная, которую в технической литературе принято называть оценкой соответствующей переменной. По этой причине, чтобы облегчить восприятие математических выражений, оценки принято обозначать теми же буквами, что и реальные переменные, но со знаком “ $\hat{}$ ” над буквой. Например, \hat{n} есть оценка скорости n .

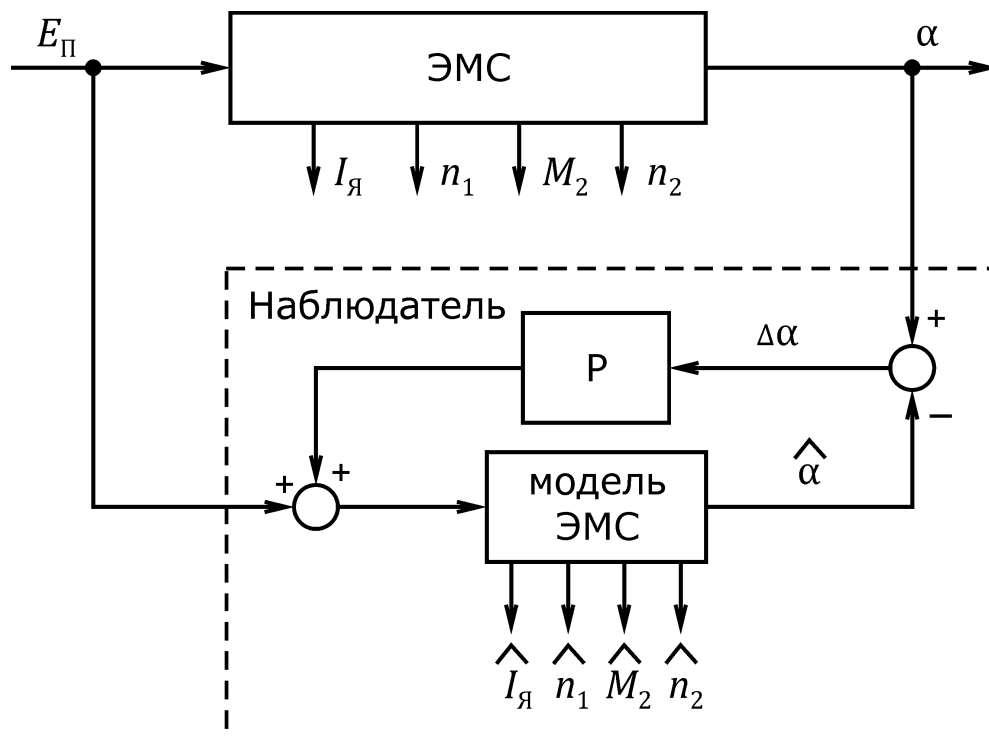


Рис. 9.6. Структурная схема, поясняющая идею применения наблюдателя

Сказать, что оценки переменных в точности равны соответствующим переменным, нельзя, так как модель всегда составляется с рядом допущений, не учитывает многих действующих возмущений и нестабильности параметров. Чтобы названное расхождение уменьшить, измеряемую выходную координату α реальной ЭМС сравнивают с её оценкой $\hat{\alpha}$ и потом в функции этой разности $\Delta\alpha$ корректируют показания модели. С этой целью модель ЭМС охватывают местной отрицательной обратной связью ОС.

Совокупность модели ЭМС и местной отрицательной обратной связи ОС, предназначенных для вычисления переменных состояния системы, образует **наблюдатель** (наблюдающее устройство).

В простейшем случае звено ОС – это безынерционное звено с коэффициентом усиления k_{OC} . Естественно, чтобы добиться большей точности работы модели, коэффициент усиления k_{OC} стремятся иметь максимально высоким. Однако в этом случае встает проблема устойчивости наблюдателя. Чтобы иметь достаточно высокую точность наблюдения (воспроизведения) переменных и при этом не нарушать условий устойчивости наблюдателя, звено ОС выбирают с передаточной функцией вида

$$W_{OC}(p) = k_{OC} + T_1 p + T_2^2 p + \dots,$$

где порядок старшей производной выбирают на единицу меньше порядка уравнения модели ЭМС. А чтобы слагаемые в выражении для передаточной функции ОС, пропорциональные первой и последующим производным по ошибке наблюдения $\Delta\alpha$, были технически реализуемы, их подают на входы регуляторов, стоящих за первым, вторым и последующими интегрирующими звеньями. Когда наблюдатель настроен, то с выходов его звеньев можно брать сигналы по оценкам переменных состояния ЭМС и использовать эти сигналы как местные корректирующие связи при настройке контура регулирования положения аналогично схеме (см. рис. 9.5).

Отдавая должное схемам с наблюдающими устройствами как одному из вариантов технической реализации идеи модального управления, следует всегда иметь в виду, что эти схемы требуют расширенной полосы пропускания частот датчиков, измеряющих выходные координаты. Это вызвано тем, что показания этих датчиков используются также и для коррекции внутренних контуров регулирования, которые должны иметь значительно более высокое быстродействие, чтобы эффективно выполнять роль местных корректирующих обратных связей.

9.5. Выводы

Коррекция обратными связями наиболее часто применяется в замкнутых системах автоматического управления. Помимо решения основной задачи – выполнения условий устойчивости с требуемым запасом, – здесь достигается также большая стабильность характеристик звеньев и ослабляется влияние возмущений.

В простейшем случае, когда применяется одна местная обратная связь, корректируются динамические характеристики одного или части звеньев объекта регулирования. В замкнутой системе её свойства до частоты среза определяются каналом обратной связи. Поэтому, охватив местной обратной связью на-

званные звенья объекта регулирования, удастся изменить их динамические характеристики в требуемую сторону. Чтобы введение местной обратной связи было результативным, необходимо частоту среза местного контура иметь выше, чем основного.

Повторяя многократно местные обратные связи по разным переменным, получаем многоконтурную систему регулирования. В тех случаях, когда, помимо задачи устойчивости, необходимо также ограничить некоторые из промежуточных переменных (например, ток якоря, напряжение и др.), эффективен подчиненный принцип регулирования. Когда неизменяемая часть системы имеет высокий порядок, а требуется при этом обеспечить высокую точность, целесообразно модальное управление. В системах модального управления требуются обратные связи по всем переменным состояния, что их непосредственное измерение с помощью датчиков зачастую громоздко и технически сложно. Здесь помогает вычисление некоторых трудно измеряемых переменных состояния с помощью наблюдателей, моделирующих работу звеньев неизменяемой части системы. Чтобы повысить точность вычисления, работа наблюдателя корректируется сопоставлением некоторых доступных для измерения переменных системы регулирования с их аналогами (оценками переменных), получаемыми на выходе наблюдателя.

Вместе с тем эффективная работа системы регулирования с наблюдателями возможна лишь при расширенной полосе пропускания датчиков, измеряющих выходные координаты.

Мы рассмотрели большое число весьма эффективных способов коррекции систем регулирования различного уровня сложности. Однако следует помнить, что абсолютного решения не существует, поэтому требуются опыт и знание многих возможных вариантов, чтобы в каждом случае с учетом конкретных условий выбрать наиболее выгодное решение.

9.6. Контрольные вопросы

1. Что такое местная обратная связь?
2. Укажите преимущества и недостатки схем с подчиненным регулированием переменных.
3. Почему в схеме подчиненного регулирования быстродействие каждого последующего контура регулирования ниже, чем предыдущего?
4. Как выбрать параметры местной обратной связи, если имеется перекрестная связь?

Укажите возможные варианты. Какие допустимы упрощения? Обоснуйте их.

5. Что такое модальное регулирование? Почему считается, что в этом случае возможно достижение высокой точности регулирования выходной переменной?

6. Поясните смысл термина “переменные состояния” в системе регулирования.

7. Какие побочные нежелательные эффекты может повлечь за собой применение модального регулирования? Приведите примеры.

8. Какие основные звенья содержит наблюдатель? Укажите их назначение.

9. Почему местный контур регулирования, в который входит наблюдатель, должен иметь быстродействие более высокое, чем основной?

10. Почему в схеме с наблюдателями к датчикам выходной переменной предъявляют более высокие требования по точности и быстродействию, чем в традиционных, например, одно-контурных системах регулирования?

11. Структурная схема замкнутой системы регулирования изображена на рис. 9.1. Звенья A и B имеют передаточные функции:

$$W_A = \frac{k}{1 + T_1 p} = \frac{1}{1 + p};$$

$$W_B = \frac{1}{(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)} = \frac{1}{(1 + 0,3p)(1 + 0,1p)}.$$

Подобрать вид и параметры передаточной функции звена МОС, чтобы полоса пропускания частот в замкнутой системе была максимально высокой, а показатель колебательности был $M \leq 1,5$.

10. КОРРЕКЦИЯ СОГЛАСНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СВЯЗЯМИ

10.1. Выбор параметров звеньев, включенных согласно-параллельно

Согласно-параллельное включение звеньев применяется чаще как эффективное средство коррекции замкнутых систем регулирования (например, двухканальные следящие электроприводы [8]), но в ряде случаев имеются в виду и чисто экономические соображения (электроприводы постоянного тока с двухзонным регулированием скорости [13, 15]). Подход к настройке систем регулирования в обоих случаях одинаков.

Как было показано ранее (см. п. 5.3), при согласно-параллельном соединении звеньев динамические свойства всего соединения определяются в большей мере свойствами того канала, ЛАЧХ которого идет выше. Это обстоятельство и используется при коррекции замкнутой системы регулирования согласно-параллельными звеньями.

Идея способа заключается в том, чтобы в районе частоты среза основного контура регулирования заставить работать дополнительно введенный корректирующий канал, тем самым шунтируя свойства основного канала.

Сказанное поясняют структурная схема и ЛАЧХ (рис. 10.1). Здесь выходная переменная $x_{\text{ВЫХ}}$ системы регулирования получается после коррекции как сумма двух составляющих: x_A звена A – основного (“грубого”) канала – и x_B звена B – дополнительного (корректирующего) канала:

$$x_{\text{ВЫХ}} = x_A + x_B.$$

До введения корректирующего канала замкнутая система регулирования содержала в прямом канале только звено A , охваченное внешней обратной связью ОС. Динамические свойства прямого канала регулирования описывались ЛАЧХ L_A (кривая $a-b-v-g$ на рис. 10.1 б), канала обратной связи ОС – ЛАЧХ $-L_{\text{ОС}}$ (кривая $d-v-e-ж$), а замкнутой системы регулирования – ЛАЧХ L_1 (кривая $d-v-g$). Частота среза $\omega_{\text{С1}}$ исходной системы регулирования соответствовала точке v . По предположению, исходный контур регулирования не отвечал требуемым показателям качества процессов.

С целью коррекции динамических характеристик замкнутой системы регулирования согласно-параллельно звену A было включено звено B (см. рис. 10.1 а), имеющее ЛАЧХ L_B (кривая

з-б-е-и). Результирующая ЛАЧХ L_{AB} параллельно включенных A и B аппроксимируется кривой $а-б-е-и$. Частота сопряжения $\omega_{СОПР}$ характеристик звеньев A и B соответствует точке $б$ пересечения ЛАЧХ этих звеньев. Результирующая ЛАЧХ L скорректированной замкнутой системы регулирования описывается кривой $д-в-е-и$. Новая частота среза ω_{C2} основного контура регулирования после введения коррекции соответствует точке $е$.

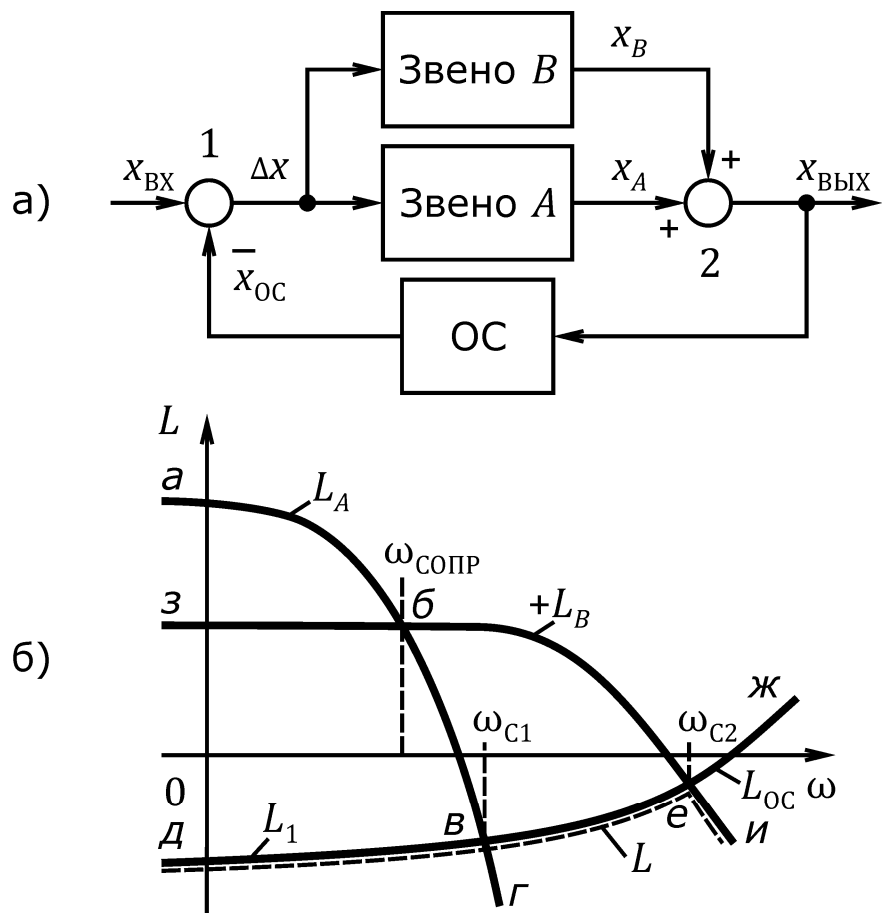


Рис. 10.1. Структурная схема (а) и ЛАЧХ (б) системы регулирования с согласно-параллельными связями

Задача коррекции может быть решена при выполнении ряда очевидных, но обязательных условий:

- полоса пропускания частот звена B должна быть больше, чем у звена A , а в диапазоне частот среза $\omega_{C1} \dots \omega_{C2}$ усиление звена B должно быть выше, чем звена A ;
- отстающий фазовый сдвиг, вносимый каналом B в диапазоне частот $\omega_{C1} \dots \omega_{C2}$, должен быть меньше, чем у исходного звена A ;
- в районе частоты сопряжения $\omega_{СОПР}$ амплитудных характеристик звеньев A и B не должно наблюдаться резонансных явлений.

Совсем необязательно, чтобы корректирующий канал включался параллельно всем звеньям прямого канала исходной системы регулирования. Часто достаточно выполнить шунтирование части или даже одного из звеньев прямого канала. Так, на рис. 10.2 в исходной замкнутой системе регулирования, образованной последовательно включенными в прямом канале звеньями A , B и C , охваченными обратной связью, роль соглас-

но-параллельной корректирующей связи выполняет звено D , которое шунтирует звено B .

Эффективность согласно-параллельного включения звеньев как средства коррекции в большой степени зависит от места расположения сумматора 2 (см. рис. 10.1 и 10.2): чем ближе он находится к выходным звеньям, тем достигается выше качество процессов регулирования. При этом суммируются переменные, характеризующие состояние звеньев, относящихся к неизменяемой части системы регулирования, что требует усложнения и удорожания силового механо- и электрооборудования.

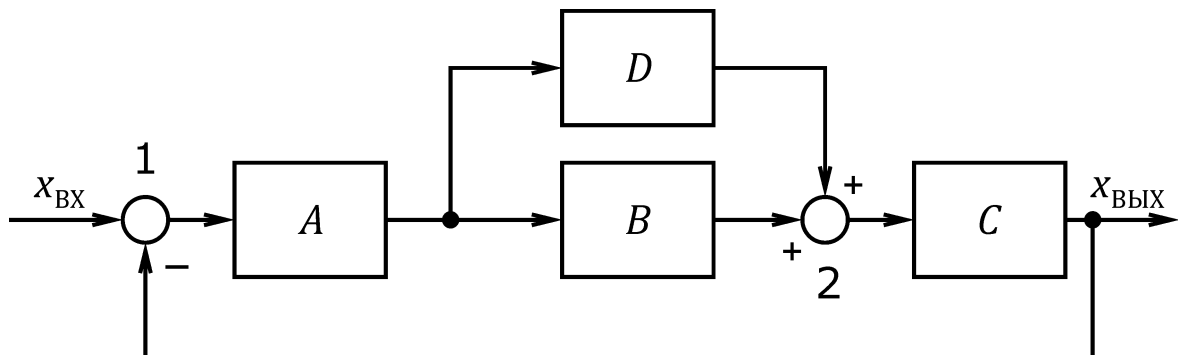


Рис. 10.2. Вариант структурной схемы с согласно-параллельными связями

Тем не менее такие системы применяются и весьма успешно благодаря высоким точностным показателям. Механические движения разных каналов складываются, например, соединением “винт-гайка” (системы управления перемещением нажимных винтов прокатных станов), дифференциальным редуктором (двухканальные следящие электроприводы), установкой механизма “точного” движения на подвижной платформе, принадлежащей каналу “грубого” движения (электропривод механизмов прецизионной подачи станков с числовым программным управлением). Возможно сложение сигналов и непосредственно в электродвигателе, когда он управляется по двум независимым каналам (по якорю и по полю) – электропривод постоянного тока с двухзонным регулированием скорости.

Настройку двухканальной системы регулирования с согласно-параллельным включением каналов осуществляют в два этапа.

Сначала настраивают одноконтурную систему управления, образованную звеньями более быстродействующего канала (таким чаще оказывается “точный” канал, но это не всегда) и обратной связью, стремясь к достижению показателей качества, ориентированных на частоту среза $\omega_{с2}$ (см. рис. 10.1 б).

Затем вводят основной (обычно работающий как “грубый”) канал регулирования так, чтобы не нарушить условий устойчивости замкнутой системы регулирования. Эти условия устойчи-

ности, как показал опыт разработки и эксплуатации подобных систем, сводятся к выполнению следующих количественных рекомендаций:

– соблюдению достаточно протяженного участка между частотами $\omega_{с2}$ и $\omega_{сопр}$. В большинстве практических случаев достаточно обеспечить

$$\omega_{сопр} \leq \frac{\omega_{с2}}{2 \dots 4};$$

– отсутствию резонанса параллельно включенных каналов A и B (см. рис. 10.1) или B и D (см. рис. 10.2) на частоте сопряжения $\omega_{сопр}$ этих каналов. “Провал” на ЛАЧХ параллельно включенных звеньев практически отсутствует, когда при $\omega \approx \omega_{сопр}$ разница фазовых частотных характеристик этих звеньев не доходит до 180 градусов на общепринятую величину запаса устойчивости по фазе (см. п. 7.3) $\gamma \geq 30 \dots 60^\circ$.

Когда каналы A и B заданы только своими аппроксимированными амплитудными характеристиками, то последнее условие означает, что на частоте сопряжения ЛАЧХ этих звеньев должны расходиться с единичным наклоном, а при $\omega \geq (2 \dots 4)\omega_{сопр}$ допустимо увеличение расхождения до двойного наклона.

Пример 10.1. Электропривод постоянного тока с двухзонным регулированием скорости [13, 15].

В этом электроприводе регулирование скорости вращения двигателя в пределах от нуля до основной производят только изменением напряжения на якоре при номинальном потоке возбуждения, а в диапазоне изменения скорости выше основной – изменением потока возбуждения при постоянном напряжении на якоре.

На рис 10.3 изображена заимствованная из [15] часть общей линеаризованной структурной схемы электропривода – внутренний контур регулирования тока якоря КРТЯ, взаимодействующий с каналом регулирования тока возбуждения двигателя, когда ослабление магнитного потока двигателя производится в функции величины ЭДС преобразователя, питающего якорную обмотку двигателя. На схеме $U_{зТ}$ – напряжение задания тока якоря $I_{я}$ двигателя, $E_{п}$ – приращение ЭДС преобразователя П в якорной цепи двигателя; $E_{д}$ – приращение составляющей ЭДС двигателя, обусловленной изменением только магнитного потока Φ двигателя при фиксированном относительном значении скорости n_0 двигателя. Параметры звеньев: преобразователя П – $T_{п} = 0,01$ с; якорной цепи ЯЦ – $k_{яц} = 10$, $T_{я} = 0,1$ с.

В канале регулирования тока возбуждения двигателя замкнутый контур регулирования тока возбуждения КРТВ аппроксимирован инерционным звеном с постоянной времени $T_{в} = 0,05$ с, переменный коэффициент, равный относительному текущему значению скорости вращения двигателя в зоне ослабленного тока возбуждения, принят равным $n_0 = 2$.

Требуется определить параметры регуляторов тока якоря РТ и напряжения на якоре РН.

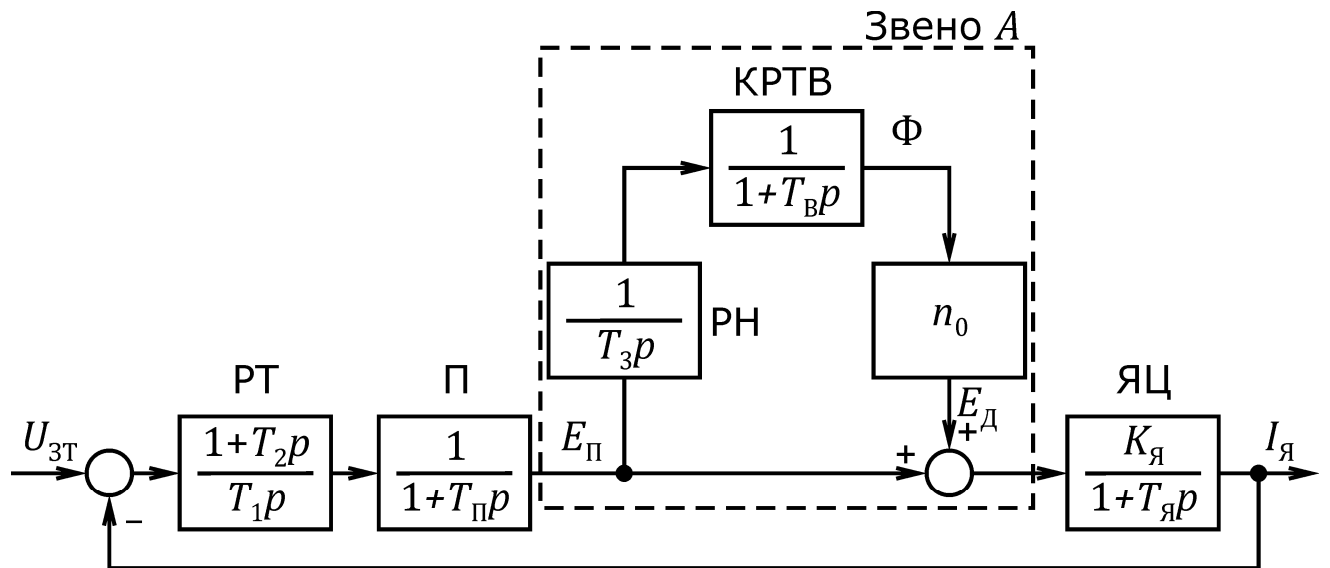


Рис. 10.3. Структурная схема КРТЯ при работе электропривода в зоне ослабления потока двигателя

Выберем сначала параметры ПИ-регулятора тока РТ. В соответствии с рекомендациями, приведенными в п. 8.5, принимаем:

- $T_2 = T_я = 0,1$ с, где $T_я$ - наибольшая постоянная времени инерционных звеньев П и ЯЦ, образующих неизменяемую часть КРТЯ;
- введя расчетную постоянную интегрирования КРТЯ $T_{РТ} = T_1/k_я = T_1/10$, выбираем $T_{РТ} \approx (2 \dots 4)T_П = 0,02$ с. Откуда $T_1 = 0,2$ с;
- частота среза КРТЯ при выбранных постоянных времени регулятора РТ $\omega_T \approx 1/T_{РТ} = 50$ рад/с.

ЛАЧХ разомкнутого КРТЯ L_1 и замкнутого КРТЯ L_2 при работе электропривода до основной скорости приведены на рис. 10.4 а.

Перейдем к определению параметров регулятора РН. Обратим внимание на то, что канал регулирования тока возбуждения (вход $E_П$ - выход $E_Д$) включен согласно-параллельно каналу $E_П$. Построим ЛАЧХ согласно-параллельного соединения этих звеньев (на рис. 10.3 это соединение звеньев обозначено звеном А).

Введем расчетную постоянную времени

$$T_{РН} = \frac{T_3}{n_0} = \frac{T_3}{2}.$$

Воспользуемся рекомендациями по выбору частоты сопряжения параллельных каналов. Условие согласования величин частоты среза основного канала КРТЯ ω_T и частоты сопряжения $\omega_{СОПР}$ параллельных каналов требует, чтобы, во-первых,

$$\omega_{СОПР} = \omega_H = \frac{1}{T_{РН}} \leq \frac{\omega_T}{2 \dots 4} \approx \frac{50}{2 \dots 4} = 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

а во-вторых, условие безрезонансного согласования ЛАЧХ этих каналов требует, чтобы

$$\omega_{СОПР} = \omega_H \leq \frac{\omega_В}{2 \dots 4} \approx \frac{20}{2 \dots 4} = (5..10) \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Здесь $\omega_B = 1/T_B = 20$ рад/с – полоса равномерного пропускания частот КРТВ. Так как второе неравенство более сильное, то величину ω_H следует выбирать по нему. Принимаем $\omega_H = 5$ рад/с и $T_{PH} = 1/\omega_H = 0,2$ с. Тогда постоянная времени регулятора РН $T_3 = n_0 T_{PH} = 2T_{PH} = 0,4$ с.

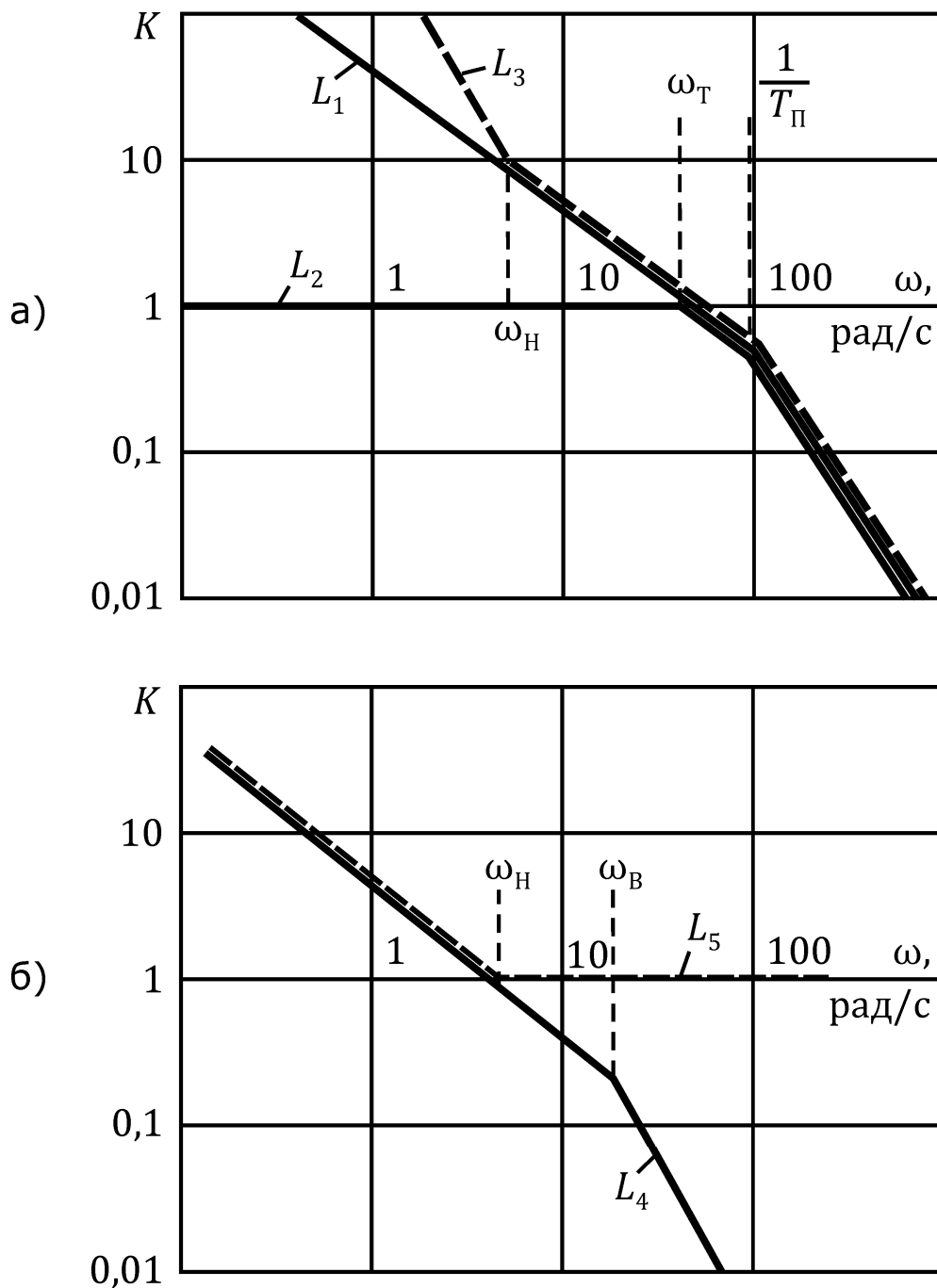


Рис. 10.4. Аппроксимированные ЛАЧХ КРТЯ (а) и согласно-параллельного соединения (б) звеньев

Аппроксимированная ЛАЧХ L_4 канала регулирования тока возбуждения соответствует последовательному соединению РН, КРТВ и пропорционального звена с коэффициентом усиления n_0 (см. рис. 10.4 б). Согласно-параллельному его соединению с единичным каналом E_{II} (то есть звену А) соответствует ЛАЧХ L_5 . При частотах $\omega > \omega_{сопр}$ кривая L_4 располагается ниже ЛАЧХ единичного канала E_{II} . В этом диапазоне частот согласно-параллельное соединение звеньев не сказывается на ЛАЧХ звена А и, следовательно, ЛАЧХ

КРТЯ. А так как $\omega_T = 50 \text{ рад/с} > \omega_H = 5 \text{ рад/с}$, то условия устойчивости КРТЯ при работе электропривода на скорости выше основной не нарушаются.

ЛАЧХ КРТЯ при работе электропривода на скорости выше основной (кривая L_3 на рис. 10.4 а) совпадает с кривой L_1 на средних и высоких частотах. Отличие наблюдается только в районе низких частот.

•• Используя в студенческом вычислительном центре любую программу для решения системы линейных дифференциальных уравнений, показать сначала на аппроксимированных ЛАЧХ, а затем – по виду переходных функций, как влияют на показатели качества процессов:

изменение величины ω_H ;

изменение величины ω_B .

Какие показатели качества процессов Вы будете при этом фиксировать?

10.2. Выводы

Согласно-параллельное соединение звеньев оказывается часто наиболее эффективным средством коррекции системы автоматического управления, хотя и самым дорогим, так как требует усложнения неизменяемой части системы, а не ограничивается воздействием только на управляющую часть системы. Возможности способа реализуются полнее, если в районе частоты среза системы регулирования амплитудная частотная характеристика корректирующего канала имеет большее усиление, но меньшее отставание по фазе.

Система автоматического управления настраивается как двухканальная, а более “быстрый” канал настраивается в первую очередь. Его динамическими характеристиками определяются показатели качества процессов системы в целом.

Значительное улучшение точностных показателей достигается в тех двухканальных системах управления, где реализация движения точного канала осуществляется электромеханическими преобразователями (электромагнитными, пьезоэлектрическими) с принципиально более высокими динамическими показателями.

10.3. Контрольные вопросы

1. Как строится аппроксимированная ЛАЧХ согласно-параллельного соединения звеньев? Каким образом особенности построения этих характеристик используются при синтезе системы управления?

2. Назовите возможные варианты конструкции звеньев, осуществляющих сложение сигналов при согласно-параллельном соединении.

3. Укажите последовательность настройки параллельных каналов в двухканальной системе управления.

11. РЕГУЛИРОВАНИЕ ПО ВОЗМУЩЕНИЮ (КОМПЕНСАЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ)

11.1. Синтез компенсирующих связей

Идея рассматриваемого способа регулирования заключается в том, чтобы, непосредственно измерив величину действующего на систему регулирования возмущения F , изменить уставку на входе системы регулирования так, чтобы выходная переменная $x_{\text{ВЫХ}}$ не изменялась при приложении возмущения F . На схеме (рис. 11.1), содержащей звенья A и B в прямом канале регулирования, охваченные обратной связью ОС, для ослабления влияния возмущения F на выходную переменную $x_{\text{ВЫХ}}$ организован канал компенсации возмущения. При этом измерение возмущения F и подача компенсирующего сигнала $x_{\text{К}}$ на управляющий вход системы регулирования производится специальным компенсирующим устройством КУ. Знак компенсирующего сигнала $x_{\text{К}}$ противоположен знаку возмущения F .

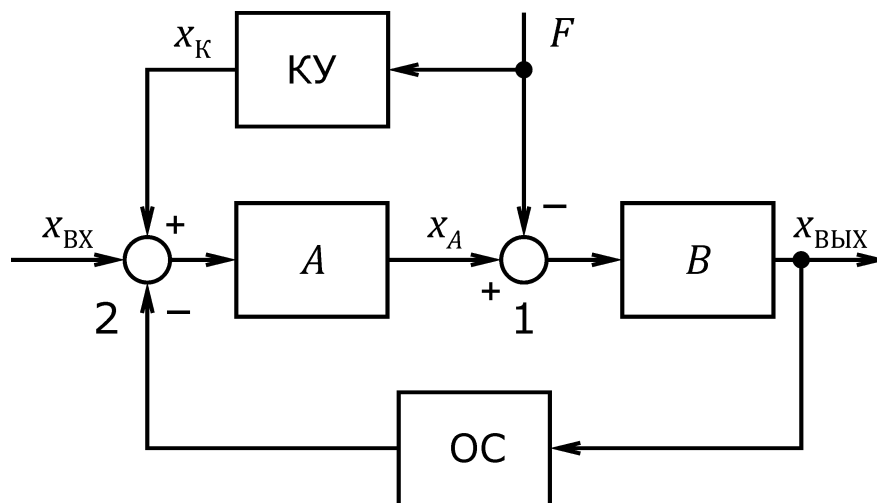


Рис. 11.1. Структурная схема системы с регулированием по возмущению

Поставим сначала задачу достижения абсолютной инвариантности выходной переменной от приложенного возмущения как в установившихся, так и в переходных режимах. Физически это означает создание противодействия, равного и противоположного по знаку внешнему возмущению F . Для выполнения указанного условия необходимо, чтобы передаточные функции каналов передачи возмущения и компенсирующего сигнала были равны, то есть

$$1 = W_{\text{КУ}}W_A.$$

Здесь слева записана передаточная функция канала передачи возмущения F , а справа – передаточная функция канала

компенсации возмущения, представленного последовательным соединением звеньев КУ и А. Действие обоих каналов приведено к одному общему сумматору 1. Из приведенного уравнения желаемая передаточная функция звена КУ

$$W_{\text{КУ}} = \frac{1}{W_A}.$$

Если учесть, что в реальных системах звенья, расположенные между местом приложения компенсирующего сигнала x_K и возмущения F , содержат инерционности, то выполнение условий абсолютной инвариантности не может быть достигнуто. Действительно, возьмём простейший случай, когда динамические свойства звена А описываются передаточной функцией инерционного звена первого порядка:

$$W_A = \frac{k_A}{1 + T_A p}.$$

В этом случае желаемая передаточная функция звена КУ

$$W_{\text{КУ}} = \frac{1}{W_A} = \frac{1}{k_A} + \frac{T_A}{k_A} p,$$

то есть компенсирующее устройство должно содержать пропорциональный канал и идеальный дифференциатор, который физически реализовать нельзя. Поэтому, если измеряется только возмущение F , то в переходных режимах, вызванных приложением F , динамическая ошибка неизбежна.

Поскольку условия абсолютной инвариантности недостижимы, то ограничимся только физически реализуемыми вариантами звена КУ, в нашем случае – пропорциональным каналом с коэффициентом усиления

$$W_{\text{КУ}} = k_{\text{КУ}} = \frac{1}{k_A}.$$

Чтобы оценить, насколько компенсирующий канал ослабляет действие возмущения F , построим ЛАЧХ каналов передачи возмущения F , компенсирующего сигнала x_K и совместного их действия (рис. 11.2). Канал передачи возмущения F соответствует пропорциональному звену с единичным коэффициентом усиления, а его ЛАЧХ (прямая а-б-в) совпадает с горизонтальной осью.

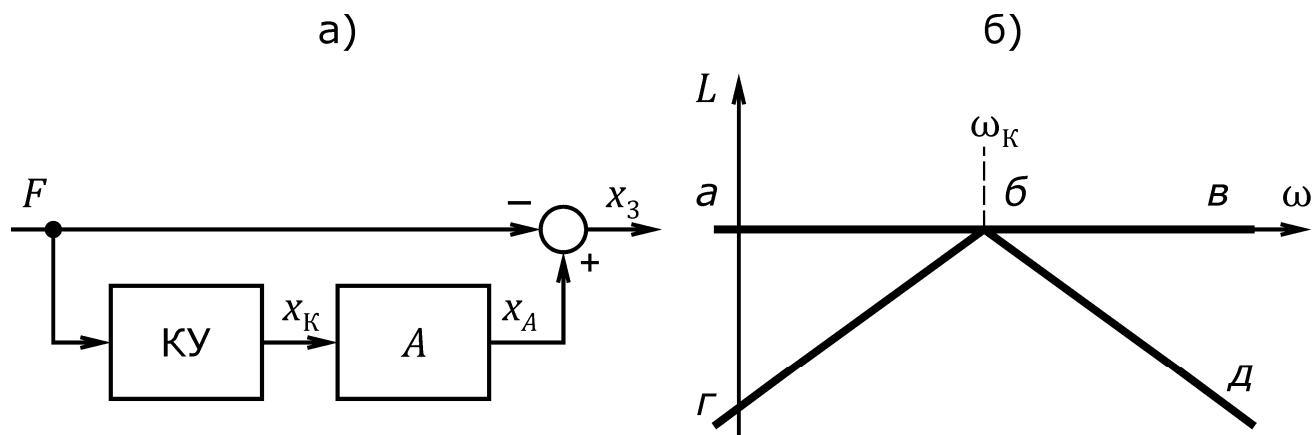


Рис. 11.2. Структурная схема (а) и ЛАЧХ (б) каналов передачи возмущения и компенсирующего сигнала

Передаточная функция компенсирующего канала

$$W_{\text{КУ}}W_A = \frac{1}{k_A} \cdot \frac{k_A}{(1 + T_A p)} = \frac{1}{1 + T_A p}.$$

ЛАЧХ этого канала описывается ломаной *а-б-д*. В диапазоне частот $0 \dots \omega_K = 1/T_A$ (назовем его диапазоном компенсируемых частот) ЛАЧХ каналов передачи возмущения и компенсирующего сигнала совпадают.

Совместное влияние на выходную переменную обоих каналов учитывается звеном с передаточной функцией

$$W = 1 - W_{\text{КУ}}W_A.$$

В этом звене оба канала включены согласно-параллельно, но складываются с противоположными знаками, образуя тем самым неминимально-фазовое соединение звеньев. Найдем точное аналитическое выражение для этого параллельного соединения:

$$W = 1 - W_{\text{КУ}}W_A = 1 - \frac{1}{1 + T_A p} = \frac{T_A p}{1 + T_A p}.$$

Полученное выражение соответствует минимально-фазовому звену. В соответствии с этим выражением построена ЛАЧХ *г-б-в*, которая показывает, как происходит подавление приложенного возмущения *F* на разных частотах. При $\omega > \omega_K = 1/T_A$ возмущение *F* компенсирующим каналом не ослабляется, а с прежним коэффициентом усиления (отрезок *б-в* ЛАЧХ каналов передачи возмущения и результирующего) воздействует на систему регулирования. Наоборот, при малых частотах $\omega < \omega_K$ (отрезок *г-б*) происходит ослабление приложенного возмущения. Другими словами, **действие компенсирующего канала эффективно лишь в полосе частот $0 \dots \omega_K$, где частотные ха-**

рактеристики каналов передачи возмущения и компенсирующего сигнала совпадают.

Сказанное позволяет идею улучшения динамических показателей системы с регулированием по возмущению сформулировать следующим образом: используя любые известные способы коррекции, необходимо стремиться максимально расширить диапазон частот, при которых ЛАЧХ каналов передачи возмущения и компенсирующего канала совпадают.

В тех случаях, когда возмущение F является выходной переменной другой системы C с передаточной функцией W_C (рис. 11.3), имеющей порядок дифференциального уравнения не ниже, чем в рассматриваемой системе, возможно выполнение условий абсолютной инвариантности выходной переменной от возмущения F .

Канал передачи компенсирующего сигнала может быть реализован в двух вариантах. В первом случае компенсацию реализуют в

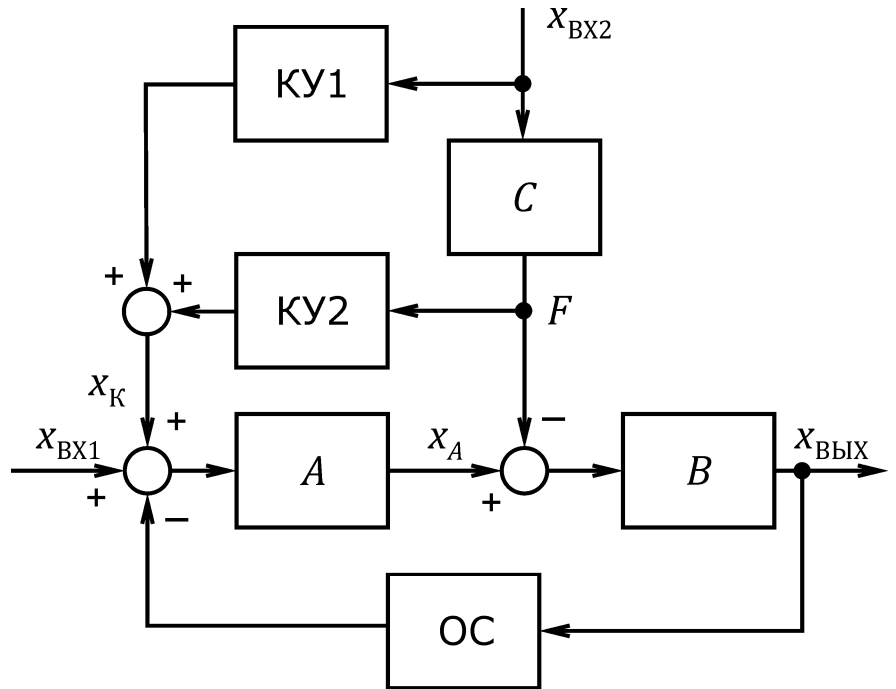


Рис. 11.3. Варианты реализации компенсирующих связей

функции входного сигнала x_{BX2} звена C . Условие абсолютной инвариантности запишется следующим образом:

$$W_C = W_{KU1} W_A,$$

и если порядок дифференциального уравнения звена C не ниже, чем звена A , то передаточная функция компенсирующей связи $KU1$ технически реализуема.

В ряде случаев для компенсации возмущения F вводят два канала: $KU1$ и $KU2$. Тогда канал $KU2$, с помощью которого непосредственно измеряется возмущение F , обеспечивает более точную компенсацию этого возмущения в установившихся режимах, а каналом $KU1$ достигается нужное опережение во времени компенсирующего сигнала x_K по сравнению с возмущением F .

Пример 11.1. Настройка узла динамической компенсации в электроприводе моталки [16].

На станах холодной прокатки поддержание заданного натяжения полосы между клетью и моталкой осуществляется косвенным способом – в функции тока якоря двигателя моталки изменением напряжения на якоре. Устранение ошибки в поддержании натяжения, вызванного изменением радиуса рулона вследствие намотки, осуществляется воздействием на магнитный поток двигателя другой системой регулирования, обеспечивающей $\Phi/R = \text{const}$, где Φ и R – относительные значения магнитного потока двигателя и радиуса рулона.

Структурная схема многодвигательного электропривода “клеть – моталка” с типовой косвенной системой регулирования натяжения представлена на рис. 11.4. Все регулируемые величины в схеме указаны в относительных единицах. За базовые значения угловой скорости двигателя n , потока Φ , ЭДС двигателя E_d и преобразователя E_{Π} приняты соответствующие номинальные значения регулируемых величин двигателя моталки. За базовую скорость выходящей из клетки полосы $V_{\text{кл}}$ (и соответственно скорости намотки $V_{\text{м}}$) принята максимальная скорость прокатки на стане. Базовые значения радиуса рулона R и натяжения полосы F определены из соотношений:

$$R_{\text{б}} = \frac{V_{\text{б}}}{n_{\text{б}}} \text{ и } F_{\text{б}} = \frac{M_{\text{б}}}{R_{\text{б}}}.$$

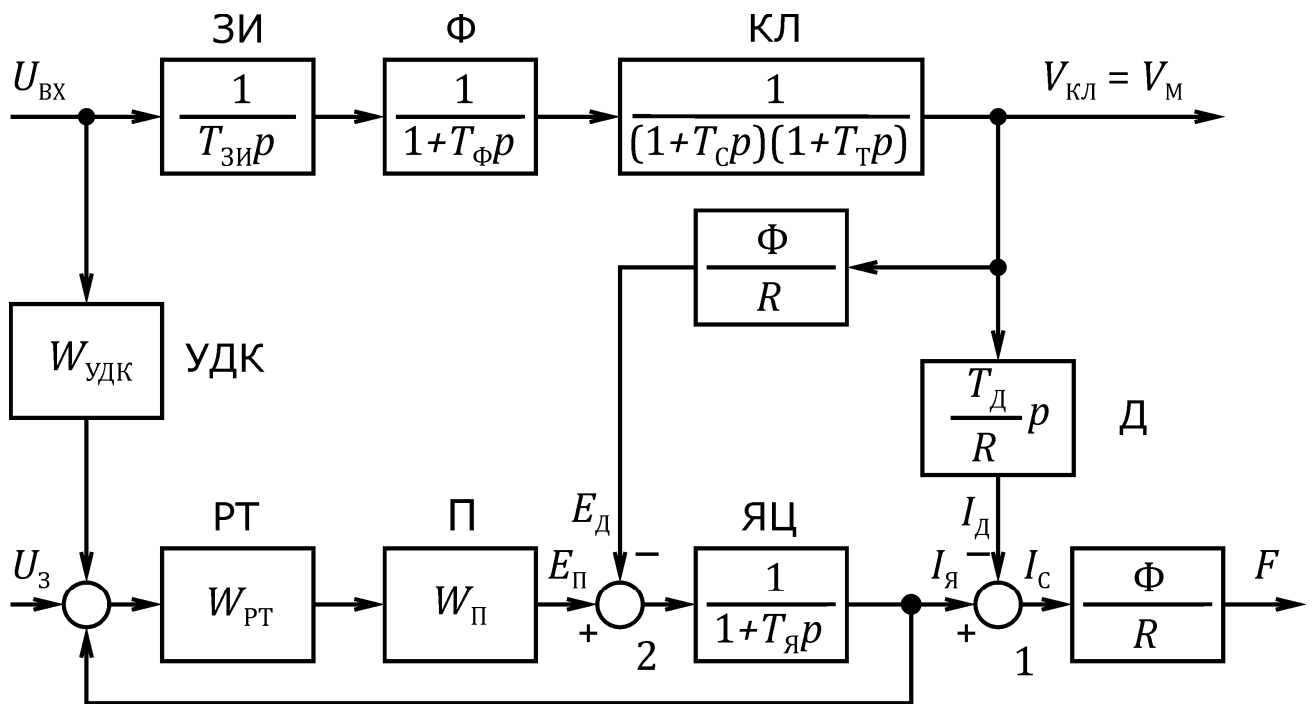


Рис. 11.4. Структурная схема электропривода “клеть – моталка”

Электропривод валков прокатной клетки представлен последовательным соединением звеньев:

ЗИ – задатчика интенсивности, который плавно изменяет величину сигнала, соответствующего требуемой скорости прокатываемой полосы $V_{\text{кл}}$ на выходе клетки. На этапах разгона и замедления стана ЗИ описывается передаточной функцией интегрирующего звена с постоянной времени $T_{\text{ЗИ}}$;

фильтра Φ – инерционного звена с постоянной времени T_{Φ} для сглаживания рывков полосы при трогании стана;

системы регулирования скорости электропривода клетки КЛ, которая выполнена по схеме подчиненного регулирования (см. п. 9.2) с внешним контуром регулирования скорости прокатного двигателя и внутренним контуром регулирования тока якоря. С целью устранения рывков полосы при трогании стана переходная функция электропривода клетки настраивается на монотонный характер. В этом случае динамические свойства электропривода клетки учтены двумя последовательно включенными инерционными звеньями с передаточной функцией

$$W_{\text{КЛ}} = \frac{1}{(1 + T_{\text{С}}p)(1 + T_{\text{Т}}p)},$$

в которой постоянные времени звеньев и частоты среза контуров регулирования связаны соотношениями: частота среза внешнего контура регулирования скорости $\omega_{\text{С}} = 1/T_{\text{С}}$, частота среза внутреннего контура регулирования тока якоря $\omega_{\text{Т}} = 1/T_{\text{Т}}$.

Электропривод моталки представлен контуром регулирования тока якоря КРТ. Структурная схема типового КРТ была рассмотрена ранее нами в примере 4.4. Звенья, включенные в прямой канал КРТ, имеют следующие передаточные функции:

ПИ-регулятор тока РТ –

$$W_{\text{РТ}} = \frac{1 + T_2p}{T_1p};$$

преобразователь П –

$$W_{\text{П}} = \frac{1}{1 + T_{\text{П}}p};$$

якорная цепь ЯЦ –

$$W_{\text{ЯЦ}} = \frac{k_{\text{Я}}}{1 + T_{\text{Я}}p}.$$

Натяжение F наматываемой полосы получено как результат деления момента, необходимого для создания натяжения, на радиус рулона R . В свою очередь, момент получен умножением статической составляющей тока якоря $I_{\text{С}}$ двигателя моталки на магнитный поток Φ . В результате между током $I_{\text{С}}$ и натяжением F появилось звено с коэффициентом усиления Φ/R .

Статическая составляющая тока $I_{\text{С}}$ получена вычитанием из тока якоря $I_{\text{Я}}$ его динамической составляющей $I_{\text{Д}}$:

$$I_{\text{С}} = I_{\text{Я}} - I_{\text{Д}}.$$

Динамическая составляющая $I_{\text{Д}}$ получена из уравнения механического движения электропривода моталки: сначала делением на радиус рулона R линейная скорость намотки $V_{\text{М}}$ переводится в угловую, затем дифференцирующим звеном с постоянной времени $T_{\text{Д}}$ преобразуется в $I_{\text{Д}}$. Передаточную функцию дифференцирующего звена D полезно сопоставить с передаточной функцией интегратора с постоянной времени $T_{\text{Д}}$ в примере 4.1.

Так как клеть и моталка связаны жестко через полосу, то скорость $V_{\text{КЛ}}$ выходящей из клетки полосы и окружная скорость намотки $V_{\text{М}}$ между собой равны:

$$V_{\text{КЛ}} = V_{\text{М}}.$$

Поэтому сигнал по ЭДС $E_{\text{Д}}$ двигателя моталки на структурной схеме получен следующим образом: сначала линейная скорость намотки $V_{\text{М}}$ делением на радиус R переводится в угловую скорость, а затем умножением на магнитный поток Φ – в ЭДС $E_{\text{Д}}$. В результате

$$E_{\text{Д}} = \frac{\Phi}{R} V_{\text{М}}.$$

Как следует из структурной схемы (см. рис. 11.4), изменение возмущения $V_{\text{КЛ}}$ воздействует на систему регулирования натяжения на моталке по двум каналам, вызывая две составляющие ΔI_1 и ΔI_2 ошибки по натяжению.

Первый канал возмущения, вызывающий составляющую ΔI_1 , воздействует через сумматор 1 и образован звеньями ЗИ, Ф, КЛ и Д. Наличие составляющей ΔI_1 обусловлено тем, что косвенная система регулирования натяжения полосы обеспечивает постоянство заданного значения полного тока якоря $I_{\text{Я}}$, но так как

$$I_{\text{Я}} = I_{\text{С}} + I_{\text{Д}},$$

то при изменении динамической составляющей тока $I_{\text{Д}}$ (например, при разгоне или замедлении стана) изменяется также статическая составляющая тока $I_{\text{С}}$ и соответствующее ей натяжение. При значениях $T_{\text{Д}}/R = 5 \dots 10$ с, $T_{\text{ЗИ}} = 10$ с, характерных для станов холодной прокатки, величина ΔI_1 на установившемся участке разгона находится в пределах $(0,5 \dots 1,0)I_{\text{Н}}$.

Второй канал возмущения $V_{\text{КЛ}}$, вызывающий составляющую ошибки ΔI_2 , воздействует через сумматор 2 и образован звеньями ЗИ, Ф, КЛ и звеном с коэффициентом передачи Φ/R , учитывающим связь между скоростью намотки $V_{\text{М}}$ и ЭДС $E_{\text{Д}}$ двигателя моталки. Наличие составляющей ΔI_2 обусловлено инерционностью контура регулирования тока моталки и вызвано отклонением тока якоря от заданного значения за счет влияния ЭДС $E_{\text{Д}}$ двигателя при изменении скорости прокатки. Установившееся значение погрешности $\Delta I_{2\text{у}}$ тем больше, чем жестче естественная характеристика электропривода моталки и чем ниже быстродействие её контура регулирования тока. На реальных станах $\Delta I_{2\text{у}} = (0,01 \dots 0,1)I_{\text{Н}}$.

Так как каналов передачи возмущения два, то узел динамической компенсации УДК также целесообразно выполнить двухканальным.

Желаемая передаточная функция первого канала УДК1 может быть найдена из уравнения:

$$W_{\text{ЗИ}} W_{\text{Ф}} W_{\text{КЛ}} W_{\text{Д}} = W_{\text{УДК1}} W_{\text{ТМ}};$$

откуда

$$W_{\text{УДК1}} = \frac{W_{\text{ЗИ}} W_{\text{Ф}} W_{\text{КЛ}} W_{\text{Д}}}{W_{\text{ТМ}}}$$

Передаточная функция замкнутого контура регулирования тока электропривода моталки аппроксимируется инерционным звеном первого порядка:

$$W_{TM} = \frac{1}{1 + T_{TM}p},$$

где $T_{TM} = 1/\omega_{TM}$ – эквивалентная постоянная времени этого контура; ω_{TM} – его частота среза.

Подставляя выражения для передаточных функций звеньев, получим:

$$W_{УДК1} = \frac{T_D(1 + T_{TM}p)}{RT_{ЗИ}(1 + T_{Ф}p)(1 + T_{С}p)(1 + T_{Т}p)}.$$

При настройке электроприводов стремятся, во-первых, быстродействие контуров тока в электроприводах клетки и моталки сделать равными, выбрав $T_{TM} = T_T$, а во-вторых, выполнить техническую реализацию УДК наиболее простой, ограничившись звеньями не выше первого или второго порядка.

С учетом сказанного желаемую передаточную функцию канала УДК1 можно рекомендовать в виде следующего выражения:

$$W_{УДК1} = \frac{T_D}{RT_{ЗИ}(1 + T_{Ф}p)(1 + T_{С}p)}.$$

Этому выражению соответствует последовательное соединение двух звеньев: безынерционного звена с коэффициентом усиления, зависящим от величины радиуса R :

$$k_1 = \frac{T_D}{RT_{ЗИ}},$$

и инерционного звена второго порядка с передаточной функцией

$$W = \frac{1}{(1 + T_{Ф}p)(1 + T_{С}p)}.$$

Желаемая передаточная функция второго канала УДК2 может быть найдена из уравнения:

$$W_{ЗИ}W_{Ф}W_{КЛ} \frac{\Phi}{R} = W_{УДК2}W_{РТ}W_{П},$$

откуда

$$W_{УДК2} = W_{ЗИ}W_{Ф}W_{КЛ} \frac{\Phi}{RW_{РТ}W_{П}}.$$

Здесь

$$W_{РТ} = \frac{1 + T_{РТ}p}{T_{РТ}p} \quad \text{и} \quad W_{П} = \frac{1}{1 + T_{П}p}$$

– передаточные функции регулятора тока РТ и преобразователя П.

Подставляя выражения для передаточных функций звеньев, принимая $T_{PT} = T_{TM} = 1/\omega_{TM}$ и, наконец, отбрасывая T_{II} ввиду ее относительной малости, получим:

$$W_{удк2} \approx \frac{\Phi T_{TM}}{RT_{3И}(1 + T_{\Phi}p)(1 + T_Cp)}$$

Здесь, как и в звене УДК1, передаточная функция УДК2 представлена последовательным соединением безынерционного звена и инерционного фильтра второго порядка. Так как магнитный поток в двигателе моталки регулируют, соблюдая условие $\Phi/R = \text{const}$, то коэффициент усиления

$$k_2 \approx \frac{\Phi T_{TM}}{RT_{3И}}$$

в звене УДК2 имеет постоянное значение.

С учетом работы обоих каналов желаемая передаточная функция УДК

$$W_{удк} = W_{удк1} + W_{удк2} = \frac{k_1 + k_2}{(1 + T_{\Phi}p)(1 + T_Cp)}$$

В заключение приблизительно оценим максимальную величину динамической ошибки ΔF_D в системе регулирования натяжения полосы с УДК. Так как в исходной схеме без УДК канал 1 передачи возмущения создает значительно большую погрешность в поддержании натяжения, чем канал 2, то приближенную оценку сделаем только для этого канала. На примере электропривода стана 1700 холодной прокатки, имеющего параметры настройки системы регулирования скорости валков клетки:

$\omega_{\Phi} = 1/T_{\Phi} = 4$ рад/с,
 $\omega_C = 1/T_C = 20$ рад/с,
 $\omega_T = 1/T_T = 40$ рад/с,
 $T_D = 10$ с, $T_{3И} = 10$ с,
 $R = 1$, - рассмотрим основные этапы получения этой оценки.

Сначала построим ЛАЧХ электропривода "клеть - моталка" по каналу "вход $U_{ВХ}$ - выход F " (кривая L на рис. 11.5). Наибольшее значение амплитуды на этой кривой соответствует низкочастотной области и равно

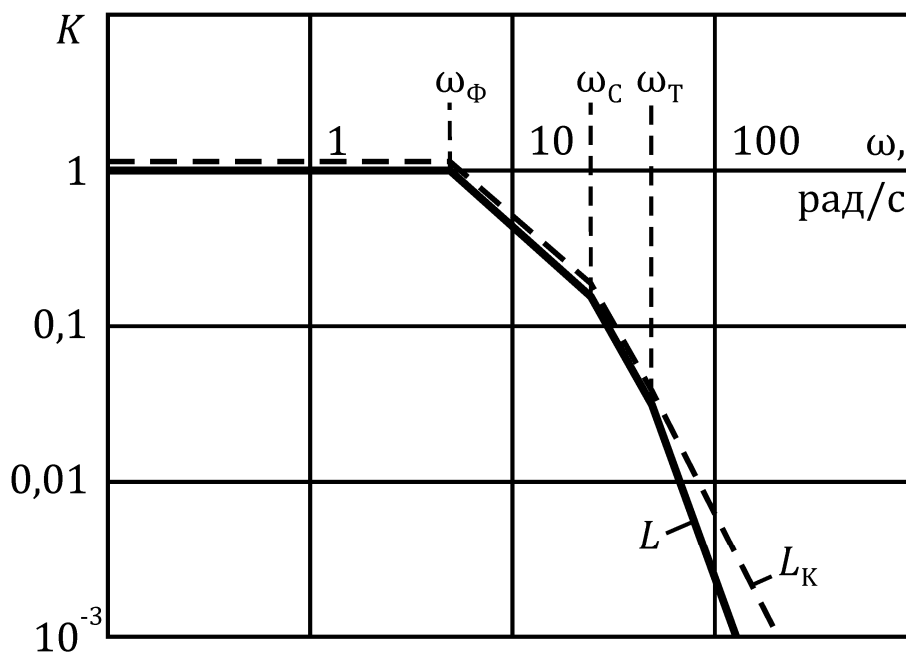


Рис. 11.5. ЛАЧХ электропривода "клеть - моталка" L и УДК L_K

рис. 11.5). Наибольшее значение амплитуды на этой кривой соответствует низкочастотной области и равно

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{F(p)}{U_{ВХ}(p)} = \frac{T_D \Phi}{T_{3И} R^2} = 1.$$

Это значит, что наибольшая величина ошибки в поддержании натяжения наблюдается на установившемся участке разгона стана, а по величине эта ошибка соответствует номинальному (единичному в относительных величинах) току электропривода моталки. Справа полоса равномерного пропускания частот ограничена значениями ω_ϕ, ω_c и ω_T , что обусловлено наличием инерционностей в электроприводе клетки, из-за чего ошибка в поддержании натяжения в схеме без УДК нарастает не мгновенно, а с некоторым ограничением темпа.

Действие компенсирующей связи эффективно лишь при $\omega < \omega_K$. Поэтому целесообразно иметь величину ω_K максимально высокой. Однако, приходится учитывать, что при частотах выше частот среза контуров регулирования нельзя гарантировать стабильность характеристик звеньев электропривода, а влияние возмущений не ослабляется обратными связями. По этой причине выберем $\omega_K \approx \omega_T$. ЛАЧХ L_K канала компенсирующей связи УДК построена в соответствии с выражением

$$W_{\text{УДК}} \approx W_{\text{УДК1}} = \frac{k_1}{(1 + T_\phi p)(1 + T_c p)}$$

Максимум неустранимой динамической ошибки в системе регулирования натяжения на моталке при введенном УДК можно оценить значением ЛАЧХ L при $\omega \approx \omega_K = \omega_T$. Тогда в соответствии с этой кривой на рис. 11.5 величина ошибки

$$\Delta F_d \approx L(\omega_K) U_{\text{ВХ}} \approx (0,02 \dots 0,03) I_H.$$

Как следует из той же кривой L , величину ΔF_d можно также уменьшить, понижая ЛАЧХ электропривода в районе частоты $\omega \approx \omega_K$ увеличением постоянной времени T_ϕ . Этим достигается более плавное трогание электропривода и за счет этого – снижение динамической ошибки.

11.2. Выводы

Системы с регулированием по возмущению имеют, как правило, динамические показатели более высокие, чем с регулированием по отклонению. Кроме того, они не нарушают условий устойчивости основной замкнутой системы регулирования. Правда, рекомендовать их можно лишь в тех случаях, когда измерение возмущения можно осуществить стандартными датчиками. Пример даже такой сложной системы регулирования, какой является электропривод моталки стана холодной прокатки, подтверждает этот тезис.

11.3. Контрольные вопросы

1. Почему введение компенсирующих связей не нарушает условий устойчивости замкнутой системы регулирования?
2. Почему схемы с компенсацией момента статической нагрузки редко встречаются в системах регулирования скорости электропривода?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В основе изучения теории автоматического управления лежит глубокое знание математики, в первую очередь, дифференциальных уравнений. Однако, в инженерных приложениях наблюдается (и это вполне оправдано) серьезный сдвиг в сторону большей наглядности, поиска большего числа аналогий, стремления максимально прояснить физику изучаемых явлений. Это проявляется, прежде всего, в особенностях математического аппарата, применяемого при изучении систем автоматического управления: структурных схем, типовых динамических звеньев, фундаментальной роли обратных связей, введении понятий типовых воздействий. Очень полезным оказался переход к относительным единицам при описании систем регулирования. Весьма важна здесь роль обобщенных параметров замкнутых систем, в первую очередь, контурных коэффициентов усиления и постоянных времени. Сопоставление величин частот среза локальных контуров регулирования позволяет обоснованно упростить исходную порой очень громоздкую структуру регулируемой системы и выделить главные действующие в ней факторы.

Несомненно, уровень профессиональной квалификации инженера заключается в лучшем понимании поведения систем. Аппроксимированные подходы в сочетании с логарифмическими частотными характеристиками, применяемые при коррекции замкнутых систем управления с помощью последовательных, согласно- и (или) встречно-параллельных связей, характеризуются большой прозрачностью, наглядностью и позволяют сравнительно просто оценить полученные результаты.

Современные возможности компьютерной техники сняли вычислительные трудности при исследовании систем управления практически любой степени сложности. Однако, как в свое время заметил еще Г. Честнат, “решения, получаемые этими средствами, не могут быть лучше предположений, принятых в формулировании задачи. Как правило, требуется применение других аналитических средств, например, частотный анализ, чтобы установить соответствующие значения параметров и надлежащие конфигурации системы” [18. Часть 2, – с. 390].

Автор надеется, что теория линейных систем автоматического управления, являясь начальным этапом изучения любой общей теории управления, должна явиться стимулом к освоению её последующих разделов (например, цифровых, адаптивных, нелинейных и др.), необходимых при описании процессов в современных порой весьма сложных системах электропривода.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматизация производства и промышленная электроника: в 4 т. / гл. ред. А.И. Берг и В.А. Трапезников. – М.: Советская энциклопедия, 1965. – Т. 4. – 544 с.
2. Борцов, Ю.А. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением / Ю.А. Борцов, Н.Д. Поляхов, В.В. Путов. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 216 с.
3. Борцов, Ю.А. Методы исследования динамики сложных систем электропривода / Ю.А. Борцов, Г.В. Суворов. – М.–Л.: Энергия, 1966. – 166 с.
4. Бесекерский, В.А. Динамический синтез систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский. – М.: Наука, 1970. – 576 с.
5. Ильинский, Н.Ф. Основы электропривода: учеб. пособие для вузов / Н.Ф. Ильинский.– 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 224 с.
6. Красовский, А.А. Основы автоматики и технической кибернетики / А.А. Красовский, Г.С. Поспелов. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 600 с.
7. Кузовков, Н.Г. Модальное управление и наблюдающие устройства / Н.Г. Кузовков. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
8. Никольский, А.А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами / А.А. Никольский. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 160 с.
9. Суворов, Г.В. Частотный анализ замкнутых систем электропривода с применением ЭВМ: учебное пособие / Г.В. Суворов, А.Н. Серебряков, В.Г. Маурер; под ред. А.Н. Серебрякова. – Челябинск: ЧПИ, 1981. – 96 с.
10. Тарарыкин, С.В. Системное проектирование линейных регуляторов состояния: учебное пособие / С.В. Тарарыкин, В.В. Тютиков. – Иваново: Иван. гос. энерг. ун-т, 1997. – 92 с.
11. Теория автоматического управления. Теория линейных систем автоматического управления: учебное пособие для вузов / под ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. школа, 1977. – Ч. I.– 303 с.
12. Теория автоматического управления: учебник / под ред. А.В. Нетушила. – М.: Высшая школа, 1967. –Ч.I.– 424 с.
13. Терехов, В.М. Системы управления электроприводов: учебник для вузов / В.М. Терехов, О.И. Осипов; под ред. В.М. Терехова. – М.: Изд. центр “Академия”, 2005. – 304 с.
14. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Книга 1. Математическое описание, анализ устойчи-

востии и качества систем автоматического регулирования; под ред. В.В. Солодовникова. – М.: Машиностроение, 1967. – 770 с. Книга 2. Анализ и синтез линейных непрерывных и дискретных систем автоматического регулирования. Колл. авторов; под ред. В.В. Солодовникова.– М.: Машиностроение, 1967. – 682 с.

15. Усынин, Ю.С. Системы управления электроприводов: учебное пособие для вузов / Ю.С. Усынин . – 2-е изд., испр. и доп. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 328 с.

16. Усынин, Ю.С. Выбор структуры и параметров узла динамической компенсации в системах регулирования натяжения моталок / Ю.С. Усынин, В.В. Белошабский // Электротехника. – 1976. – № 8. – С. 21–24.

17. Цыпкин, Я.З. Основы теории автоматических систем / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1977. – 560 с.

18. Честнат, Г. Проектирование и расчет следящих систем и систем регулирования: в 2 ч. / Г. Честнат, Р.В. Майер; пер. с англ. – М.–Л.: ГЭИ, 1959. – Ч.І. – 488 с.

19. Шаталов, А.С. Преобразования сигналов автоматического управления / А.С. Шаталов. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 344 с.

20. Шатихин, Л.Г. Структурные матрицы и их применение для исследования систем / Л.Г. Шатихин. – М.: Машиностроение, 1974. – 248 с.

21. Электротехника: учебное пособие в 3 кн. / под ред. П.А. Бутырина, Р.Х. Гафиятуллина, А.Л. Шестакова. – Челябинск – М.: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – Кн. 2. Электрические машины. Промышленная электроника. Теория автоматического управления. – 712 с.

22. Юревич, Е.И. Теория автоматического управления / Е.И. Юревич. – 3-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 560 с.

ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

АФЧХ – амплитудно-фазовая частотная характеристика

АЧХ – амплитудная частотная характеристика

ЛАЧХ – логарифмическая амплитудная частотная характеристика

ЛФЧХ – логарифмическая фазовая частотная характеристика

ЛЧХ – логарифмическая частотная характеристика

ОР – объект регулирования

ОС – обратная связь

Р – регулятор

ФЧХ – фазовая частотная характеристика

ЭДС – электродвижущая сила

ЭМС – электромеханическая система

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 3 |
| ВВЕДЕНИЕ | 5 |
| 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ | |
| 1.1. Управление и регулирование | 7 |
| 1.2. Объект регулирования | 8 |
| 1.3. Основные принципы регулирования | 10 |
| 1.4. Преимущества замкнутой системы..... | 13 |
| 1.5. Выводы..... | 20 |
| 1.6. Контрольные вопросы | 21 |
| 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ | |
| 2.1. Уравнения звеньев. Линеаризация | 22 |
| 2.2. Стандартная форма записи дифференциальных уравнений. Передаточные функции систем регулирования | 24 |
| 2.3. Типовые входные сигналы и выходные характеристики системы регулирования | 27 |
| 2.4. Частотные характеристики звеньев и систем регулирования | 30 |
| 2.5. Выводы..... | 33 |
| 2.6. Контрольные вопросы | 34 |
| 3. ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ | |
| 3.1. Элементарные звенья | 35 |
| 3.2. Звенья не выше первого порядка..... | 39 |
| 3.3. Колебательное звено | 53 |
| 3.4. Выводы..... | 54 |
| 3.5. Контрольные вопросы | 55 |
| 4. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ | |
| 4.1. Основные элементы структурных схем | 56 |
| 4.2. Правила преобразования структурных схем..... | 57 |
| 4.3. Структурные схемы и передаточные функции многозвенных систем регулирования | 60 |
| 4.4. Относительные единицы | 65 |
| 4.5. Выводы..... | 79 |
| 4.6. Контрольные вопросы | 79 |
| 5. АППРОКСИМИРОВАННЫЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЕДИНЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ | |
| 5.1. Идея аппроксимации..... | 80 |
| 5.2. Аппроксимированные ЛАЧХ последовательно соединенных звеньев | 80 |

| | |
|---|-----|
| 5.3. Аппроксимированные ЛАЧХ согласно-параллельного соединения звеньев | 82 |
| 5.4. Аппроксимированные ЛАЧХ замкнутой системы (встречно-параллельного соединения звеньев) | 85 |
| 5.5. Точные ЛЧХ при согласно- и встречно-параллельном соединении звеньев. Вычисление поправок | 89 |
| 5.6. Выводы..... | 91 |
| 5.7. Контрольные вопросы | 91 |
| 6. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ | |
| 6.1. Понятие устойчивости | 93 |
| 6.2. Алгебраический критерий Гурвица | 95 |
| 6.3. Оценка устойчивости по ЛЧХ | 97 |
| 6.4. Приближенное определение ЛФЧХ по аппроксимированной ЛАЧХ | 100 |
| 6.5. Выводы..... | 103 |
| 6.6. Контрольные вопросы | 104 |
| 7. ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ | |
| 7.1. Понятие показателей качества процессов регулирования | 105 |
| 7.2. Прямые оценки качества. Переходная функция | 105 |
| 7.3. Частотные оценки качества процесса регулирования | 107 |
| 7.4. Связь между прямыми и частотными оценками качества | 108 |
| 7.5. Желаемые ЛАЧХ системы автоматического управления..... | 111 |
| 7.6. Выводы..... | 115 |
| 7.7. Контрольные вопросы | 116 |
| 8. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ КОРРЕКЦИЯ | |
| 8.1. Выбор структуры и параметров последовательных корректирующих звеньев..... | 117 |
| 8.2. Коррекция звеном с отставанием по фазе | 117 |
| 8.3. Коррекция звеном с опережением по фазе | 123 |
| 8.4. Коррекция интегро-дифференцирующим звеном (с отставанием и опережением по фазе) | 126 |
| 8.5. Типовые регуляторы | 129 |
| 8.6. Стандартные настройки..... | 131 |
| 8.7. Выводы..... | 134 |
| 8.8. Контрольные вопросы | 135 |

9. КОРРЕКЦИЯ ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ (ВСТРЕЧНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ЗВЕНЬЯМИ)

| | |
|---|-----|
| 9.1. Местные обратные связи | 136 |
| 9.2. Схемы с последовательным включением регуляторов в прямом канале (подчиненное регулирование)..... | 138 |
| 9.3. Схемы с параллельным включением обратных связей (модальное регулирование) | 142 |
| 9.4. Наблюдающие устройства | 147 |
| 9.5. Выводы..... | 149 |
| 9.6. Контрольные вопросы | 150 |

10. КОРРЕКЦИЯ СОГЛАСНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СВЯЗЯМИ

| | |
|---|-----|
| 10.1. Выбор параметров звеньев, включенных согласно-параллельно | 152 |
| 10.2. Выводы | 158 |
| 10.3. Контрольные вопросы | 158 |

11. РЕГУЛИРОВАНИЕ ПО ВОЗМУЩЕНИЮ (КОМПЕНСАЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ)

| | |
|---|-----|
| 11.1. Синтез компенсирующих связей..... | 159 |
| 11.2. Выводы | 168 |
| 11.3. Контрольные вопросы | 168 |

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....169

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК170

ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ172

Учебное издание

Усынин Юрий Семёнович

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Гриф учебного пособия для вузов
присвоен решением Президиума Совета УМО
по образованию в области энергетики и электротехники
№ 2348/09-г 28 сентября 2009 г.

Техн. редактор А.В. Миних

Издательский центр
Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 26.11.2009. Формат 60×90 1/16. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 10,23. Уч-изд. л. 11,14 Тираж 500 экз. Заказ 493. Цена С.
