

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное агентство по образованию

Санкт-Петербургский государственный университет  
информационных технологий, механики и оптики

А.А. УСОЛЬЦЕВ

## **ЧАСТОТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ**

**Учебное пособие  
по дисциплинам электромеханического цикла**



Санкт-Петербург  
2006

Усольцев А.А. Частотное управление асинхронными двигателями/Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2006, – 94 с.

Пособие содержит основные положения теории частотного управления асинхронными двигателями и математические модели асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в векторном представлении, а также принципы построения современных систем модульного и векторного управления асинхронным электроприводом, основанные на этих моделях.

Пособие предназначено для студентов электромеханических специальностей ВУЗОВ.

Рецензенты:

кафедра управляющих и вычислительных систем Вологодского Государственного технического университета;

профессор кафедры электротехники и электрооборудования судов Санкт-Петербургского Морского технического университета Дмитриев Б.Ф.

Рекомендовано кафедрой электротехники и прецизионных электромеханических систем СПбГУИТМО, протокол №9 от 12 мая 2006 г.

© Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2006

© А.А. Усольцев, 2006

## Введение

В последние два десятилетия регулируемый асинхронный электропривод претерпел столь существенные изменения в своем развитии, что полностью вытеснил из многих областей синхронный привод и привод постоянного тока. Это связано прежде всего с достижениями в области силовой электроники и микропроцессорной техники, на основе которых были разработаны преобразователи частоты, обеспечивающие управление асинхронными короткозамкнутыми двигателями с энергетическими и динамическими показателями, соизмеримыми или превосходящими показатели других приводов.

Высокая скорость обработки информации современными процессорами дала толчок развитию старых и разработке новых алгоритмов управления системой «преобразователь-двигатель».

Сегодня частотное управление является для асинхронного привода своего рода техническим стандартом. В то же время практически вышли из употребления и не используются в современных разработках такие способы управления и устройства как симметричное и несимметричное управление напряжением, управление введением добавочных сопротивлений в цепи статора и ротора, управление изменением числа пар полюсов и др.

Целью настоящего пособия является ознакомление студентов с современными системами управления асинхронными двигателями с короткозамкнутым ротором; физическими процессами, сопровождающими работу этих систем; принципами их построения, основными характеристиками и типовыми функциями.

Практически во всех современных системах управления информация об электромагнитных процессах в двигателе представлена в векторной форме. Поэтому исходной точкой для большинства вопросов рассматриваемых в пособии являются векторные уравнения обобщенной электрической машины. Это помогает создать правильное внутреннее восприятие сложных физических явлений в форме необходимой для понимания работы системы управления в целом. Кроме того, это иллюстрирует возможность эффективного применения единого метода для анализа различных процессов и свойств систем управления, а также для синтеза этих систем и их элементов.

Однако для понимания вопросов, связанных с управлением асинхронным короткозамкнутым двигателем, и, прежде всего, ограничений, присущих способам и устройствам управления, помимо абстрактных представлений о пространственных векторах и системах координат необходимо глубокое понимание физических явлений в двигателе, связанных с воздействием на него со стороны источника питания. Поэтому первая часть пособия посвящена анализу физических явлений, а также статических и динамических характеристик асинхронного двигателя при работе его в условиях изменяющегося напряжения, тока и/или частоты питания.

Рассматриваемые в пособии системы и элементы систем управления приведены к форме, позволяющей легко реализовать их в среде *Matlab/Simulink* и исследовать свойства в процессе имитационного моделирования.

# 1. Асинхронный двигатель как объект управления

## 1.1. Математическое описание процессов преобразования энергии в электрической машине

### 1.1.1. Понятие обобщённого пространственного вектора

Современная теория электрических машин и электропривода строится на основе представления электромагнитных величин векторами. Это позволяет не только получить компактную запись уравнений, но также построить высокоэффективные системы управления, базирующиеся на векторных понятиях.

Большинство электрических машин переменного тока предназначено для работы в трехфазных сетях, поэтому они изготавливаются с симметричными трехфазными обмотками на статоре, причем МДС этих обмоток распределены в пространстве по закону близкому к синусоидальному, т.е. МДС, создаваемая  $k$ -й обмоткой в точке, отстоящей от оси этой обмотки на угол  $\alpha_k$  равна –  $F_k(\alpha) = F_{k0} \cos \alpha_k$ , где  $F_{k0}$  – МДС, соответствующая оси  $k$ -й обмотки.

Синусоидальность распределения позволяет представить МДС или пропорциональные им токи обобщённым пространственным вектором на плоскости, перпендикулярной оси ротора машины. В дальнейшем под обобщённым вектором мы будем понимать вектор, проекции которого на оси фазных обмоток в любой момент времени равны мгновенным значениям фазных величин, представляемых этим вектором.

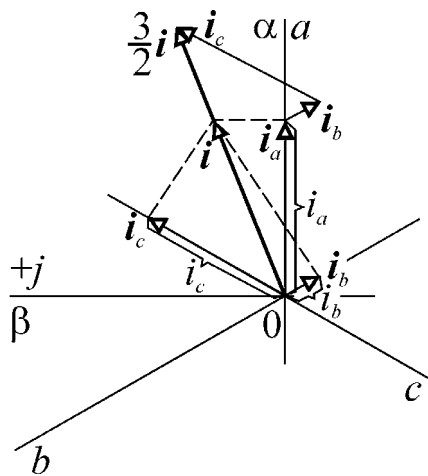


Рис. 1.1. Синтез обобщенного вектора тока  $\vec{i}$  и разложение его на фазные токи

Если ток в каждой обмотке представить вектором ( $i_a, i_b, i_c$  рис. 1.1), модуль которого равен мгновенному значению тока ( $i_a, i_b, i_c$ ), а направление совпадает с осью обмотки, и сложить эти векторы, то мы получим пространственный вектор тока  $\frac{3}{2}\vec{i}$ . Модуль этого вектора будет в полтора раза больше модуля вектора  $\vec{i}$ , проекции которого на оси фазных обмоток равны мгновенным значениям фазных токов  $i_a, i_b, i_c$ . Следовательно, для того, чтобы вектор, полученный сложением фазных векторов, соответствовал данному выше определению, его нужно уменьшить в полтора раза, умножив на коэффициент  $2/3$ . В общем случае  $m$ -фазной системы обмоток модуль суммарного вектора в  $m/2$ -раз больше модуля обобщённого вектора  $\vec{i}$ , соответственно, коэффициент, на который нужно умножать результат суммирования равен  $2/m$ .\*

Для упрощения математических операций координаты точек на любой плоскости можно объединить в комплексные числа. Тогда, совместив вещественную ось плоскости обобщённых векторов с осью обмотки фазы  $a$ , можно записать описанные выше операции построения обобщённого вектора тока в виде

Для упрощения математических операций координаты точек на любой плоскости можно объединить в комплексные числа. Тогда, совместив вещественную ось плоскости обобщённых векторов с осью обмотки фазы  $a$ , можно записать описанные выше операции построения обобщённого вектора тока в виде

\* Доказательство см. в приложении 2

$$\mathbf{i} = \frac{2}{3}(\mathbf{i}_a + \mathbf{i}_b + \mathbf{i}_c) = \frac{2}{3}(\mathbf{i}_a + \mathbf{i}_b \mathbf{a} + \mathbf{i}_c \mathbf{a}^2)^* \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{a} = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$  – оператор трехфазной системы,  $\mathbf{i}_a = i_a$ ;  $\mathbf{i}_b = i_b \mathbf{a}$ ;  $\mathbf{i}_c = i_c \mathbf{a}^2$  – векторы фазных токов, а  $i_a, i_b, i_c$  – их мгновенные значения.\*\*

Основное свойство симметрии фазных величин\*\*\* заключается в равенстве нулю суммы фазных операторов. Для трехфазной системы это очевидно из равенства  $-\mathbf{a}^0 + \mathbf{a}^1 + \mathbf{a}^2 = 1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2 = 1 - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ .

При симметричном питании и прямом порядке следования фаз токи равны  $i_{va} = I_{vm} \sin(\omega t + \delta_1)$ ;  $i_{vb} = I_{vm} \sin(\omega t + \delta_1 + 2\pi/3)$ ;  $i_{vc} = I_{vm} \sin(\omega t + \delta_1 - 2\pi/3)$ .

Подставляя эти значения в (1.1), мы получим годограф вектора тока

$$\mathbf{i}_v = \frac{2I_{vm}}{3} \left[ \begin{aligned} &\sin(\omega t + \delta_v) + \sin(\omega t + \delta_v + 2\pi/3) \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \\ &+ \sin(\omega t + \delta_v - 2\pi/3) \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned} \right] = \quad (1.2)$$

$$= \frac{2I_{vm}}{3} \left( \frac{3}{2} \cos(\omega t + \delta_v) + j\frac{3}{2} \sin(\omega t + \delta_v) \right) = I_{vm} e^{j(\omega t + \delta_v)} = I_{vm} e^{j\delta_v} e^{j\omega t} = \underline{I}_v e^{j\omega t}$$

где  $\underline{I}_v = I_{vm} e^{j\delta_v}$  – временной вектор. Следовательно, в этом случае конец вектора тока перемещается в пространстве по окружности с радиусом равным амплитуде фазного тока  $I_{vm}$  с угловой частотой  $\omega$ . При этом в начальный момент времени ( $t = 0$ ) его угол с осью обмотки фазы  $a$  составляет  $\delta_v$ .

При обратном порядке следования фаз мгновенные значения токов будут определяться функциями

$$i_{za} = I_{zm} \sin(\omega t + \delta_z); \quad i_{zb} = I_{zm} \sin(\omega t + \delta_z - 2\pi/3); \quad i_{zc} = I_{zm} \sin(\omega t + \delta_z + 2\pi/3)$$

и обобщённый вектор тока будет равен

$$\mathbf{i}_z = \frac{2I_{zm}}{3} \left( \frac{3}{2} \cos(\omega t + \delta_z) - j\frac{3}{2} \sin(\omega t + \delta_z) \right) = \quad (1.3)$$

$$= I_{zm} e^{j(-\omega t + \delta_z)} = I_{zm} e^{j\delta_z} e^{-j\omega t} = \underline{I}_v e^{-j\omega t}$$

т.е. он будет описывать на плоскости окружность радиусом  $I_{zm}$ , вращаясь при этом в отрицательном направлении.

\* Совмещение системы координат с осью одной из фазных обмоток выражается нулевой степенью соответствующего фазного оператора. Если, например, систему координат нужно совместить с осью фазы  $b$ , то обобщённый вектор будет определяться выражением  $\mathbf{i} = 2(i_a \mathbf{a}^2 + i_b \mathbf{a}^0 + i_c \mathbf{a}^1)/3$

\*\* Обозначение вектора строчным символом принято для указания на то, что его координаты являются функциями времени аналогично тому, как строчные символы при обозначении скалярных величин указывают на мгновенное значение.

\*\*\* Доказательство см. в приложении 1

Из курса электротехники известно, что любую несимметричную трехфазную систему питания можно представить суммой трех симметричных составляющих: прямой, обратной и нулевой последовательности

$$\underline{i}_a = i_{va} + i_{za} + i_0; \quad \underline{i}_b = i_{vb} + i_{zb} + i_0; \quad \underline{i}_c = i_{vc} + i_{zc} + i_0$$

с

(1.4)

$$\underline{I}_a = \underline{I}_v + \underline{I}_z + \underline{I}_0; \quad \underline{I}_b = a^2 \underline{I}_v + a \underline{I}_z + \underline{I}_0; \quad \underline{I}_c = a \underline{I}_v + a^2 \underline{I}_z + \underline{I}_0$$

значения которых определяются через временные векторы или комплексные амплитуды фазных токов как

$$\underline{I}_v = (\underline{I}_a + a \underline{I}_b + a^2 \underline{I}_c) / 3; \quad \underline{I}_z = (\underline{I}_a + a^2 \underline{I}_b + a \underline{I}_c) / 3; \quad \underline{I}_0 = (\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c) / 3. \quad (1.5)$$

Подставляя фазные токи (1.4) в (1.1), мы получим с учетом (1.2) и (1.3) пространственный вектор тока

$$\begin{aligned} \underline{i} &= \frac{2}{3} \left[ (i_{va} + i_{za} + i_0) + (i_{vb} + i_{zb} + i_0) a + (i_{vc} + i_{zc} + i_0) a^2 \right] = \\ &= \frac{2}{3} \left[ (i_{va} + i_{za}) + (i_{vb} + i_{zb}) a + (i_{vc} + i_{zc}) a^2 + i_0 (1 + a + a^2) \right] = \underline{i}_v + \underline{i}_z \end{aligned}$$

Это означает, что обобщённый вектор тока не содержит нулевой составляющей и ее при анализе нужно учитывать особо. Иными словами, при любом виде асимметрии обобщённый вектор будет содержать только симметричные составляющие прямой и обратной последовательности.

Пусть начальные фазы обеих составляющих равны нулю ( $\delta_v = \delta_z = 0$ ), тогда

$$\underline{i} = \underline{i}_v + \underline{i}_z = I_{vm} e^{j\omega t} + I_{zm} e^{-j\omega t} = (I_{vm} + I_{zm}) \cos \omega t + j(I_{vm} - I_{zm}) \sin \omega t.$$

Это выражение представляет собой параметрическое уравнение эллипса с полуосями, равными сумме и разности модулей составляющих прямой и обратной последовательности. При ненулевых начальных фазах в некоторый момент времени вектор тока займет положение, соответствующее большой оси эллипса. При этом должно выполняться условие  $\underline{i} = \underline{i}_v + \underline{i}_z = I_{vm} e^{j(\omega t + \delta_v)} + I_{zm} e^{j(-\omega t + \delta_z)} = I_{vm} + I_{zm}$  или  $\omega t + \delta_v = -\omega t + \delta_z = 0 \Rightarrow \omega t = (\delta_z - \delta_v) / 2$ . Значит, большая ось эллипса годографа вектора тока будет располагаться на биссектрисе угла между начальными фазами, т.е. под углом  $\gamma = (\delta_z - \delta_v) / 2$  к оси обмотки фазы  $a$ .

Таким образом, при несимметричных фазных токах годографом пространственного вектора является эллипс, соотношение осей которого определяется степенью асимметрии. Предельным состоянием этого годографа при отсутствии асимметрии будет окружность, а при равенстве составляющих прямой и обратной последовательности – отрезок прямой с длиной равной двойному значению их модуля.

Рассмотрим в качестве примера некоторую произвольную систему фазных токов (рис. 1.2 а)

$$i_a = 1 \sin(\omega t + \pi/6); \quad i_b = 0,8 \sin(\omega t + 3\pi/4); \quad i_c = 1,5 \sin(\omega t - 5\pi/3).$$

В соответствии с (1.5) симметричные составляющие этой системы равны

$$\underline{I}_v = 0,704 e^{-j0,84}; \quad \underline{I}_z = 0,24 e^{j1,38}; \quad \underline{I}_0 = 0,651 e^{j0,93}.$$

Годографом вектора тока будет эллипс с большой и малой полуосями  $A = 0,704 + 0,24 = 0,944$ ;  $B = 0,7040,24 = 0,463$  и наклоном большой оси  $(1,38 + 0,84)/2 = 1,11$  ( $63,5^\circ$ ). Он показан на рис. 1.2 г) вместе с годографами симметричных составляющих (штриховые линии).

Если теперь выполнить суммирование  $\mathbf{i} = \mathbf{i}_v + \mathbf{i}_z$ , а затем определить проекции вектора  $\mathbf{i}$  на фазные оси (см. ниже), то мы получим фазные токи

$$i'_a = 0,591 \sin(\omega t - 0,51); i'_b = 0,942 \sin(\omega t - 2,9); i'_c = 0,649 \sin(\omega t + 0,91),$$

существенно отличающиеся от исходных, т.к. они не содержат нулевой составляющей (рис. 1.2 б).

Для несинусоидальных величин также можно построить годограф обобщённого вектора. Пусть, например, рассмотренные выше несимметричные токи содержат еще и третью гармонику

$$i_a = 1 \sin(\omega t + \pi/6) + 0,15 \sin(3\omega t + \pi/6);$$

$$i_b = 0,8 \sin(\omega t + 3\pi/4) + 0,2 \sin(3\omega t - \pi/8);$$

$$i_c = 1,5 \sin(\omega t - 5\pi/3) + 0,25 \sin(3\omega t - \pi/6)$$

(рис. 1.2. в). Подставляя эти значения в (1.1), мы получим координаты вектора  $\mathbf{i}$  и можем построить его годограф (штрихпунктирная линия на рис. 1.2 г). Этот годограф сводится к сумме кривых второго порядка (эллипсов), соответствующих каждой гармонической составляющей фазных токов.

Обобщённый вектор, как и любой вектор на плоскости, можно представить через координаты точки его конца или, что то же самое, через его проекции на оси координат, объединённые алгебраической формой записи комплексного числа. Если оси вещественной и мнимой составляющих обозначить, как  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 1.1), то обобщённый вектор тока будет равен

$$\mathbf{i} = i_\alpha + j i_\beta.$$

Подставляя в выражение (1.1) значения оператора системы, записанные в алгебраической форме, и разделяя вещественную и мнимую части, получим

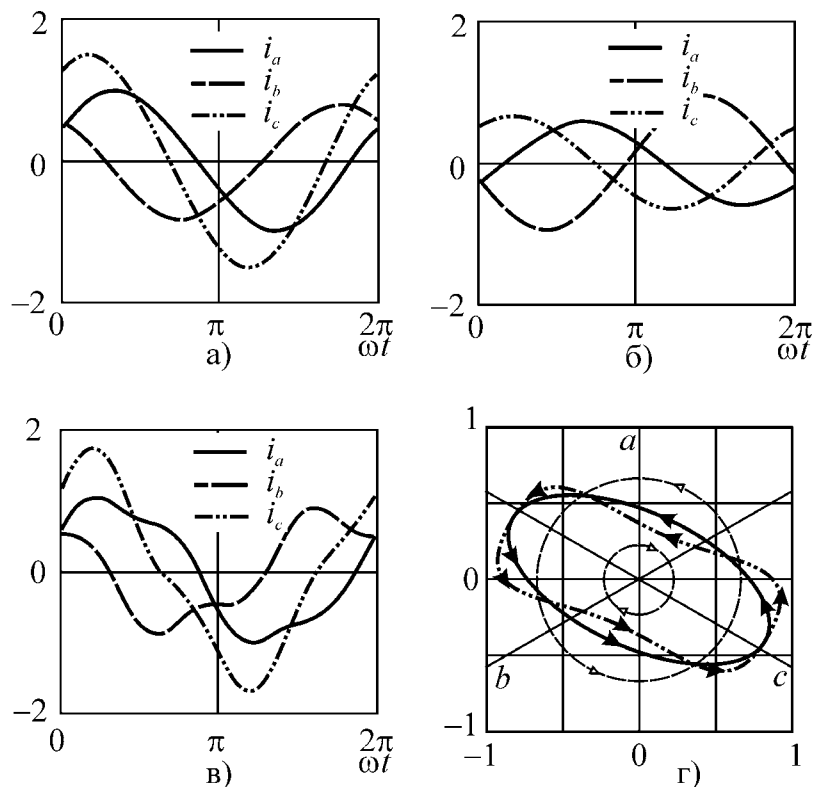


Рис. 1.2. Фазные токи (а-в) и соответствующие им годографы обобщённого вектора (г).

$$i_\alpha = \operatorname{Re}(\mathbf{i}) = \frac{2}{3} \left( i_a - \frac{i_b - i_c}{2} \right); \quad i_\beta = \operatorname{Im}(\mathbf{i}) = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}$$

Переход от представления обобщённого вектора проекциями на оси фазных обмоток к представлению его проекциями на ортогональные оси комплексной плоскости эквивалентно преобразованию трехфазной системы обмоток в двухфазную. В матричной форме эти преобразования координат с учётом  $i_0 = (i_a + i_b + i_c)/3$  можно записать как

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{pmatrix}. \quad (1.6 \text{ а})$$

При отсутствии нулевого провода  $i_a + i_b + i_c = 0$ . Тогда для определения проекций на оси  $\alpha\beta$  достаточно использовать два фазных тока –

$$i_\alpha = i_a; \quad i_\beta = \frac{i_a + 2i_b}{\sqrt{3}} \Big|_{i_c = -i_a - i_b} = -\frac{i_a + 2i_c}{\sqrt{3}} \Big|_{i_b = -i_a - i_c} \quad (1.6 \text{ б})$$

Пользуясь известными геометрическими понятиями, обобщённый вектор можно представить также во вращающейся системе координат. Переход к новой системе координат  $xу$ , развернутой относительно исходной  $\alpha\beta$  на некоторый угол  $\vartheta$  (рис. 1.3), осуществляется из очевидного соотношения аргументов комплексных чисел следующим образом:

$$\mathbf{i}^{(\alpha\beta)} = i_m e^{j\alpha^{(\alpha\beta)}} = i_m e^{j[\alpha^{(xy)} + \vartheta]} = i_m e^{j\alpha^{(xy)}} e^{j\vartheta} = \mathbf{i}^{(xy)} e^{j\vartheta} \Leftrightarrow \mathbf{i}^{(xy)} = \mathbf{i}^{(\alpha\beta)} e^{-j\vartheta}$$

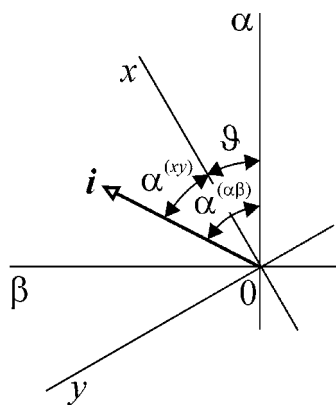


Рис. 1.3. Вектор тока  $\mathbf{i}$  в неподвижной ( $\alpha\beta$ ) и вращающейся ( $xу$ ) системах координат

При этом на угол  $\vartheta$  не накладывается никаких ограничений, т.е. он может иметь постоянное значение, но может также изменяться произвольным образом. Для системы координат вращающейся с угловой частотой  $\omega$  он равен  $-\vartheta = \omega t$ . Таким образом, если под  $e^{j\vartheta} = e^{j\omega t}$  понимать оператор вращения, то переход к неподвижной системе координат  $\alpha\beta$  осуществляется умножением на оператор прямого вращения  $e^{j\omega t}$ , а к вращающейся  $xу$  – умножением на оператор обратного вращения  $e^{-j\omega t}$

В развернутом виде преобразование координат  $\alpha\beta \rightarrow xу$  можно записать как

$$\mathbf{i}^{(xy)} = i_x + j i_y = (i_\alpha + j i_\beta) e^{-j\vartheta} = (i_\alpha + j i_\beta) [\cos(-\vartheta) + j \sin(-\vartheta)].$$

Разделяя вещественную и мнимую часть, можно представить связь между составляющими обобщённого вектора тока в различных системах координат в виде



$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Преобразование системы координат является одной из важнейшей функций, используемых в современных системах управления приводом, которая позволяет изменить характер фазных величин. Пусть, например, рассматриваемая нами система токов содержит только составляющую прямой последовательности с частотой  $\omega$ , т.е. фазные токи симметричны и  $i^{(\alpha\beta)} = i_v$ . Тогда умножением на оператор вращения  $e^{-j\omega t}$  вектор тока можно представить в синхронно вращающейся системе координат

$$i^{(\alpha\beta)} e^{-j\omega t} = i_v e^{-j\omega t} = I_{vm} e^{j(\omega t + \delta_v)} e^{-j\omega t} = I_{vm} e^{j\delta_v} = i^{(xy)}.$$

В результате преобразования фазные токи или проекции обобщённого вектора на координатные оси будут постоянными величинами

$$i_x = I_{vm} \cos \delta_v; \quad i_y = I_{vm} \sin \delta_v.$$

Если же синхронную систему координат сориентировать по вектору тока, т.е. использовать оператор вращения  $e^{-j(\omega t + \delta_v)}$ , то проекция  $i_y$  будет равна нулю, а  $x$ -проекция станет равной модулю вектора  $i_x = I_{vm}$ .

С помощью обратных преобразований можно синтезировать вектор с заданными параметрами, т.е. модулем, начальной фазой и частотой вращения. Для этого нужно задать значения  $x$  и  $y$  проекций, а затем преобразовать их в неподвижную систему координат в соответствии с (1.7), где  $\vartheta = \omega t$ . При этом постоянные величины  $i_x$  и  $i_y$  в новой системе координат определяют амплитуду  $I_m = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}$  и начальную фазу  $\delta = \arctg(i_y / i_x)$  синусоидальных фазных токов  $i_\alpha = I_m \cos(\omega t + \delta)$ ;  $i_\beta = I_m \sin(\omega t + \delta)$ , частота которых  $\omega$  должна быть задана аргументом тригонометрических функций в преобразовании (1.7).

При асимметрии фазных токов переход к прямо вращающейся системе координат даст нам проекции

$$\begin{aligned} i^{(\alpha\beta)} e^{-j\omega t} &= [i_v^{(\alpha\beta)} + i_z^{(\alpha\beta)}] e^{-j\omega t} = [I_{vm} e^{j(\omega t + \delta_v)} + I_{zm} e^{-j(\omega t + \delta_z)}] e^{-j\omega t} = \\ &= I_{vm} e^{j\delta_v} + I_{zm} e^{-j(2\omega t + \delta_z)} = i^{(xy)} \end{aligned}$$

↓

$$i_x = I_{vm} \cos \delta_v + I_{zm} \cos(2\omega t + \delta_z); \quad i_y = I_{vm} \sin \delta_v - I_{zm} \sin(2\omega t + \delta_z)$$

т.е. фазные проекции будут содержать помимо постоянных значений, соответствующих составляющей тока прямой последовательности, также и синусоидальные функции времени с двойной частотой, соответствующие составляющей обратной последовательности.

Обобщёнными векторами можно представить также ЭДС  $e$ , напряжения  $u$  и потокосцепления  $\psi$ , при этом все свойства рассмотренного выше обобщённого вектора тока будут присущи и этим векторам.

### 1.1.2. Потокосцепления электрической машины

Если пренебречь насыщением магнитопровода АД, то магнитные потоки, сцепляющиеся с его обмотками, будут пропорциональны соответствующим МДС. Рассмотрим основные соотношения между этими величинами. Допустим, что статор и ротор трехфазного АД симметричны, параметры обмотки ротора приведены к обмотке статора и рабочий зазор машины равномерный. Схематически эти обмотки показаны на рисунке 1.4.

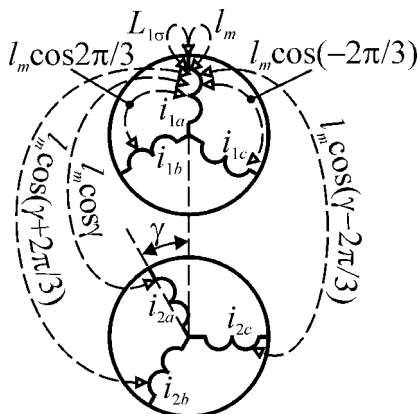


Рис. 1.4. Магнитная связь обмоток статора и ротора АД

С обмоткой фазы *a* статора сцепляются магнитные потоки, создаваемые как ею самой, так и всеми остальными обмотками. Часть магнитного потока, создаваемого обмоткой сцепляется только с её собственными витками и называется *потокосцеплением рассеяния*. Другая часть, помимо собственных витков охватывает также витки других обмоток и называется *главным или основным магнитным потоком*. Индуктивность  $L_{1\sigma}$ , связывающая поток рассеяния обмотки с протекающим в ней током, называется *индуктивностью рассеяния*, а индуктивность  $l_m$ , определяющая потокосцепление с основным потоком –

взаимной индуктивностью или *индуктивностью основного потока*. При отсутствии токов в обмотках ротора можно представить потокосцепление фазы *a* в виде

$$\Psi_{11a} = L_{1\sigma}i_{1a} + l_m i_{1a} + M_{ab}i_{1b} + M_{ac}i_{1c} \quad (1.8)$$

где  $M_{ab}$  и  $M_{ac}$  – взаимные индуктивности статорных обмоток.

Если две обмотки статора АД имеют одинаковые параметры, то магнитный поток, создаваемый током второй обмоткой и сцепляющийся с витками первой, будет полностью идентичен потоку, создаваемому первой обмоткой и сцепляющимся с витками второй, при условии равенства токов и совпадения расположения осей двух обмоток в пространстве. Очевидно, что при этих условиях картина магнитного поля будет одинаковой независимо от того, по какой из обмоток протекает ток, т.е. *индуктивность основного потока статорных обмоток  $l_m$  будет равна их взаимной индуктивности при условии совмещения геометрических осей*.

Смещение осей обмоток в пространстве на угол  $\delta$  вызовет изменение их взаимной индуктивности пропорциональное косинусу угла сдвига, т.е.  $M = M_0 \cos \delta = l_m \cos \delta$ , где  $M_0 = l_m$  – взаимная индуктивность обмоток при совмещении их осей. С учетом выражения (п.2.2)\* и того, что  $\delta_b = 2\pi/3$  и  $\delta_c = -2\pi/3$ , выражение (1.8) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \Psi_{11a} &= L_{1\sigma}i_{1a} + l_m i_{1a} + l_m \cos 2\pi/3 \cdot i_{1b} + l_m \cos(-2\pi/3) \cdot i_{1c} = i_{1a} (L_{1\sigma} + 3l_m/2) = \\ &= i_{1a} (L_{1\sigma} + L_m) = i_{1a} L_1 \end{aligned} \quad (1.9)$$

\* См. приложение 2

Индуктивность  $L_1 = L_{1\sigma} + L_m$  соответствует полной индуктивности статорной обмотки, включающей ее индуктивность от потока рассеяния  $L_{1\sigma}$ , индуктивность от части основного магнитного потока, созданного самой обмоткой  $l_m$ , и индуктивность от части основного потока, созданной двумя другими обмотками статора  $l_m/2$ . Таким образом, *полная индуктивность обмотки статора от основного магнитного потока  $L_m$  в 3/2 раза больше ее индуктивности  $l_m$ , рассчитанной при отсутствии токов в других обмотках.*\*

В силу симметрии статора, для других обмоток можно записать аналогичные выражения –  $\psi_{11b} = i_{1b}L_1$  и  $\psi_{11c} = i_{1c}L_1$ , а затем объединить фазные проекции в обобщенный вектор потокосцепления статора при отсутствии токов ротора –

$$\Psi_{11} = \frac{2}{3}(\psi_{11a} + \psi_{11b}\mathbf{a} + \psi_{11c}\mathbf{a}^2) = \frac{2}{3}L_1(i_{1a} + i_{1b}\mathbf{a} + i_{1c}\mathbf{a}^2) = L_1\mathbf{i}_1 \quad (1.10)$$

Наличие токов в обмотках ротора приведет к появлению дополнительных составляющих потокосцеплений обмоток статора. Если ось фазы  $a$  ротора смещена в пространстве на некоторый угол  $\gamma$  (см. рис. 1.4), то взаимные индуктивности обмоток ротора и фазы  $a$  статора можно определить через соответствующие углы, образуемые их осями, в виде –

$$M_{aa} = M_{0a} \cos \gamma; \quad M_{ba} = M_{0b} \cos(\gamma + 2\pi/3); \quad M_{ca} = M_{0c} \cos(\gamma - 2\pi/3)$$

где  $M_{0a}, M_{0b}, M_{0c}$  – взаимные индуктивности обмоток при  $\gamma = 0$ . Но взаимная индуктивность обмоток статора и ротора при нулевом смещении осей равна  $l_m$ , т.к. параметры обмоток ротора приведены к статорным и можно считать, что при совпадении их осей картина магнитного поля будет такой же, как при совпадении осей статорных обмоток. Поэтому  $M_{0a} = M_{0b} = M_{0c} = M_0 = l_m$  и

$$M_{aa} = l_m \cos \gamma; \quad M_{ba} = l_m \cos(\gamma + 2\pi/3); \quad M_{ca} = l_m \cos(\gamma - 2\pi/3)$$

Тогда полное потокосцепление обмотки фазы  $a$  статора при наличии токов ротора с учетом (п.2.2)\*\* будет

$$\psi_{12a} = M_{aa}i_{2a} + M_{ba}i_{2b} + M_{ca}i_{2c} = 3l_m i_{2a} \cos \gamma / 2 = L_m i_{2a} \cos \gamma$$

и по аналогии для двух других фаз:

$$\psi_{12b} = M_{ab}i_{2a} + M_{bb}i_{2b} + M_{cb}i_{2c} = L_m i_{2b} \cos(\gamma + 2\pi/3);$$

$$\psi_{12c} = M_{ac}i_{2a} + M_{bc}i_{2b} + M_{cc}i_{2c} = L_m i_{2c} \cos(\gamma - 2\pi/3).$$

По этим проекциям аналогично (п.2.1)\*\* можно построить вектор потокосцепления статора с ротором

$$\begin{aligned} \Psi_{12} &= \frac{2}{3}(\psi_{12a} + \psi_{12b}\mathbf{a} + \psi_{12c}\mathbf{a}^2) = \\ &= \frac{2}{3}L_m [i_{2a} \cos \gamma + i_{2b} \cos(\gamma + 2\pi/3)\mathbf{a} + i_{2c} \cos(\gamma - 2\pi/3)\mathbf{a}^2] = L_m \mathbf{i}_2 e^{j\gamma} \end{aligned}$$

\* В общем случае в  $m/2$  раз. См. приложение 2.

\*\* См. приложение 2

и, суммируя с  $\Psi_{11}$  из (1.10), получить общее потокосцепление статора, соответствующее режиму протекания токов в обмотках статора и ротора

$$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12} = L_1 \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_2 e^{j\gamma} \quad (1.11)$$

В силу симметрии связей между статором и ротором аналогичное выражение можно записать для потокосцепления ротора с учетом того, что для него угол  $\gamma$  будет отрицательным, т.к. по отношению к статору этот угол отсчитывается в отрицательном направлении –

$$\Psi_2 = \Psi_{21} + \Psi_{22} = L_m \mathbf{i}_1 e^{-j\gamma} + L_2 \mathbf{i}_2 \quad (1.12)$$

В выражениях (1.11) и (1.12) векторы тока статора и ротора записаны в различных системах координат. В первом выражении ток статора записан в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$ , связанной со статором, а ток ротора во вращающейся (смещенной на текущий угол  $\gamma$ ) системе координат  $uv$ , связанной с ротором, т.е. в полной записи с индексами систем координат –

$$\begin{aligned} \Psi_1^{(\alpha\beta)} &= L_1 \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} + L_m \mathbf{i}_2^{(uv)} e^{j\gamma} = L_1 \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} + L_m \mathbf{i}_2^{(\alpha\beta)} \\ \Psi_2^{(uv)} &= L_m \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} e^{-j\gamma} + L_2 \mathbf{i}_2^{(uv)} = L_m \mathbf{i}_1^{(uv)} + L_2 \mathbf{i}_2^{(uv)} \end{aligned}$$

Если обе части уравнения потокосцепления ротора умножить на оператор поворота  $e^{j\gamma}$ , то оно будет преобразовано в систему координат статора  $\alpha\beta$  и примет вид

$$\Psi_2^{(uv)} e^{j\gamma} = L_m \mathbf{i}_1^{(uv)} e^{j\gamma} + L_2 \mathbf{i}_2^{(uv)} e^{j\gamma} = \Psi_2^{(\alpha\beta)} = L_m \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} + L_2 \mathbf{i}_2^{(\alpha\beta)}$$

Таким образом, форма уравнений для обобщённых векторов потокосцеплений не зависит от выбора системы координат и индексы системы в них можно опустить. Тогда окончательно потокосцепления статора и ротора с учетом всех токов АД можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= L_1 \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_2 = \Psi_{11} + \Psi_{12} \\ \Psi_2 &= L_m \mathbf{i}_1 + L_2 \mathbf{i}_2 = \Psi_{21} + \Psi_{22} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Из выражений (1.13) следует, что потокосцепления статора и ротора раскладываются на составляющие обусловленные собственным током ( $\Psi_{11}$  и  $\Psi_{22}$ ) и током другой части АД ( $\Psi_{12}$  и  $\Psi_{21}$ ).

Пользуясь тем, что сумма токов статора и ротора образует ток намагничивания АД, т.е.  $\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 = \mathbf{i}_m$ , потокосцепления можно также представить через основной магнитный поток  $\Psi_m = L_m \mathbf{i}_m = L_m (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)$  и потоки рассеяния статора  $\Psi_{1\sigma} = L_{1\sigma} \mathbf{i}_1$  и ротора  $\Psi_{2\sigma} = L_{2\sigma} \mathbf{i}_2$  –

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= (L_{1\sigma} + L_m) \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_2 = L_{1\sigma} \mathbf{i}_1 + L_m (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) = L_{1\sigma} \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_m = \Psi_{1\sigma} + \Psi_m \\ \Psi_2 &= L_m \mathbf{i}_1 + (L_{2\sigma} + L_m) \mathbf{i}_2 = L_m (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) + L_{2\sigma} \mathbf{i}_2 = L_m \mathbf{i}_m + L_{2\sigma} \mathbf{i}_2 = \Psi_m + \Psi_{2\sigma} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Асимметрия параметров АД и/или источника питания при наличии нулевого провода приводит к появлению в обмотках статора токов нулевой последователь-

ности. Но для нулевой составляющей справедливо  $i_{a0} = i_{b0} = i_{c0} = i_0$ , поэтому, подставляя эти значения в (1.9), получим для фазы  $a$  статора

$$\Psi_{1a0} = L_{1\sigma} i_{1a0} + l_m i_{1a0} + l_m \cos 2\pi/3 \cdot i_{1b0} + l_m \cos(-2\pi/3) \cdot i_{1c0} = i_0 (L_{1\sigma} + l_m - l_m/2 - l_m/2) = i_0 L_{1\sigma}$$

Очевидно, что аналогичные выкладки для потокоцеплений рассеяния обмоток фаз  $b$  и  $c$  приведут к такому же результату, т.е.  $\Psi_{1a0} = \Psi_{1b0} = \Psi_{1c0} = L_{1\sigma} i_0$ . Таким образом, потокоцепления составляющих нулевой последовательности для всех обмоток одинаковы и определяются индуктивностью рассеяния  $L_{1\sigma}$ .

### 1.1.3. Уравнения статора и ротора в векторной форме

Уравнения Кирхгофа для фазных напряжений статора АД имеют вид

$$u_{1a} = i_{1a} r_1 + \frac{d\Psi_{1a}}{dt}; \quad u_{1b} = i_{1b} r_1 + \frac{d\Psi_{1b}}{dt}; \quad u_{1c} = i_{1c} r_1 + \frac{d\Psi_{1c}}{dt}^*$$

Перейдем к векторной форме записи, умножив второе уравнение на  $\mathbf{a}$ , третье на  $\mathbf{a}^2$ , а затем складывая все три уравнения.

$$\frac{2}{3} (u_{1a} + u_{1b} \mathbf{a} + u_{1c} \mathbf{a}^2) = \frac{2}{3} (i_{1a} + i_{1b} \mathbf{a} + i_{1c} \mathbf{a}^2) r_1 + \frac{2}{3} \frac{d}{dt} (\Psi_{1a} + \Psi_{1b} \mathbf{a} + \Psi_{1c} \mathbf{a}^2)$$

В результате мы получим уравнение в векторной форме

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 r_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \quad (1.15)$$

Аналогичные преобразования можно выполнить в системе координат  $uv$ , вращающейся синхронно с ротором, и получить

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{i}_2 r_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} \quad (1.16)$$

Уравнения (1.15) и (1.16) записаны в разных системах координат. Для перевода уравнения (1.16) в неподвижную систему координат  $\alpha\beta$  умножим его на оператор поворота  $e^{j\vartheta}$  и представим потокоцепление ротора как  $\Psi_2^{(uv)} = \Psi_2^{(\alpha\beta)} e^{-j\vartheta}$

$$\mathbf{u}_2^{(uv)} e^{j\vartheta} = \mathbf{i}_2^{(uv)} e^{j\vartheta} r_2 + e^{j\vartheta} d(\Psi_2^{(\alpha\beta)} e^{-j\vartheta}) / dt.$$

Опуская после преобразований индексы системы координат, получим

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{i}_2 r_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} - j \frac{d\vartheta}{dt} \Psi_2 = \mathbf{i}_2 r_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} - j\omega \Psi_2 \quad (1.17)$$

где  $\omega = d\vartheta/dt$  – текущая частота вращения ротора.

Переход к неподвижной системе координат в уравнении ротора привел к разделению слагаемого, соответствующего ЭДС индукции, на две составляющие. Первая составляющая  $d\Psi_2/dt$  связана с изменением потокоцепления во времени вследствие изменения во времени токов и называется ЭДС трансформации, по аналогии с процессом ее возбуждения в соответствующей электрической машине. Вторая –  $\omega \Psi_2$  связана с изменением потокоцепления вследствие вращения рото-

\* При наличии нулевых составляющих к этим выражениям следует добавить уравнение  $u_{10} = i_{10} r_1 + \frac{d\Psi_{10}}{dt}$ .

ра и называется ЭДС вращения. Разложение ЭДС индукции на составляющие является математической операцией, связанной с преобразованием системы координат при условии инвариантности мощности, но в некоторых случаях его можно истолковать, исходя из физических процессов в машине.

Уравнения (1.15) и (1.17) записаны в неподвижной системе координат и их можно объединить в общую систему для решения. Кроме того, оба уравнения можно представить в некоторой произвольной системе координат  $mn$ , вращающейся с угловой частотой  $\omega^{(mn)}$ . Для этого нужно проделать преобразования аналогичные преобразованиям, выполненным при выводе выражения (1.17), в результате мы получим уравнения статора и ротора электрической машины –

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(mn)} &= r_1 \mathbf{i}_1^{(mn)} + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_1^{(mn)}}{dt} + j\omega^{(mn)} \boldsymbol{\Psi}_1^{(mn)} \\ \mathbf{u}_2^{(mn)} &= r_2 \mathbf{i}_2^{(mn)} + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_2^{(mn)}}{dt} + j[\omega^{(mn)} - \omega] \boldsymbol{\Psi}_2^{(mn)} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Из выражений (1.18) уравнения для любых систем координат получаются простой подстановкой соответствующей частоты вращения  $\omega^{(mn)}$ . В дальнейшем, если это не оговорено особо, мы будем использовать индексы систем координат, сведенные в таблицу приложения 3

Выражения (1.18) показывают, что *выбором системы координат можно, исключить ЭДС вращения, но только в одном из уравнений*. Полагая  $\omega^{(mn)} = 0$ , мы получим уравнения в неподвижной системе координат и исключим ЭДС вращения в уравнении статора, а в системе координат, вращающейся синхронно с ротором ( $\omega^{(mn)} = \omega$ ), ЭДС вращения обращается в нуль в уравнении ротора.

При выборе системы координат следует учитывать, что в любой электрической машине угловые частоты вращения магнитных полей статора  $\Omega_1$  и ротора  $\Omega_2$  связаны с угловой частотой вращения вала ротора  $\Omega$  соотношением –  $\Omega_1 = \Omega \pm \Omega_2$ , где положительный знак соответствует согласному направлению вращения. Но частоты вращения полей статора и ротора определяются частотами соответствующих токов и числом пар полюсов обмоток  $z_p$ , т.е.  $\Omega_1 = \omega_1 / z_p$  и  $\Omega_2 = \omega_2 / z_p$ , где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты токов статора и ротора. Отсюда

$$\omega_1 = \Omega \cdot z_p \pm \omega_2 = \omega \pm \omega_2$$

где  $\omega = \Omega \cdot z_p$  – угловая частота вращения ротора электрической машины с одной парой полюсов.

#### 1.1.4. Обобщённая электрическая машина

Уравнения (1.18) можно графически представить электрической схемой, показанной на рис. 1.5. Она отличается от схемы замещения трансформатора наличием источников ЭДС вращения в цепях статора и ротора.

Подставляя в уравнения (1.18) векторы в форме комплексных чисел

$$u_{1m} + ju_{1n} = r_1(i_{1m} + ji_{1n}) + \frac{d}{dt}(\psi_{1m} + j\psi_{1n}) + j\omega^{(mn)}(\psi_{1m} + j\psi_{1n});$$

$$u_{2m} + ju_{2n} = r_2(i_{2m} + ji_{2n}) + \frac{d}{dt}(\psi_{2m} + j\psi_{2n}) + j[\omega^{(mn)} - \omega](\psi_{2m} + j\psi_{2n})$$

и разделяя вещественную и мнимую части, мы получим уравнения фазных проекций

$$u_{1m} = r_1 i_{1m} + \frac{d\psi_{1m}}{dt} - \omega^{(mn)}\psi_{1n}; \quad u_{1n} = r_1 i_{1n} + \frac{d\psi_{1n}}{dt} + \omega^{(mn)}\psi_{1m};$$

$$u_{2m} = r_2 i_{2m} + \frac{d\psi_{2m}}{dt} - [\omega^{(mn)} - \omega]\psi_{2n}; \quad u_{2n} = r_2 i_{2n} + \frac{d\psi_{2n}}{dt} + [\omega^{(mn)} - \omega]\psi_{2m}$$
(1.19)

Из (1.19) следует, что в произвольно вращающейся системе координат ЭДС вращения представлены в уравнениях разноименными проекциями, что приводит к появлению перекрестных связей в структуре модели машины и существенно затрудняет анализ и синтез систем управления.

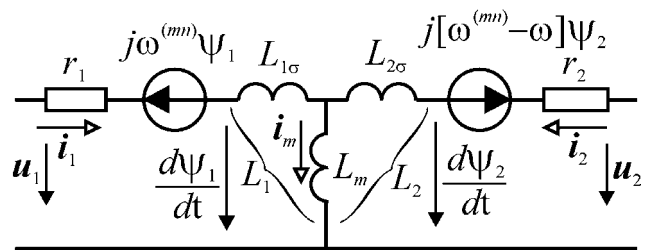


Рис. 1.5. Схема замещения обобщённой электрической машины.

Проекции векторов на оси координат можно рассматривать как величины, соответствующие обмоткам, расположенным на взаимно-перпендикулярных осях. В этом случае уравнения (1.19) будут соответствовать двухфазной электрической машине с одной парой полюсов, модель которой показана на рис. 1.6. Такая электрическая машина называется обобщённой (ОЭМ).

Если уравнения статора и ротора представлены в собственных системах координат, то модель ОЭМ будет соответствовать рис. 1.6. а). В случае записи обоих уравнений в неподвижной системе координат статора ( $\alpha\beta$ ) моделью ОЭМ будет трансформатор с двумя независимыми обмотками на статоре и двумя обмотками на роторе (рис. 1.6. б), в которых эффект движения ротора будет представлен посредством ЭДС вращения. Уравнения для фазных величин в этом случае мы получим из (1.19) полагая  $\omega^{(mn)} = 0$

$$u_{1\alpha} = r_1 i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt}; \quad u_{1\beta} = r_1 i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt};$$

$$u_{2\alpha} = r_2 i_{2\alpha} + \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} + \omega\psi_{2\beta}; \quad u_{2\beta} = r_2 i_{2\beta} + \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} - \omega\psi_{2\alpha}$$

При выводе уравнений (1.18) использовался ряд допущений, поэтому все они должны быть распространены и на модель обобщённой машины, т.е.:

1. машина симметрична и имеет равномерный воздушный зазор;
2. магнитопровод машины ненасыщен;
3. МДС обмоток имеет синусоидальное распределение по рабочему зазору.

Модель ОЭМ универсальна и при принятии определенных условий, из нее можно получить все типы электрических машин как частные случаи. Например, при питании обмоток статора от двух источников переменного синусоидального тока, смещенных по фазе на  $90^\circ$ , в рабочем зазоре создается круговое вра-

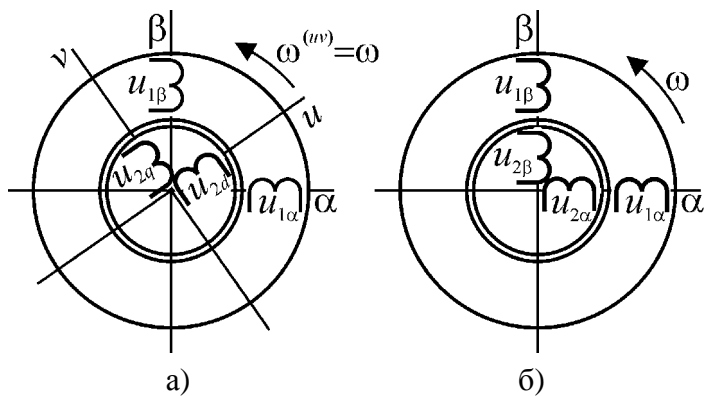


Рис. 1.6. Пространственная модель обобщенной электрической машины в различных системах координат.

частоте вращения ротора, и фазовым смещением в 90°, таким образом, чтобы поле ротора вращалось в направлении противоположном направлению вращения его вала, то мы получим модель машины постоянного тока. В этой модели поле ротора формируется источниками питания переменного тока с управляемой частотой, роль которых в реальной машине играет источник постоянного тока и коллектор, выполняющий функцию механического инвертора.

Основной конечной величиной характеризующей электромеханическое преобразование является электромагнитный момент на валу. Он образуется в результате взаимодействия магнитного поля и тока, протекающего в обмотках статора или ротора, и может быть представлен в виде векторного произведения

$$m = \frac{3}{2} z_p C (\mathbf{a} \times \mathbf{b}), *$$

где –  $z_p$  число пар полюсов машины, а  $C$  – коэффициент, зависящий от выбора векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  (см. таблицу 1.1).

Коэффициенты  $C$  уравнения электромагнитного момента Таблица 1.1

		$\mathbf{b}$				
		$\Psi_1$	$i_1$	$\Psi_2$	$i_2$	$\Psi_m$
$\mathbf{a}$	$\Psi_1$	0	1	$-k_1 k_2 / \sigma L_m$	$-k_1$	*
	$i_1$	-1	0	$-k_2$	$-L_m$	-1
	$\Psi_2$	$k_1 k_2 / \sigma L_m$	$k_2$	0	-1	*
	$i_2$	$k_1$	$L_m$	1	0	1
	$\Psi_m$	*	1	*	-1	0

В таблице 1.1:  $k_1 = L_m / L_1$ ;  $k_2 = L_m / L_2$ ;  $\sigma = 1 - k_1 k_2$  – соответственно, коэффициенты электромагнитной связи статора и ротора и коэффициент рассеяния; \* – означает, что электромагнитный момент не может быть выражен через произведение основного потока и потоков статора и ротора.

В выражениях для момента физический смысл имеет только модуль вектора  $\mathbf{m}$  и его можно определить через проекции векторов сомножителей как

\* Множитель 3 в уравнении момента в общем случае равен числу фаз статора  $m_1$ , а делитель  $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$  соответствует преобразованию модулей векторов сомножителей в действующие значения.

щающееся магнитное поле. Если одну из обмоток ротора подключить к источнику постоянного тока, то мы получим модель синхронной машины. Если обе обмотки ротора замкнуть накоротко, то образуется модель асинхронной короткозамкнутой машины. Наконец, если одну из обмоток статора подключить к источнику постоянного тока, а обмотки ротора подключить к двум источникам переменного синусоидального тока с частотой, равной



$$|\mathbf{m}| = \frac{3}{2} z_p C \cdot \operatorname{Im} \left( \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^* \right) = \frac{3}{2} z_p C (a_m b_n - a_n b_m).$$

Например, в произвольной системе координат электромагнитный момент определяется через потокосцепление и ток ротора в виде

$$m = -\frac{3}{2} z_p (\Psi_{2m} + j\Psi_{2n}) \times (i_{2m} + j i_{2n}) = -\frac{3}{2} z_p (\Psi_{2m} i_{2n} - \Psi_{2n} i_{2m}) = \frac{3}{2} z_p (\Psi_{2n} i_{2m} - \Psi_{2m} i_{2n})$$

## 1.2 Асинхронный короткозамкнутый двигатель

### 1.2.1 Уравнения короткозамкнутого АД

Из уравнений статора и ротора обобщённой электрической машины (1.18) легко получаются уравнения асинхронного короткозамкнутого двигателя (АД) в произвольной системе координат, если положить  $\mathbf{u}_2 = 0$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(mn)} &= r_1 \mathbf{i}_1^{(mn)} + \frac{d\Psi_1^{(mn)}}{dt} + j\omega^{(mn)} \Psi_1^{(mn)}; \\ 0 &= r_2 \mathbf{i}_2^{(mn)} + \frac{d\Psi_2^{(mn)}}{dt} + j[\omega^{(mn)} - \omega] \Psi_2^{(mn)} \end{aligned}$$

Эти уравнения удобно использовать для анализа процессов в АД, если выбрать систему координат, вращающуюся синхронно с магнитным полем, т.е.  $\omega^{(mn)} = \omega_1$ . Тогда  $\omega^{(mn)} - \omega = \omega_2$  и уравнения АД в синхронной системе координат  $xy$  принимают вид

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(xy)} &= r_1 \mathbf{i}_1^{(xy)} + \frac{d\Psi_1^{(xy)}}{dt} + j\omega_1 \Psi_1^{(xy)}; \\ 0 &= r_2 \mathbf{i}_2^{(xy)} + \frac{d\Psi_2^{(xy)}}{dt} + j\omega_2 \Psi_2^{(xy)} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Дополняя эти уравнения тем или иным уравнением электромагнитного момента, можно анализировать процесс преобразования энергии в АД.

### 1.2.2 Статические характеристики АД при питании от источника напряжения

Уравнения Кирхгофа для статического режима АД можно получить как частный случай из уравнений АД в синхронной системе координат (1.20), используя уравнения потокосцеплений статора и ротора (1.14), представленные через основное потокосцепление  $\Psi_m$  и потокосцепления рассеяния статора  $\Psi_{1\sigma}$  и ротора  $\Psi_{2\sigma}$  –

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= L_{1\sigma} \mathbf{i}_1 + L_m \mathbf{i}_m = \Psi_{1\sigma} + \Psi_m; \\ \Psi_2 &= L_{2\sigma} \mathbf{i}_2 + L_m \mathbf{i}_m = \Psi_{2\sigma} + \Psi_m \end{aligned}$$

Учитывая, что в статическом режиме в синхронной системе координат  $d\Psi_1/dt = d\Psi_2/dt = 0$ , а также то, что  $\omega_2 = s\omega_1$ , получим

$$u_1 = i_1 r_1 + j\omega_1 \Psi_1 = i_1 (r_1 + j\omega_1 L_{1\sigma}) + i_m j\omega_1 L_m = i_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) + i_m jx_m$$

$$0 = i_2 r_2 + j\omega_2 \Psi_2 = i_2 (r_2 + js\omega_1 L_{2\sigma}) + i_m js\omega_1 L_m = i_2 (r_2 + jsx_{2\sigma}) + i_m jsx_m$$

где  $x_{1\sigma} = \omega_1 L_{1\sigma}$  и  $x_{2\sigma} = \omega_1 L_{2\sigma}$  – индуктивные сопротивления рассеяния при частоте статора  $\omega_1$ .

Разделим уравнение ротора на скольжение  $s$ , тогда

$$u_1 = i_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) + j\dot{i}_m x_m; \tag{1.21}$$

$$0 = i_2 (r_2 / s + jx_{2\sigma}) + j\dot{i}_m x_m$$

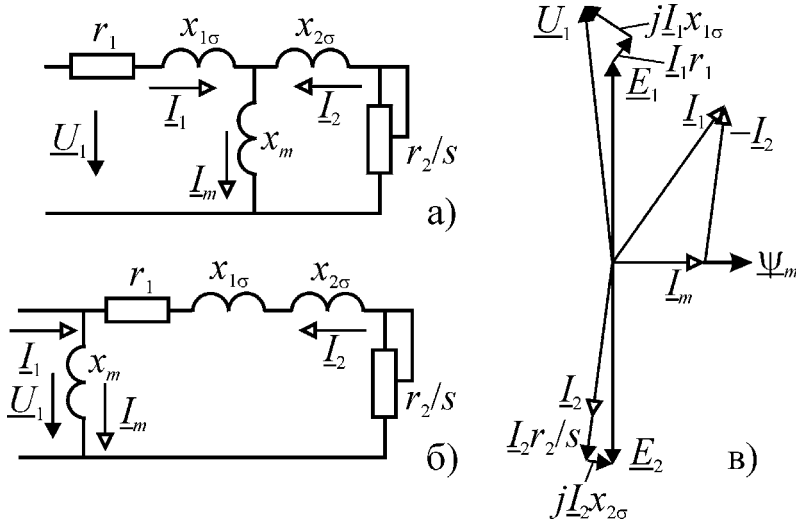


Рис. 1.7. Схема замещения и векторная диаграмма АД

Величина  $i_m x_m$  равна ЭДС, создаваемой основным магнитным потоком  $e_1 = -e_2 = j\dot{i}_m x_m$ , поэтому уравнения (1.21) можно представить в виде

$$u_1 = i_1 r_1 + j\dot{i}_1 x_{1\sigma} + e_1 \tag{1.22}$$

$$e_2 = i_2 r_2 / s + j\dot{i}_2 x_{2\sigma}$$

Уравнения (1.21-1.22) являются традиционными уравнениями и их можно представить двумя графическими формами – схемой замещения и векторной диаграммой (рис. 1.7). Обычно для упрощения вычислений без внесения существенной погрешности ветвь намагничивания выносят на вход схемы замещения (рис. 1.7 б). Тогда ток ротора будет равен

$$I_2 = \frac{U_1}{\sqrt{(r_1 + r_2 / s)^2 + x_k^2}} \tag{1.23}$$

где  $x_k = x_{1\sigma} + x_{2\sigma}$  – индуктивное сопротивление короткого замыкания.

При возрастании скольжения ( $s \rightarrow \pm\infty$ ) ток ротора стремится к величине

$$I_{2\infty} = \frac{U_1}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}} \tag{рис. 1.8}.$$

В генераторном режиме функция  $I_2(s)$  имеет максимум

$$I_{2\max} = \frac{U_1}{x_k} \text{ при } s_m = -r_2 / r_1.$$

Приравнявая активную мощность, передаваемую через зазор ротору двигателя

$$P_2 = m_1 I_2^2 r_2 / s = \frac{m_1 U_1^2 r_2 / s}{(r_1 + r_2 / s)^2 + x_k^2}, \text{ электромаг-}$$

нитной мощности  $P_{эм} = M \Omega_1$ , где

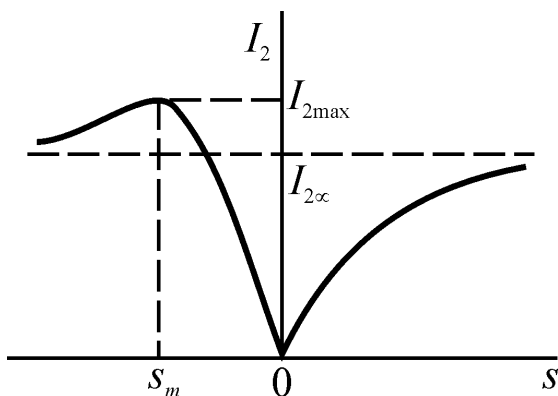


Рис. 1.8. Изменения тока ротора под нагрузкой

$\Omega_1 = \omega_1 / z_p = 2\pi f_1 / z_p$ , получим уравнение статической механической характеристики (рис. 1.9 а)

$$M = \frac{m_1 z_p U_1^2 r_2}{\omega_1 s \left[ (r_1 + r_2 / s)^2 + x_k^2 \right]}. \quad (1.24)$$

Эта функция имеет экстремумы при скольжении

$$s_k = \pm \frac{r_2}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} \pm \frac{r_2}{x_k} \quad (1.25)$$

называемом критическим, т.к. при этом скольжении АД переходит на статически неустойчивый участок характеристики или, как говорят, «опрокидывается». Использование приближенного равенства для критического скольжения не вносит существенной погрешности в анализ, т.к. у АД общего применения  $r_1 = x_k$ .

Подставляя (1.25) в (1.24), получим выражение для критического момента

$$M_k = \pm \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1 \left[ r_1 \pm \sqrt{r_1^2 + x_k^2} \right]} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} \pm \frac{m_1 z_p U_1^2}{2\omega_1 x_k}. \quad (1.26)$$

Критический момент в двигательном режиме определяет перегрузочную способность АД, а т.к. его значение зависит от квадрата приложенного напряжения, то при снижении напряжения на допустимые ГОСТом 10%, момент уменьшится на 20% и это следует учитывать при выборе двигателя.

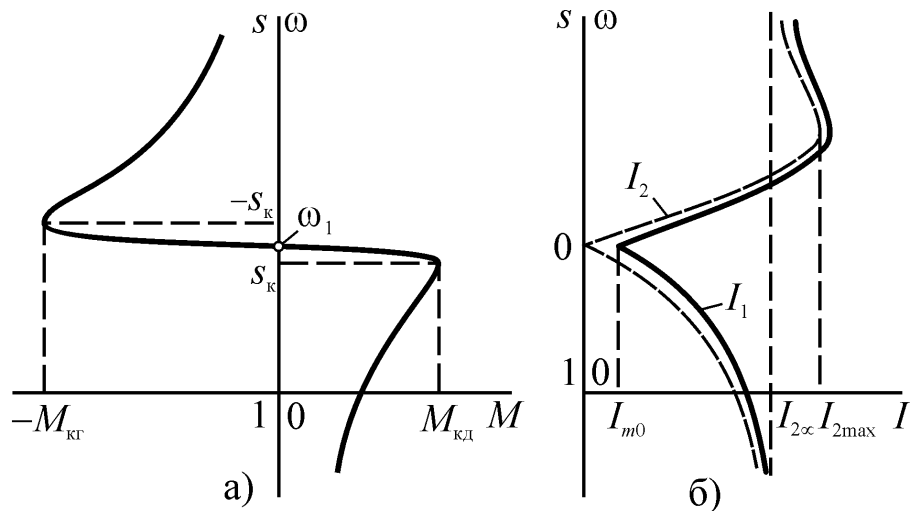


Рис. 1.9. Механическая (а) и электромеханическая (б) характеристики АД

В справочных данных для АД обязательно приводится коэффициент перегрузочной способности соответствующий номинальному напряжению  $\lambda = M_k / M_{ном}$ . Отсюда предельно допустимый момент будет равен

$$M_{доп} = \left( U_{1min} / U_{1ном} \right)^2 \lambda M_{ном}.$$

Положительный знак в (1.26) соответствует двигательному режиму, а отрицательный – генераторному. Поэтому в генераторном режиме критический момент больше, чем в двигательном. Отношение критических моментов определяется величиной  $r_1$  и равно

$$\left| \frac{M_{кг}}{M_{кд}} \right| = \frac{r_1 + \sqrt{r_1^2 + x_k^2}}{r_1 - \sqrt{r_1^2 + x_k^2}} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} 1$$

Для двигателей серии 4А в зависимости от мощности составляет от 3,0 до 1,3, причем, меньшие значения соответствуют большей мощности.

Делением выражения (1.24) на (1.26) можно получить уравнение механической характеристики АД в виде формулы Клосса

$$M = \frac{2M_k(1 + as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \xrightarrow{r_1 \rightarrow 0} \frac{2M_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}, \quad (1.27)$$

где  $a = r_1/r_2$ . Использование приближенного выражения, соответствующего условию  $r_1 \approx 0$ , приводит к погрешности около 10-15% в двигательном режиме для машин с критическим скольжением  $s_k = 0,15 \div 0,3$ .

Из выражения (1.27) следует, что в области малых скольжений ( $s = s_k$ )  $M = 2M_k s/s_k$ , и характеристика близка к линейной, а при  $s \gg s_k$  —  $M = 2M_k s_k/s$ , и характеристика практически гиперболическая.

Короткозамкнутые АД обычно запускаются прямым включением в сеть и развивают при этом момент

$$M_{\Pi} = \frac{m_1 z_p U_1^2 r_2}{\omega_1 \left[ (r_1 + r_2)^2 + x_k^2 \right]}.$$

Для получения высокого КПД АД должны работать при номинальной нагрузке с малым скольжением. Это требование вступает в противоречие с требованием получения достаточно высокого пускового момента. Из (1.27) при  $s = 1$  и  $s = s_{\text{НОМ}}$  можно получить выражение для кратности пускового момента в виде

$$k_{\Pi} = \frac{M_{\Pi}}{M_{\text{НОМ}}} = \frac{s_{\text{НОМ}}/s_k + s_k/s_{\text{НОМ}}}{1/s_k + s_k} \approx \frac{s_k^2}{s_{\text{НОМ}}}.$$

Для АД с номинальным скольжением 0,03 и критическим 0,1 эта кратность составит 0,36, т.е. такой двигатель может запускаться только на холостом ходу или при работе на вентиляторную нагрузку. По ГОСТ кратность пускового момента должна быть не менее 0,7–1,8. Причем, меньшие значения относятся к двигателям большей мощности. Повышение пускового момента АД достигается использованием явления вытеснения тока в стержнях ротора, в результате чего, кратность пускового момента повышается до 1,1–2,3.

Другую проблему создают большие пусковые токи. Электромеханическая характеристика АД показана на рис. 1.9 б. Зависимость  $\omega = F(I_2)$  получена из выражения (1.23) и соотношения  $\omega = \omega_1(1 - s)$ . Функция  $\omega = F(I_1)$  по характеру соответствует  $\omega = F(I_2)$ , т.к. токи статора и ротора связаны отношением  $i_1 = i_m - i_2$ . Наибольшее отклонение  $\omega = F(I_1)$  от  $\omega = F(I_2)$  наблюдается в режиме холостого хода, а по мере увеличения нагрузки кривые токов статора и ротора сближаются. В соответствии со стандартом, кратность пускового тока по отношению к номинальному не должна превышать 5,5-7,0. Однако эти значения могут быть недопустимо большими для питающей сети, особенно, если речь идет о машинах большой мощности. В этом случае для регулируемых приводов с преобразовате-

лями частоты используют пуск с постепенным увеличением частоты питания, а для нерегулируемых – устройства «мягкого» пуска на основе тиристорных регуляторов тока с системой импульсно-фазового управления.

### 1.2.3 Динамические характеристики АД при питании от источника напряжения

Основой для анализа динамических свойств АД могут служить векторные уравнения статора и ротора в синхронной системе координат  $xу$

$$u_1 = i_1 r_1 + \frac{d\psi_1}{dt} + j\omega_1 \psi_1; \quad 0 = i_2 r_2 + \frac{d\psi_2}{dt} + j\omega_2 \psi_2 \quad (1.28)$$

и уравнение электромагнитного момента, представленного через потокосцепления статора и ротора\*

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} (\psi_2 \times \psi_1) = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} (\psi_{2x} \psi_{1y} - \psi_{2y} \psi_{1x}). \quad (1.29)$$

Выразим токи статора и ротора через потокосцепления  $i_1 = (\psi_1 - k_2 \psi_2) / (\sigma L_1)$ ;  $i_2 = (\psi_2 - k_1 \psi_1) / (\sigma L_2)$  и, подставив в уравнения (1.28), запишем их в форме Коши

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \frac{1}{T_1'} (u_1 T_1' + k_2 \psi_2 - \psi_1 - j\omega_1 T_1' \psi_1); \quad \frac{d\psi_2}{dt} = \frac{1}{T_2'} (k_1 \psi_1 - \psi_2 - j\omega_2 T_2' \psi_2) \quad (1.30)$$

где  $T_1' = L_1' / r_1$  и  $T_2' = L_2' / r_1$  – переходные постоянные времени статора и ротора, в которых  $L_1' = L_{1\sigma} + L_{2\sigma} L_m / (L_{2\sigma} + L_m) = \sigma L_1 = L_{1\sigma} + k_2 L_{2\sigma} \approx L_{1\sigma} + L_{2\sigma} = L_k$  и  $L_2' = L_{2\sigma} + L_{1\sigma} L_m / (L_{1\sigma} + L_m) = \sigma L_2 = L_{2\sigma} + k_1 L_{1\sigma} \approx L_{2\sigma} + L_{1\sigma} = L_k$  т.н. переходные индуктивности соответствующие электрическим цепям рис. 1.10.

Совместим вектор напряжения статора с осью  $x$  системы координат ( $u_{1x} = U_{1m}$ ;  $u_{1y} = 0$ ). Тогда, разделяя в (1.30) проекции векторов, получим

$$\frac{d\psi_{1x}}{dt} = \frac{1}{T_1'} (u_{1x} T_1' + k_2 \psi_{2x} - \psi_{1x} + \omega_1 T_1' \psi_{1y}); \quad \frac{d\psi_{1y}}{dt} = \frac{1}{T_1'} (k_2 \psi_{2y} - \psi_{1y} - \omega_1 T_1' \psi_{1x}); \quad (1.31)$$

$$\frac{d\psi_{2x}}{dt} = \frac{1}{T_2'} (k_1 \psi_{1x} - \psi_{2x} + \omega_2 T_2' \psi_{2y}); \quad \frac{d\psi_{2y}}{dt} = \frac{1}{T_2'} (k_1 \psi_{1y} - \psi_{2y} + \omega_2 T_2' \psi_{2x});$$

Уравнения (1.29) и (1.31) можно представить в виде структурной схемы, показанной на рисунке 1.11. Она имеет два входа, соответствующих управляющим воздействиям по напряжению и частоте статора. Принципиально можно ограничиться воздействием на АД только по одному из входов, установив на другом заданное постоянное значение. В этом случае мы получим управление двигателем с помощью изменения напряжения питания

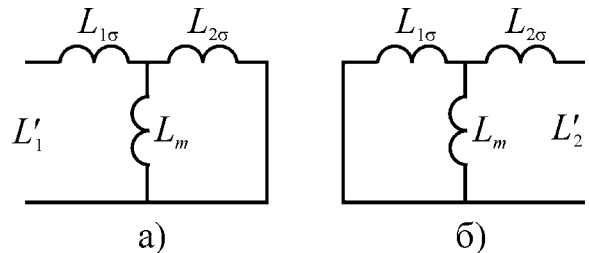


Рис. 1.10. Электрические цепи, соответствующие переходным индуктивностям статора (а) и ротора (б)

\* См. таблицу 1.1 раздела 1.1.4

или частоты статора. Однако управление изменением напряжения при глубоком регулировании обладает очень низкими энергетическими показателями и в современном приводе применяется крайне редко и только для машин малой мощности. Управление изменением частоты при постоянном напряжении питания применяется только для регулирования скорости вращения вверх от номинальной. Чаще всего для обеспечения оптимальных условий протекания процессов преобразования энергии в АД между входами управления устанавливают функциональный преобразователь, создающий определенную связь между напряжением и частотой\*.

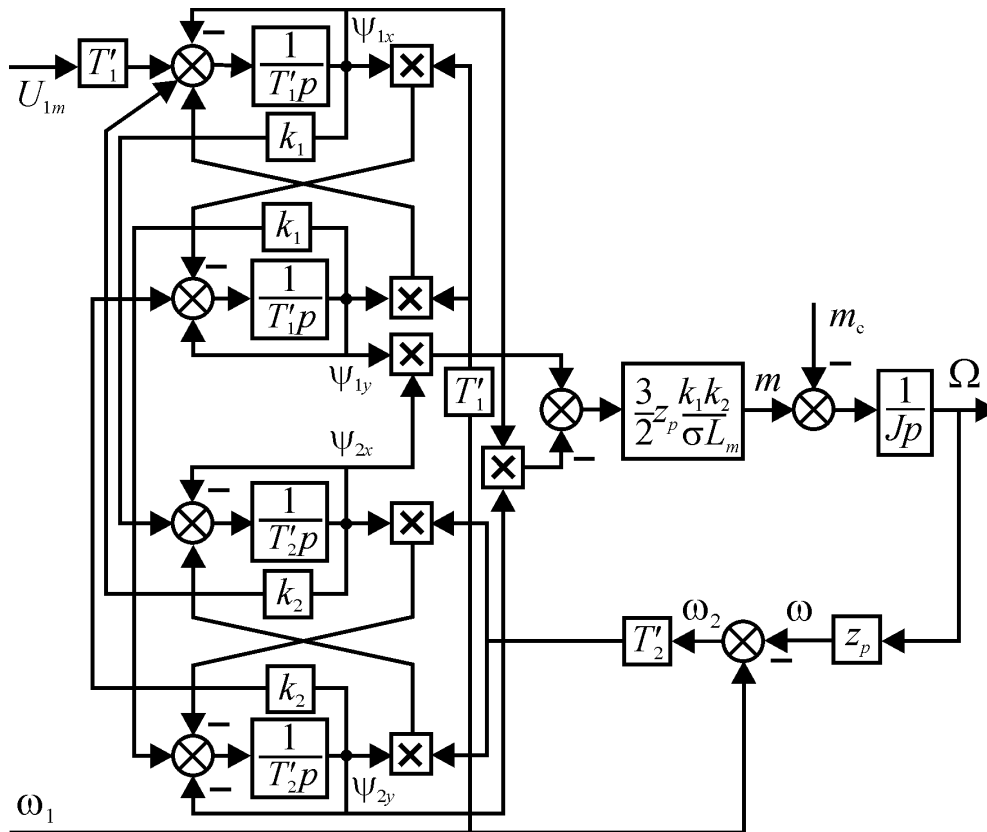


Рис. 1.11. Структурная схема АД, управляемого напряжением и частотой статора.

При питании от источника напряжения ( $u_1 = \text{const}$ ) потокосцепление статора  $\psi_1$  изменяется незначительно, в основном из-за падения напряжения на активном сопротивлении  $r_1$ , и в синхронной системе координат можно считать, что  $d\psi_1/dt \approx 0$ . Если принять также  $r_1 \approx 0$ , то из уравнения статора (1.28) с учётом того, что система координат ориентирована по вектору напряжения  $u_1$ , получим

$$\psi_1 = -j \frac{u_1}{\omega_1} \Rightarrow \psi_{1x} = 0; \psi_{1y} = -U_{1m} / \omega_1$$

и тогда электромагнитный момент будет равен

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \psi_{1y} \psi_{2x} = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \left( -\frac{U_{1m}}{\omega_1} \right) \psi_{2x}. \quad (1.32)$$

\* См. далее раздел 2.1.2

Заменим производную в уравнении ротора (1.28) оператором Лапласа и разделим проекции векторов, получим

$$\begin{aligned} T_2' p \psi_{2x} + \psi_{2x} - \omega_2 T_2' \psi_{2y} &= 0 \\ T_2' p \psi_{2y} + \psi_{2y} + \omega_2 T_2' \psi_{2x} &= k_1 \psi_{1y} \end{aligned} \quad (1.33)$$

Отсюда  $\psi_{2y} = \psi_{2x} \frac{1 + T_2' p}{\omega_2 T_2'}$ . Подставляя это выражение во второе уравнение, определим искомое значение  $\psi_{2x}$

$$\psi_{2x} = \frac{k_1 \psi_{1y}}{(1 + T_2' p) \frac{1 + T_2' p}{\omega_2 T_2'} + \omega_2 T_2'} \quad (1.34)$$

В этом выражении дальнейшие алгебраические преобразования невозможны, т.к. первый оператор дифференцирования в знаменателе относится ко всей дроби  $(1 + T_2' p) / \omega_2 T_2'$ , где  $\omega_2(t)$  и  $\omega_2(p)$  в общем случае является функцией времени.

Заметим, что переходная постоянная времени ротора равна

$$T_2' = \sigma T_2 = \frac{(1 - k_1 k_2) L_2}{r_2} = \frac{L_1 L_2 - L_m^2}{r_2 L_1} = \frac{L_{2\sigma} + k_1 L_{1\sigma}}{r_2} \approx \frac{L_k}{r_2} = \frac{x_k}{r_2 \omega_{1ном}} \approx \frac{1}{s_k \omega_{1ном}},$$

где:  $L_k = L_{1\sigma} + L_{2\sigma}$  – индуктивность короткого замыкания, а  $s_k = r_2 / x_k$  – приближенное значение критического скольжения. Если произведение  $\omega_2 T_2'$  представить

как  $\frac{\omega_2}{\omega_{1ном} s_k} = \frac{\beta}{s_k}$ , где  $\beta = \frac{\omega_2}{\omega_{1ном}}$  – относительная частота ротора или абсолютное

скольжение, то из (1.34) мы получим

$$\psi_{2x} = \frac{k_1 \psi_{1y}}{(1 + T_2' p) \left[ \frac{s_k}{\beta} (1 + T_2' p) \right] + \frac{\beta}{s_k}} = \frac{k_1 (-U_{1m} / \omega_1)}{(1 + T_2' p) \left[ \frac{s_k}{\beta} (1 + T_2' p) \right] + \frac{\beta}{s_k}} \quad (1.35)$$

После чего из (1.32) с учетом (1.35) можно получить уравнение динамической механической характеристики

$$m = \frac{2M_k}{(1 + T_2' p) \left[ \frac{s_k}{\beta} (1 + T_2' p) \right] + \frac{\beta}{s_k}}, \quad (1.36)$$

где  $M_k = \frac{3}{4} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \left( -\frac{U_{1m}}{\omega_1} \right)^2 k_1 \approx \frac{3}{2} z_p \left( \frac{U_1}{\omega_1} \right)^2 \frac{1}{L_k}$ .

Выражения (1.33) и (1.36) позволяют построить структурную схему АД, управляемого напряжением и частотой статора при условии  $\psi_1 \approx \text{const}$  или, что то же самое, при  $r_1 = 0$  (рис. 1.12).

Уравнение (1.36) отражает влияние электромагнитных процессов в АД на электромеханические. При  $p = 0$  оно преобразуется в уравнение статической механической характеристики (1.26). Уравнение нелинейно, но для малых прираще-

ний на рабочем участке механической характеристики его можно линеаризовать. Для этого вначале выполним дифференцирование

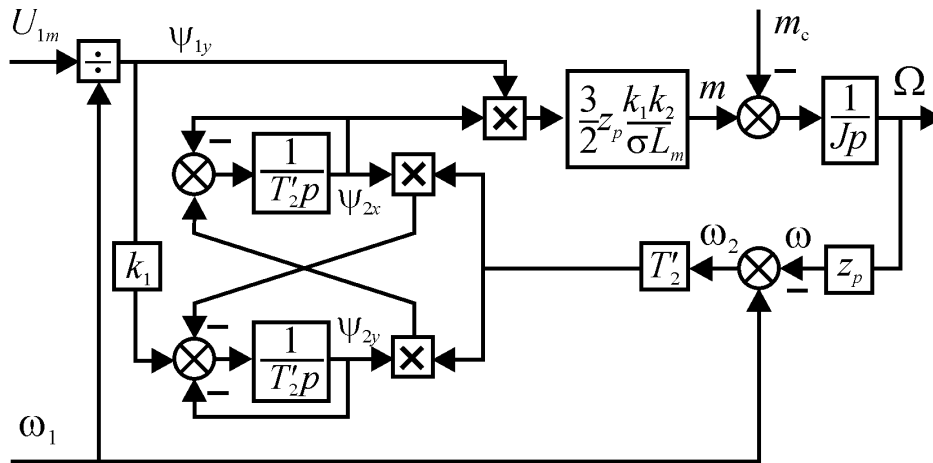


Рис. 1.12. Структурная схема АД при условии  $\psi_1 \approx \text{const}$ .

$$(T'_2)^2 \frac{d^2 m}{dt^2} + 2T'_2 \frac{dm}{dt} + m \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{s_k} \right)^2 \right] + (T'_2)^2 \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{dt} \frac{dm}{dt} - T'_2 \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{dt} m = 2M_k \frac{\beta}{s_k},$$

а затем разложим результат в ряд Тейлора в окрестности точки  $M_0, \beta_0$ . Пренебрегая членами ряда высшего порядка, после преобразований представим уравнение механической характеристики в приращениях в виде

$$(T'_2)^2 \frac{d^2 \Delta M}{dt^2} + 2T'_2 \frac{d\Delta M}{dt} + \Delta M \left[ 1 + \left( \frac{\beta_0}{s_k} \right)^2 \right] = \frac{2M_k}{s_k} \left( \frac{s_k^2 - \beta_0^2}{s_k^2 + \beta_0^2} \Delta\beta + T'_2 \frac{s_k^2}{s_k^2 + \beta_0^2} \frac{d\Delta\beta}{dt} \right)$$

Это уравнение позволяет анализировать электромеханические процессы в любой точке статической механической характеристики. Однако для АД наибольший интерес представляет рабочий участок характеристики при  $s < s_k$ . Тогда, полагая  $M_0 = 0$  и  $\beta_0 = 0$ , соответственно  $\Delta M = m - M_0 = m$  и  $\Delta\beta = \beta - \beta_0 = \beta$ , получим

$$m \left[ (T'_2)^2 p^2 + 2T'_2 p + 1 \right] = \frac{2M_k}{s_k} \beta (1 + T'_2 p) \Rightarrow (1 + T'_2 p)m = h_U (\omega_1 - \omega),$$

где  $h_U = \frac{2M_k}{\omega_{1ном} s_k} = 2M_k T'_2$  (1.37)

– модуль жесткости линеаризованной механической характеристики.

Таким образом, на рабочем участке механической характеристики АД можно представить звеном первого порядка (рис. 1.13) с передаточной функцией динамической жесткости

$$h_d(p) = \frac{m(p)}{\omega(p)} = - \frac{h_U}{1 + T'_2 p}$$

Постоянная времени  $T'_2$  двигателей общего применения составляет величину 5...50 мс и меньшие значения соответствуют двигателям малой мощности

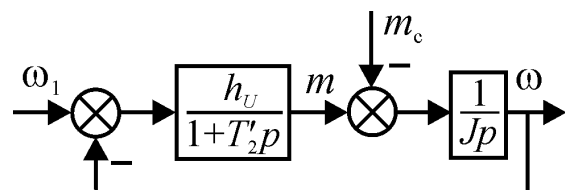


Рис. 1.13. Структурная схема АД для рабочего участка механической характеристики



### 1.2.4 Статические характеристики АД при питании от источника тока

#### 1.2.4.1 Круговая диаграмма АД при питании от источника тока

В последнее время в связи с развитие регулируемого асинхронного электропривода возникла необходимость изучения свойств АД при питании его от источника тока. Это объясняется тем, что значительная часть используемых в приводе преобразователей частоты обладает свойствами источника тока, т.к. они формируют в фазах двигателя токи, не зависящие от режима работы машины и ее параметров.

В этом случае схема замещения АД имеет вид, показанный на рис. 1.14. Построим векторную диаграмму этой цепи, совместив, как обычно, вектор основного магнитного потока  $\underline{\Phi}_m$  с вещественной осью (рис. 1.15). Тогда ток намагничивания  $\underline{I}_m$  будет сонаправлен с потоком.

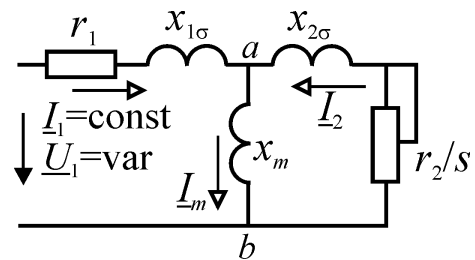


Рис. 1.14. Схема замещения АД при питании от источника тока

Напряжение  $\underline{U}_{ab}$  в ветви ротора уравнивается суммой падений напряжений на  $r_2/s$  и  $x_{2\sigma}$  и при изменении скольжения вектор тока ротора  $\underline{I}_2$  описывает окружность диаметром  $U_{ab}/x_{2\sigma}$  с центром, расположенным в точке  $\underline{I}_m + \frac{U_{ab}}{2x_{2\sigma}} = \frac{U_{ab}}{x_m} \cdot \frac{1 + 2k_{2\sigma}}{2k_{2\sigma}}$ , где  $k_{2\sigma} = x_{2\sigma}/x_m = L_{2\sigma}/L_m$  – коэффициент рассеяния ротора.

Поскольку в исследуемой модели мы пренебрегаем потерями в магнитопроводе, то все точки, отделяющие на круговой диаграмме дуги, соответствующие режимам работы АД, будут симметричными относительно вещественной оси. Точки холостого хода ( $s = 0$ ) и бесконечно больших скольжений ( $s = \pm\infty$ ) расположатся на вещественной оси, а точка короткого замыкания ( $s = 1,0$ ) – на пересечении гипотенузы (или её продолжения) прямоугольного треугольника  $ABC$ , катетами которого в некотором масштабе являются  $x_{2\sigma}$  ( $AB$ ) и  $r_2$  ( $BC$ ).

Так как в АДУТ значение тока статора  $\underline{I}_1$  остаётся неизменным во всех режимах, то геометрическим местом точек конца вектора  $\underline{I}_1$  является полуокружность  $Q_1P_1N_1M_1M_2N_2P_2Q_2$  с центром в начале координат и радиусом равным  $|\underline{I}_1|$ .

С другой стороны, ток  $\underline{I}_1$  равен сумме тока намагничивания и тока ротора, поэтому конец этого вектора должен располагаться в точке круговой диаграммы тока  $\underline{I}_2$ , соответствующей режиму работы АД (скольжению  $s$ ). Следовательно, он будет располагаться в точке пересечения полуокружности, соответствующей его модулю, с окружностью круговой диаграммы тока  $\underline{I}_2$ .

Изменение режима работы АД будет приводить к изменению полного сопротивления участка  $a - b$  схемы замещения, что при  $|\underline{I}_1| = const$  вызовет изменение падения напряжения  $\underline{U}_{ab}$ . Но с напряжением  $U_{ab}$  линейно связаны ток намагничивания и диаметр окружности круговой диаграммы. Поэтому при изменении режима работы АД круговая диаграмма будет изменять диаметр и положение цен-

тра, оставаясь внутри касательных, образующих с вещественной осью угол  $\alpha = \pm \arcsin\left(\frac{1}{1+2k_{2\sigma}}\right)$ . Это непосредственно следует из рассмотрения прямоугольного треугольника, гипотенузой которого является центр круговой диаграммы  $\underline{I}_2$   $\left(OA = \frac{U_{ab}}{x_m} \cdot \frac{1+2k_{2\sigma}}{2k_{2\sigma}}\right)$ , а катетами её радиус  $\left(\frac{U_{ab}}{2x_{2\sigma}}\right)$  и касательная, проведённая из начала координат. Отсюда –

$$\sin \alpha = \frac{U_{ab}}{2x_{2\sigma}} \cdot \frac{2k_{2\sigma}x_m}{U_{ab}(1+2k_{2\sigma})} = \frac{1}{1+2k_{2\sigma}}$$

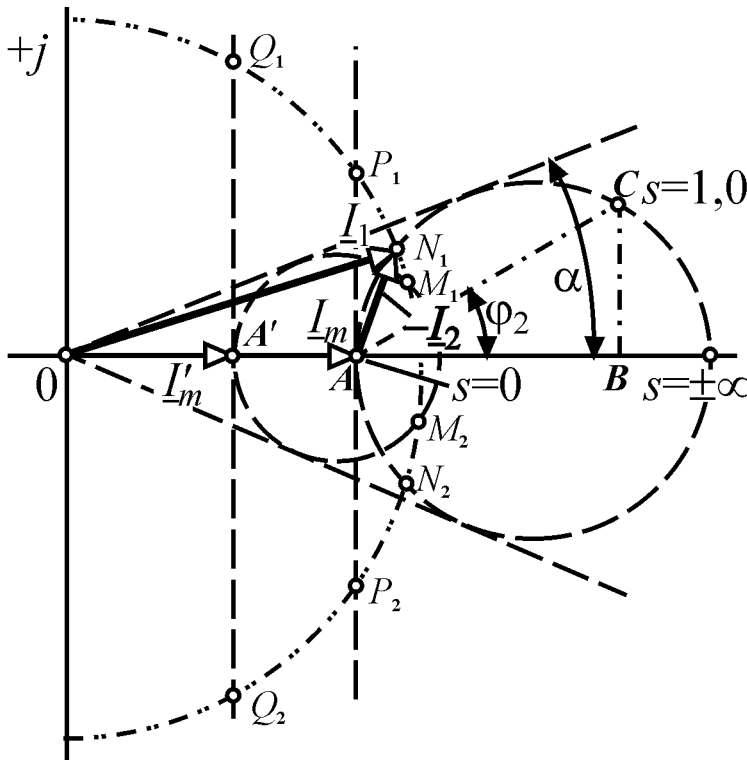


Рис. 1.15. Круговая диаграмма АД при питании от источника тока.

На рис. 1.15 показаны два произвольных режима работы АД и соответствующие этим режимам круговые диаграммы. Чтобы не усложнять рисунок, векторы токов изображены только для одного из режимов. В первом случае вектор  $\underline{I}_1$  находится в точке  $N_1$ , расположенной на дуге двигательного режима АД. При увеличении скольжения ток ротора растёт, а намагничивания – уменьшается. Поэтому круговая диаграмма смещается вдоль касательных к началу координат, уменьшаясь в диаметре, и образует новую точку пересечения –  $M_1$ . Точки  $N_2$  и  $M_2$  соответствуют таким же скольжениям в генераторном режиме. Предельными положениями круговой диаграммы будут касания ею полуокружности тока снаружи (режим холостого хода) и внутри (режим бесконечно большого скольжения).

Интенсивность трансформации круговой диаграммы тока  $\underline{I}_2$  при изменении нагрузки определяется углом  $\alpha$  между касательными, внутри которых она расположена, а этот угол, в свою очередь, полностью определяется коэффициентом рассеяния ротора  $k_{2\sigma}$ . В частности, он определяет величину дуги полуокружности тока  $\underline{I}_1$ , в пределах которой может находиться ток статора при всех возможных режимах работы АД.

Если пренебречь потоком рассеяния ротора, то окружности векторных диаграмм  $\underline{I}_2$  вырождаются в прямые линии  $P_1P_2$  и  $Q_1Q_2$ , проходящие через точки концов

Если пренебречь потоком рассеяния ротора, то окружности векторных диаграмм  $\underline{I}_2$  вырождаются в прямые линии  $P_1P_2$  и  $Q_1Q_2$ , проходящие через точки концов

векторов тока намагничивания (рис. 1.15), и ток  $I_2$  потеряет реактивную составляющую.

1.2.4.2 Токи намагничивания и ротора

При постоянном значении модуля тока  $I_1$  падение напряжения  $U_{ab}$  будет определяться полным сопротивлением участка  $a-b$  схемы замещения (рис. 1.14). Комплексное сопротивление этого участка равно

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{jx_m \left( \frac{r_2}{s} + jx_{2\sigma} \right)}{\frac{r_2}{s} + j(x_m + x_{2\sigma})} = \frac{j\omega_1 L_m (r_2 + js\omega_1 L_{2\sigma})}{r_2 + js\omega_1 L_2}$$

Модуль  $\underline{Z}_{ab}$  можно определить как  $z_{ab} = x_m \sqrt{\frac{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma} / r_2)^2}{1 + (s\omega_1 L_2 / r_2)^2}} = x_m \zeta_{ab}$ .

Значение  $U_{ab}$  можно представить через ток статора  $I_1$  и полное сопротивление  $z_{ab}$  как  $U_{ab} = I_1 z_{ab} = I_1 x_m \zeta_{ab}$ , т.е. характер его изменения полностью соответствует изменению  $\zeta_{ab}$ , т.к.  $I_1$  и  $x_m$  постоянные величины.

Отсюда ток намагничивания

$$I_m = U_{ab} / x_m = I_1 \zeta_{ab} \xrightarrow{s \rightarrow \pm\infty} I_1 k_{2\sigma}$$

Изменение тока намагничивания в функции скольжения показано на рис. 1.16. В режиме холостого хода весь входной ток протекает по ветви намагничивания, а по мере роста скольжения его значение уменьшается и стремится к величине  $I_1 k_{2\sigma}$ . Уже при малых отклонениях от точки холостого хода, т.е. при скольжениях соответствующих рабочему режиму, происходит резкое уменьшение тока намагничивания, что вызывает пропорциональное уменьшение основного магнитного потока, крайне неблагоприятно сказывающееся на работе машины. Уменьшение магнитного потока на рабочем участке будет происходить также из-за глубокого насыщения магнитопровода, если во всех режимах ток статора поддерживать на уровне, превышающем значение тока холостого хода. Но работа машины при токе холостого хода невозможна, т.к. создаваемый ею момент будет равен нулю. Поэтому ток статора АД в процессе работы нужно изменять в зависимости от скольжения обратно пропорционально функции  $\zeta_{ab}(s)$ , т.е.

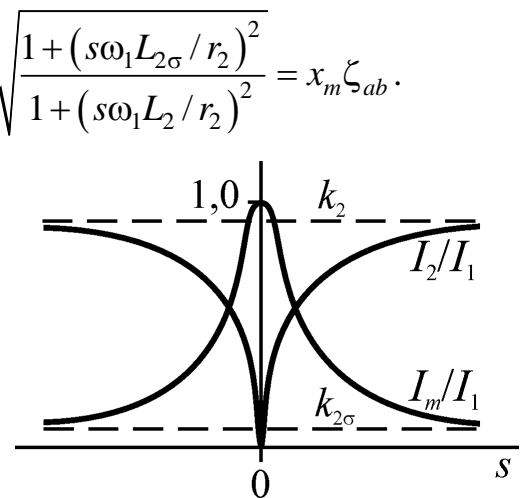


Рис. 1.16. Зависимость токов намагничивания и ротора от скольжения

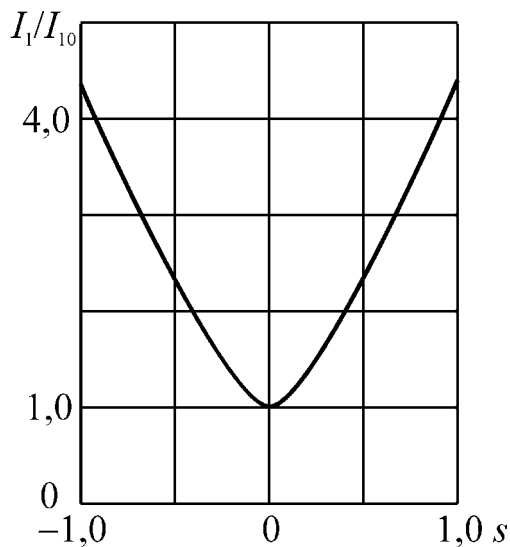


Рис. 1.17. Относительное изменение тока статора стабилизирующее основной магнитный поток.

резкое уменьшение тока намагничивания, что вызывает пропорциональное уменьшение основного магнитного потока, крайне неблагоприятно сказывающееся на работе машины. Уменьшение магнитного потока на рабочем участке будет происходить также из-за глубокого насыщения магнитопровода, если во всех режимах ток статора поддерживать на уровне, превышающем значение тока холостого хода. Но работа машины при токе холостого хода невозможна, т.к. создаваемый ею момент будет равен нулю. Поэтому ток статора АД в процессе работы нужно изменять в зависимости от скольжения обратно пропорционально функции  $\zeta_{ab}(s)$ , т.е.

$I_1(s) = \frac{I_{10}}{\zeta_{ab}(s)}$ , где  $I_{10}$  – ток холостого хода (рис. 1.17). Тогда

$I_m(s) = I_1(s)\zeta_{ab}(s) = \frac{I_{10}}{\zeta_{ab}(s)}\zeta_{ab}(s) = I_{10} = \text{const}$ . Этот режим соответствует работе АД с постоянным магнитным потоком, равным потоку в режиме холостого хода.

Функциональную зависимость  $I_1(s)$  для общего случая частотного управления можно представить в виде

$$I_1(s) = I_{10} \sqrt{\frac{1 + (s\omega_1 L_2 / r_2)^2}{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma} / r_2)^2}},$$

т.е. в этом случае управление током статора нужно осуществлять в функции скольжения, а точнее, в функции частоты ротора, т.к.  $s\omega_1 = \omega_2$ .

Из схемы замещения рис. 1.14 ток ротора можно определить как

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{\sqrt{(r_2/s)^2 + x_{2\sigma}^2}} = \frac{I_1 z_{ab} s}{r_2 \sqrt{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma} / r_2)^2}} = I_1 \frac{s\omega_1 L_m}{r_2 \sqrt{1 + (s\omega_1 L_2 / r_2)^2}} \xrightarrow{s \rightarrow \pm\infty} I_1 k_2.$$

Характер изменения тока ротора показан на рис. 1.16. В режиме холостого хода он равен нулю, а с увеличением скольжения монотонно стремится к значению  $I_1 k_2$ , где  $k_2 = L_m / L_2$  – коэффициент электромагнитной связи ротора.

Таким образом, при питании АД от источника тока с изменением нагрузки происходит перераспределение тока между ветвями намагничивания и ротора. При этом в отличие от режима питания источником ЭДС, электрохимические характеристики монотонны и симметричны относительно точки холостого хода.

### 1.2.4.3 Электромагнитный момент

Определим электромагнитный момент АД\*, воспользовавшись векторным представлением токов намагничивания и ротора

$$m = \frac{m_1}{2} z_p L_m |\mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_1| = \frac{m_1}{2} z_p L_m |\mathbf{i}_2 \times (\mathbf{i}_m - \mathbf{i}_2)| = \frac{m_1}{2} z_p L_m |\mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_m| = \frac{m_1}{2} z_p L_m I_{2\max} I_{m\max} \sin \psi,$$

где  $m_1$  – число фаз статора;  $z_p$  – число пар полюсов;  $\mathbf{i}_2$  и  $\mathbf{i}_m$  – пространственные векторы токов ротора и намагничивания;  $I_{2\max}$  и  $I_{m\max}$  – их модули или амплитуд, а  $\sin \psi$  – угол между векторами (рис. 1.18). Но  $\psi + \varphi_2 = \pi/2 \Rightarrow \sin \psi = \cos \varphi_2$ . Учитывая это равенство и переходя к действующим значениям, получим

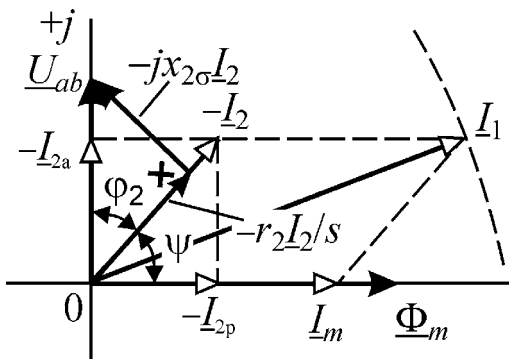


Рис. 1.18. Векторная диаграмма АД при токовом управлении

$$m = \frac{m_1}{2} z_p L_m I_{m\max} I_{2\max} \cos \varphi_2 = m_1 z_p L_m I_m I_{2a},$$

\* См. таблицу 1.1 раздела 1.1.4.

где  $I_{2a}$  – активная составляющая тока ротора. Найти эту составляющую не представляет труда, пользуясь схемой замещения рис. 1.14 –

$$\underline{I}_2 = \frac{U_{ab}}{r_2/s + jx_{2\sigma}} \Rightarrow I_{2a} = \frac{U_{ab}s}{r_2\sqrt{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma}/r_2)^2}} = I_1 \frac{z_{ab}s}{r_2\sqrt{1 + (s\omega_1 L_{2\sigma}/r_2)^2}}.$$

Тогда, с учетом  $I_m = I_1 z_{ab} / x_m$ , электромагнитный момент АД будет равен –

$$m = M_k \mu, \tag{1.38}$$

где  $M_k = \frac{m_1}{2} z_p \frac{L_m^2}{L_2} I_1^2$  – критический момент,  $\mu = \frac{2}{\frac{s_k}{s} + \frac{s}{s_k}}$  – относительное значение

момента, а  $s_k = \pm \frac{r_2}{x_2}$  – критическое скольжение.

Нетрудно заметить, что выражение (1.38) представляет собой формулу Клосса, но в отличие от режима питания источником ЭДС, в ней отсутствуют элементы  $as_k = r_1 s_k / r_2$ . Это вполне объяснимо, т.к. питание от источника тока исключает влияние на процессы в АД падения напряжения в цепи статора ( $r_1 + jx_{1\sigma}$ ) и в этом смысле эквивалентно условию  $r_1 = x_{1\sigma} = 0$ . Как следствие этого, критические моменты при токовом питании в двигательном и генераторном режимах одинаковы (сплошная линия на рис. 1.19) и вся механическая характеристика симметрична относительно точки холостого хода. Сравнивая критические моменты в двигательном режиме при двух видах питания и полагая, что ток статора равен номинальному, получим для их отношения

$$\frac{M_{kU}}{M_{kI}} = \frac{U_{1ном}^2}{I_{1ном}^2} \cdot \frac{L_2}{L_m^2 \omega_{1ном}^2 L_k} = 3K 1.$$

Сопоставляя аналогично критические скольжения, получим

$$\frac{s_{kU}}{s_{kI}} = \frac{x_2}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}} = 3K 20.$$

При питании от источника тока АД развивает при прочих равных условиях больший электромагнитный момент, чем в случае питания от источника ЭДС. Для получения представления о количественном соотношении положим  $I_1 = I_{1ном} \approx I_2$ ;  $s = s_{ном}$  и сопоставим критический момент  $M_{kI}$  с моментом  $M_{ном}$ , соответствующим номинальному скольжению при питании от источника ЭДС. Тогда для двигателей мощностью от 1 до

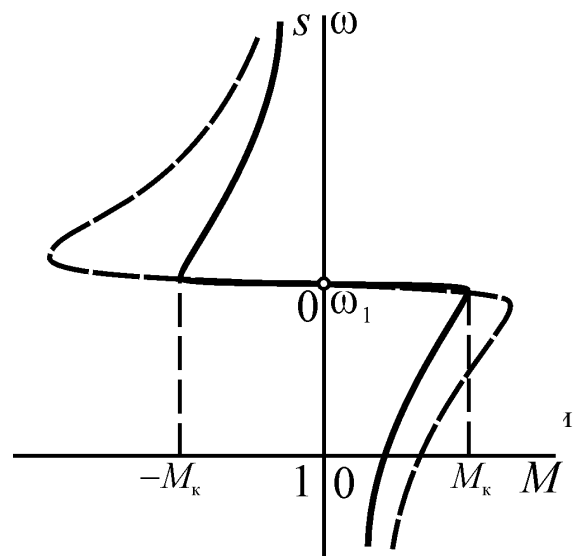


Рис. 1.19. Механические характеристики АД при питании от источника ЭДС (---) и от источника тока (—).

90 кВт получим

$$\frac{M_{кI}}{M_{НОМ}} = \frac{s_{НОМ} \omega_{НОМ} L_m^2}{r_2 x_2} = 1,3 \text{ К } 4,5.$$

На самом деле это отношение будет большим, т.к. номинальный момент здесь рассчитывается по значению тока ротора при условии приближенного равенства  $I_2 \approx I_{НОМ}$ , в то время как  $I_2 < I_{НОМ}$ . Способность АД развивать больший момент при питании от источника тока широко используется для разгона гиродвигателей.

Проанализируем теперь влияние частоты источника питания на механическую характеристику АД. В соответствии с (1.38) эта характеристика полностью определяется двумя параметрами – критическим моментом  $M_k$  и скольжением  $s_k$ . Величина критического момента не зависит от частоты, а критическое скольжение можно представить в виде

$$s_k = \pm \frac{r_2}{x_2} = \pm \frac{r_2}{\omega_1 L_2} = \pm \frac{1}{\omega_1 T_2}.$$

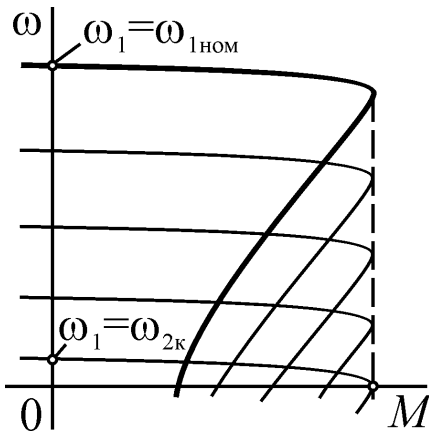


Рис. 1.20. Механические характеристики АД при частотно-токовом управлении

Но скольжение по определению является отношением частоты ротора к частоте статора, т.е.  $s_k = \omega_{2к} / \omega_1$ . Следовательно, частота ротора соответствующая критическому скольжению равна  $\omega_{2к} = 1/T_2 = const = \omega_1 - \omega_k$ , поэтому при изменении частоты питания  $\omega_1$  частота вращения соответствующая критическому скольжению  $\omega_k$  будет изменяться так, чтобы разность этих частот оставалась постоянной. Таким образом, с изменением частоты механические характеристики будут просто смещаться параллельно естественной характеристике (рис. 1.20).

Предельный случай снижения частоты питания с сохранением перегрузочной способности двигателя показан на рис. 1.20. Он соответствует равенству пускового и критического моментов ( $M_{п} = M_k$ ) или условию  $\omega_1 = \omega_{2к}$ , т.к. при дальнейшем смещении характеристики вниз ее рабочий участок и запас устойчивости уменьшаются, будучи ограничены пусковым моментом. Тогда диапазон регулирования скорости вращения составит

$$D = \frac{\omega_{НОМ}}{\omega_{2к}} = \omega_{НОМ} T_2,$$

и будет существенно больше, чем при питании от источника ЭДС. В реальной машине это значение несколько меньше, т.к. на него влияют насыщение магнитопровода, вызывающее уменьшение  $L_m$  и, следовательно,  $L_2$ , а также нагрев обмотки ротора, приводящий к увеличению  $r_2$ .

**1.2.5 Динамические характеристики АД при питании от источника тока.**

Основой для анализа динамических свойств АД может быть векторное уравнение ротора в синхронной системе координат  $xу$  (1.28), если в нем ток ротора представить через ток статора  $i_2 = (\psi_2 - L_m i_1) / L_2$ . Запишем это уравнение в форме Коши

$$\frac{d\psi_2}{dt} = \frac{1}{T_2} (i_1 L_m - \psi_2 - j\omega_2 T_2 \psi_2)$$

и выделим составляющие векторов, при условии совмещения оси  $x$  системы координат с вектором  $i_1$ . Тогда с учетом  $i_{1x} = I_{1m}$ ;  $i_{1y} = 0$  получим

$$\frac{d\psi_{2x}}{dt} = \frac{1}{T_2} (I_{1m} L_m - \psi_{2x} + \omega_2 T_2 \psi_{2y}); \tag{1.39}$$

$$\frac{d\psi_{2y}}{dt} = \frac{1}{T_2} (-\psi_{2y} - \omega_2 T_2 \psi_{2x})$$

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m}{L_2} |\psi_2 \times i_1| = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m}{L_2} (-\psi_{2y} i_{1x}) \tag{1.40}$$

Структурная схема, соответствующая уравнениям (1.39-1.40) совместно с уравнением движения  $m - m_c = J d\Omega / dt$ , представлена на рис. 1.21. Она имеет два независимых управляющих входа: задания тока  $I_{1m}$  и частоты  $\omega_1$  статора. Однако при анализе тока намагничивания было отмечено, что нормальная работа двигателя возможна только при введении функциональной связи между каналом управления током и скольжением или скоростью вращения\*.

Заменим производную в (1.39) оператором Лапласа и представим уравнения в виде

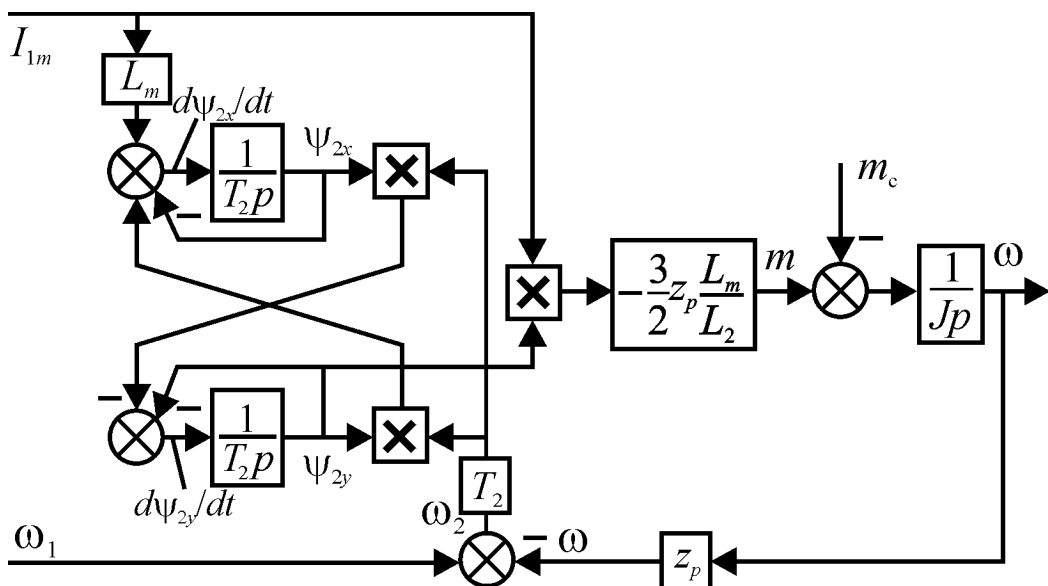


Рис. 1.21. Структурная схема АД при частотно-токовом управлении

\* см. раздел 1.2.4.2

$$\begin{aligned}\psi_{2x}(1+T_2p) - \psi_{2y}\omega_2T_2 &= I_{1m}L_m \\ \psi_{2y}(1+T_2p) + \psi_{2x}\omega_2T_2 &= 0\end{aligned}$$

Отсюда

$$-\psi_{2y} = \frac{L_m I_{1m}}{(1+T_2p) \left[ \frac{1+T_2p}{\omega_2 T_2} \right] + \omega_2 T_2}.$$

Подставляя это выражение в уравнение момента (1.40), получим уравнение динамической механической характеристики

$$m = \frac{2M_k}{(1+T_2p) \left[ \frac{s_k(1+T_2p)}{\beta} \right] + \frac{\beta}{s_k}}, \quad (1.41)$$

где  $M_k = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m^2}{L_2} I_1^2$  – критический момент;  $\beta = \omega_2 / \omega_{1ном}$  – относительная частота ротора или абсолютное скольжение, а  $s_k = r_2 / x_{2ном}$  – критическое скольжение при номинальной частоте статора. При  $p=0$  выражение (1.41) преобразуется в уравнение статической характеристики АД при токовом управлении (1.38).

Уравнение (1.41) формально идентично уравнению (1.36) для динамической механической характеристики АД при питании от источника ЭДС. Поэтому с ним можно проделать аналогичные преобразования и получить линеаризованную механическую характеристику и передаточную функцию динамической жесткости в виде

$$m = \frac{h_I(\omega_1 - \omega)}{1+T_2p}; \quad h_d(p) = \frac{m(p)}{\omega(p)} = -\frac{h_I}{1+T_2p},$$

где  $h_I = \frac{2M_k}{\omega_{1ном} s_k} = 2M_k T_2$  – модуль

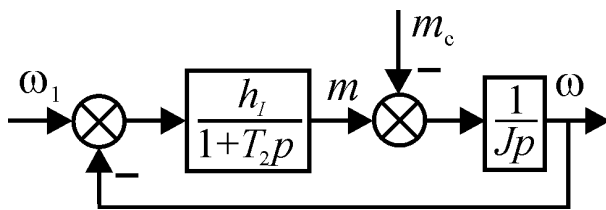


Рис. 1.22. Структурная схема АД для рабочего участка механической характеристики при токовом управлении

жесткости линеаризованной механической характеристики. Жесткость этой характеристики существенно выше, чем характеристики АД с источником ЭДС (1.37). Их отношение составляет

$$\frac{h_I}{h_U} = \frac{M_{кI} T_2}{M_{кU} T_2'} = 1 \text{К } 20.$$

Однако инерционность привода питающегося от источника тока во много раз больше, т.к.  $T_2 / T_2' = 3 \text{К } 20$ . В абсолютном исчислении постоянная времени ротора составляет 0,15-1,5 с и большие значения относятся к двигателям большей мощности.

### 1.2.6 Модель АД при импульсном питании.

В современном приводе АД очень часто питаются от импульсных источников с постоянным (ШИП) или переменным (НПЧ) уровнем напряжения в интервалах



между коммутациями ключей и для анализа электромагнитных процессов в этом случае необходима динамическая модель двигателя, позволяющая определить ток статора или передаточную функцию  $i_1(p) = F[u_1(p)]$ . Это можно сделать, пользуясь тем, что в межкоммутационных интервалах векторное уравнение статора АД в неподвижных координатах  $\alpha\beta$  имеет вид

$$\begin{aligned} u_1 &= i_1 r_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = i_1 r_1 + \frac{d}{dt}(i_1 L_1 + i_2 L_m) = \\ &= i_1 r_1 + \frac{d}{dt} \left[ i_1 L_1 + \frac{L_m}{L_2} (\psi_2 - i_1 L_m) \right] = i_1 r_1 + L'_1 \frac{di_1}{dt} + u_{\psi} \end{aligned} \quad (1.42)$$

где  $L'_1$  – переходная индуктивность статора\*, а  $u_{\psi} = \frac{L_m}{L_2} \frac{d\psi_2}{dt} = k_2 \frac{d\psi_2}{dt}$  – падение напряжения создаваемое в обмотках статора магнитным потоком ротора.

Выделим проекции векторов в уравнении (1.42) –

$$u_{1\alpha} = i_{1\alpha} r_1 + L'_1 \frac{di_{1\alpha}}{dt} + u_{\psi\alpha}; \quad u_{1\beta} = i_{1\beta} r_1 + L'_1 \frac{di_{1\beta}}{dt} + u_{\psi\beta}$$

Но  $\alpha$ -проекции векторов соответствуют реальным величинам тока и напряжений в фазе  $a$ , поэтому

$$u_{1a} = i_{1a} r_1 + L'_1 \frac{di_{1a}}{dt} + u_{\psi a} \Leftrightarrow i_{1a}(p) = \frac{u_{1a}(p) - u_{\psi a}(p)}{r_1(1 + T'_1 p)} \quad (1.43)$$

т.е. обмотку статора АД можно представить схемой замещения и структурной схемой в виде апериодического звена первого порядка с постоянной времени  $T'_1 = L'_1 / r_1$ , представленными на рисунке 1.23.

В ШИП напряжение статора  $u_{1a}$  в пределах межкоммутационного интервала имеет постоянное значение, соответствующее состоянию ключей инвертора, а ЭДС ротора равна  $u_{\psi a} = U_{\psi m} \sin(\omega_1 t + \phi_{\psi}) \approx \omega_1 k_2 \psi_{2m} \sin \omega_1 t$ . Приближенное равенство справедливо в предположении о малой величине начальной фазы  $\phi_{\psi}$  ЭДС, что близко к действительной картине процессов в АД. При частоте коммутации более чем на порядок превышающей частоту основной гармоники при расчетах можно считать, что в пределах межкоммутационного интервала  $u_{\psi a} \approx \text{const}$ .

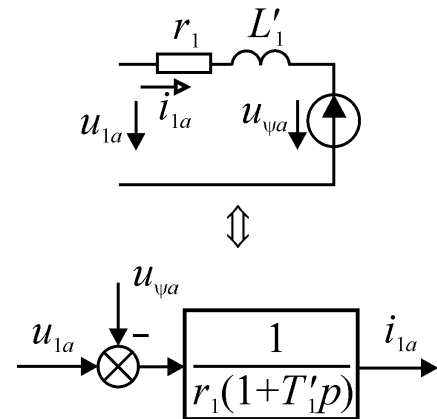


Рис. 1.23. Схема замещения и структурная схема фазы АД.

В НПЧ с естественной коммутацией  $u_{1a}$  является синусоидальной функцией времени с параметрами, определяемым состоянием ключей. В случае высокочастотной искусственной коммутации можно считать, что в межкоммутационном интервале  $u_{1a} \approx \text{const}$  и соответствует некоторому среднему значению.

\* см. раздел 1.2.3

## 2. Частотное управление асинхронным двигателем

### 2.1. Модульное управление

До середины 70-х годов прошлого столетия модульное или скалярное частотное управление было основным видом управления, используемым в автоматизированном асинхронном электроприводе. Но и в настоящее время, несмотря на конкуренцию с векторными способами управления, оно довольно широко распространено, т.к. позволяет решать многие технические задачи массового электропривода проще и эффективнее. Это относится в первую очередь к приводам с малым диапазоном регулирования и низкими требованиями к динамике. Термин модульное управление связан с тем, что оно базируется на изменении модулей величин, определяющих электромагнитный момент АД (частоты, напряжения, токов и магнитных потоков). Физической основой модульных способов управления являются электромагнитные процессы в АД, возникающие при изменении этих величин.

#### 2.1.1 Влияние частоты питания на электромагнитные процессы в АД.

Изучение влияния изменения частоты питания начнем с электромагнитных процессов в АД. Для этого запишем векторное уравнение цепи статора АД (1.20) в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$ , опуская индекс системы:

$$\underline{u}_1 = r_1 \underline{i}_1 + \frac{d\underline{\psi}_1}{dt} \quad (2.1)$$

Далее представим полное потокосцепление статора  $\underline{\psi}_1$  в виде суммы потокосцепления рассеяния и основного потокосцепления  $\underline{\psi}_1 = \underline{\psi}_{1\sigma} + \underline{\psi}_m$ . Потокосцепление рассеяния создается током статора и его можно представить как  $\underline{\psi}_{1\sigma} = L_{1\sigma} \underline{i}_1$ . Подставляя эти выражения в (2.1), получим

$$\underline{u}_1 = r_1 \underline{i}_1 + L_{1\sigma} \frac{d\underline{i}_1}{dt} + \frac{d\underline{\psi}_m}{dt}. \quad (2.2)$$

Векторное уравнение (2.2) не содержит ЭДС вращения, поэтому уравнение фазного напряжения будет иметь точно такой же вид и в символической форме его можно записать в виде

$$\underline{U}_{1m} = r_1 \underline{I}_{1m} + j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_{1m} + j\omega_1 w_{1\sigma} \underline{\Phi}_m.$$

Здесь потокосцепление  $\underline{\psi}_m$  представлено через эффективное число витков обмотки статора  $w_{1\sigma}$  и комплексную амплитуду основного магнитного потока  $\underline{\Phi}_m$ , а множители  $j\omega_1$  соответствуют операции дифференцирования в уравнении (2.2). Отсюда комплексная амплитуда потока

$$\underline{\Phi}_m = \frac{-j}{2\pi w_{1\sigma}} \left( \frac{\underline{U}_{1m}}{f_1} - \frac{r_1}{f_1} \underline{I}_{1m} - j2\pi L_{1\sigma} \underline{I}_{1m} \right). \quad (2.3)$$

Если принять  $r_1 \approx 0$ ;  $L_{1\sigma} \approx 0$ , то амплитуда основного магнитного потока будет равна  $\Phi_m = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\omega_{1\sigma}} \left( \frac{U_1}{f_1} \right) = c_\Phi \frac{U_1}{f_1}$ , т.е. будет определяться соотношением  $U_1 / f_1$ , которое в АД выполняет функцию аналогичную току возбуждения двигателя постоянного тока (ДПТ). Поэтому для поддержания постоянного основного магнитного потока при изменении частоты питания АД необходимо одновременно изменять напряжение питания.

Активное сопротивление обмотки статора  $r_1$  обычно относительно невелико, но все же имеет конечную величину. Поэтому второе слагаемое в (2.3) при уменьшении частоты увеличивается, снижая основной поток АД. Это снижение пропорционально также величине тока статора и увеличивается по мере увеличения нагрузки АД. Его можно компенсировать соответствующим увеличением напряжения  $U_1$ , однако, при любых конечных значениях  $r_1$  и  $I_1$ , если  $f_1 \rightarrow 0$ , то величина магнитного потока также снижается до нуля.

Величина третьего слагаемого в уравнении (2.3) определяется индуктивностью рассеяния и током статора. По мере роста нагрузки это слагаемое также увеличивается и снижает магнитный поток, однако, в отличие от снижения, вызванного падением напряжения на  $r_1$ , влияние нагрузки здесь проявляется на всех частотах одинаково.

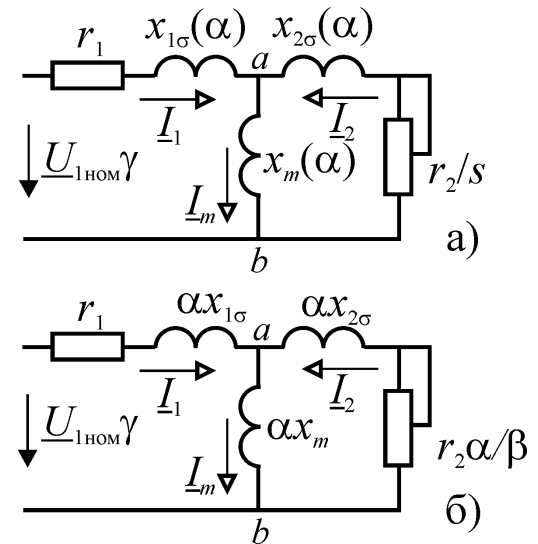


Рис. 2.1. Схема замещения АД при частотном управлении

Введем относительные величины: частоту статора  $\alpha = \frac{\omega_1}{\omega_{1ном}} = \frac{f_1}{f_{1ном}}$ , частоту ротора  $\beta = \frac{\omega_2}{\omega_{1ном}} = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_{1ном}} = \frac{f_2}{f_{1ном}}$  и напряжение статора  $\gamma = \frac{U_1}{U_{1ном}}$ . Тогда уравнения цепей статора и ротора, а также схему замещения АД в статическом режиме можно представить так, как показано на рис. 2.1 а, где –

$$x_{1\sigma}(\alpha) = \omega_1 L_{1\sigma} = \alpha \omega_{1ном} L_{1\sigma} = \alpha x_{1\sigma}; \quad x_{2\sigma}(\alpha) = \omega_1 L_{2\sigma} = \alpha \omega_{1ном} L_{2\sigma} = \alpha x_{2\sigma};$$

$$x_m(\alpha) = \omega_1 L_m = \alpha \omega_{1ном} L_m = \alpha x_m; \quad s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_2 \cdot \omega_{1ном}}{\omega_1 \cdot \omega_{1ном}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Используя эти выражения, преобразуем схему замещения к виду рис. 2.1 б, где все параметры АД соответствуют номинальной частоте питания.

Эта схема наглядно иллюстрирует рассмотренные выше изменения основного магнитного потока при изменении частоты. При уменьшении частоты все сопротивления схемы замещения, кроме  $r_1$ , будут уменьшаться и входное напряже-

ние перераспределяться между  $r_1$  и всей остальной частью цепи так, что  $\underline{U}_{r_1} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} \underline{U}_1$  и  $\underline{U}_{ab} = \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} 0 \Rightarrow \underline{\Phi}_m \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} 0$ .

Нетрудно заметить, что частота ротора  $\beta$  в схеме замещения рис. 2.1 выполняет функцию скольжения  $s$  при номинальной частоте питания. При переменной частоте скольжение  $s$  не может служить параметром, однозначно определяющим режим двигателя, т.к. оно зависит от  $\alpha$ , поэтому в теории частотного управления относительная частота ротора  $\beta$  в соответствии с выполняемой функцией часто называется *абсолютным скольжением*.

Пользуясь схемой замещения рис. 2.1, можно определить зависимости всех величин ( $E_1 = U_{ab}$ ,  $\Phi$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_m$ ,  $M$ ) от относительных переменных  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi$ ,  $\iota$ .

Таблица 2.1

Величина	Регулируемый параметр		
	Напряжение статора $\gamma$	Магнитный поток $\varphi$	Ток статора $\iota$
$E_1$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \alpha \sqrt{\frac{B(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \alpha \varphi$	$I_{1\text{НОМ}} \iota \alpha \sqrt{\frac{B(\beta)}{C(\beta)}}$
$\Phi$	$\frac{U_{1\text{НОМ}}}{c_1 f_{1\text{НОМ}}} \gamma \sqrt{\frac{B(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	*	$\frac{1}{c_1 f_{1\text{НОМ}}} I_{1\text{НОМ}} \iota \sqrt{\frac{B(\beta)}{C(\beta)}}$
$I_1$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \sqrt{\frac{C(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \varphi \sqrt{\frac{C(\beta)}{B(\beta)}}$	*
$I_2$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \frac{\beta}{\sqrt{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \varphi \frac{\beta}{\sqrt{B(\beta)}}$	$I_{1\text{НОМ}} \iota \frac{\beta}{\sqrt{C(\beta)}}$
$I_m$	$U_{1\text{НОМ}} \gamma \sqrt{\frac{D(\beta)}{A(\alpha, \beta)}}$	$E_{1\text{НОМ}} \varphi \sqrt{\frac{D(\beta)}{B(\beta)}}$	$I_{1\text{НОМ}} \iota \sqrt{\frac{D(\beta)}{C(\beta)}}$
$M$	$\frac{m_1 U_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \gamma^2 \frac{r_2 \beta}{A(\alpha, \beta)}$	$\frac{m_1 E_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \varphi^2 \frac{r_2 \beta}{B(\beta)}$	$\frac{m_1 I_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \iota^2 \frac{r_2 \beta}{C(\beta)}$

В таблице 2.1 приняты следующие обозначения:

$$A(\alpha, \beta) = [a(\alpha)]^2 \beta^2 + 2r_1 r_2 \alpha \beta + [b(\alpha)]^2 r_2^2; \quad B(\beta) = r_2^2 + x_2^2 \beta^2;$$

$$C(\beta) = r_2^2 / x_m^2 + (1 + k_{2\sigma})^2 \beta^2; \quad D(\beta) = r_2^2 / x_m^2 + (1 + k_{2\sigma})^2 \beta^2;$$

$$p = r_1(1 + k_{2\sigma}); \quad q = x_m \sigma; \quad v = r_1 / x_m; \quad w = 1 + k_{1\sigma}$$

$$a(\alpha) = \sqrt{p^2 + q^2 \alpha^2}; \quad b(\alpha) = \sqrt{v^2 + w^2 \alpha^2}$$

где  $c_1 = 4,44 w_1 k_{061}$  – конструктивная постоянная статора, определяемая числом витков и обмоточным коэффициентом ( $w_1; k_{061}$ ), а  $k_{1\sigma} = x_{1\sigma} / x_m$ ,  $k_{2\sigma} = x_{2\sigma} / x_m$ ,  $\sigma = k_{1\sigma} + k_{2\sigma} + k_{1\sigma} k_{2\sigma}$  – соответственно, коэффициенты рассеяния статора, ротора и общий;  $\varphi = \Phi_m / \Phi_{m\text{НОМ}}$  – относительное значение магнитного потока в зазоре;  $\iota = I_1 / I_{1\text{НОМ}}$  – относительный ток статора.

Преобразуем выражение для момента АД  $M(\alpha, \beta, \gamma)$  табл. 2.1, разделив числитель и знаменатель на  $r_2\beta$ , тогда

$$M = \frac{m_1 U_{\text{НОМ}}^2}{\omega_{\text{НОМ}}} \gamma^2 \frac{1}{[a(\alpha)]^2 \frac{\beta}{r_2} + [b(\alpha)]^2 \frac{r_2}{\beta} + 2r_1\alpha}$$

Это выражение можно представить в форме Клосса

$$M = \frac{2M_{\text{к}}(1 + q\beta_{\text{к}})}{\frac{\beta}{\beta_{\text{к}}} + \frac{\beta_{\text{к}}}{\beta} + 2q\beta_{\text{к}}}, \quad (2.4)$$

где:  $q(\alpha) = \frac{r_1\alpha}{r_2[b(\alpha)]^2}$ ;  $\beta_{\text{к}}(\alpha) = r_2 \frac{b(\alpha)}{a(\alpha)}$  – критическое абсолютное скольжение;

$$M_{\text{к}}(\alpha, \gamma) = \frac{m_1 U_{\text{НОМ}}^2}{\omega_{\text{НОМ}}} \gamma^2 \frac{q\beta_{\text{к}}}{2r_1\alpha(1 + q\beta_{\text{к}})} \text{ – критический момент.}$$

Критическое скольжение  $\beta_{\text{к}}$  зависит только от частоты статора  $\alpha$ , а критический момент  $M_{\text{к}}$  – также и от напряжения  $\gamma$ , причем, эта зависимость очень сильная (квадратичная).

### 2.1.2 Закон М.П. Костенко

Самый общий анализ процессов в АД, сделанный в предыдущем разделе, позволяет сделать вывод о том, что для обеспечения работоспособности привода при модульном частотном управлении необходимо задать функциональную связь между каналами управления напряжением и частотой питания статора, называемую законом управления.

В 1925 академик Михаил Полиевктович Костенко сформулировал общий закон, обеспечивающий оптимальные условия работы двигателя в следующей форме: *чтобы обеспечить оптимальный режим работы АД при всех значениях частоты и нагрузки, необходимо относительное напряжение двигателя изменять пропорционально произведению относительной частоты на корень квадратный из относительного момента* –

$$\gamma = \alpha \sqrt{\mu} \quad (2.5)$$

где  $\mu = M / M_{\text{НОМ}}$  – относительный электромагнитный момент. Если магнитная цепь машины слабо насыщена и активным сопротивлением статора можно пренебречь, то АД в этом случае будет работать при практически постоянном коэффициенте мощности, запасе статической устойчивости и абсолютном скольжении.

Закон Костенко можно получить из следующих элементарных соображений. Если предположить, что коэффициент перегрузочной способности при регулировании остается постоянным, то критический момент, зависящий от квадрата величины магнитного потока, также должен оставаться постоянным и отношение моментов при двух различных частотах будет равно

$$\frac{M'}{M''} = \frac{(\Phi')^2}{(\Phi'')^2} \Rightarrow \frac{\Phi'}{\Phi''} = \sqrt{\frac{M'}{M''}} \quad (2.6)$$

Но если пренебречь  $r_1$ , то напряжение статора будет уравниваться в основном ЭДС магнитного потока и отношение напряжений будет равно

$$\frac{U'}{U''} \approx \frac{E'}{E''} = \frac{\Phi' f'}{\Phi'' f''} \quad (2.7)$$

Подставляя (2.6) в (2.7), получим закон Костенко

$$\frac{U'}{U''} = \frac{f'}{f''} \sqrt{\frac{M'}{M''}} \Leftrightarrow \gamma = \alpha \sqrt{\mu}.$$

Для некоторых простейших случаев из закона Костенко можно исключить относительный момент. Полагая с точностью до скольжения  $\omega_1 \approx \omega$ , представим уравнение механической характеристики нагрузки степенной функцией  $M_c = C\omega^k$  или, в относительных единицах, как  $\mu = \alpha^k$ . Тогда выражение (2.5) примет вид

$$\gamma = \alpha^{\left(1 + \frac{k}{2}\right)}$$

и для типичных видов нагрузки мы получим законы управления, приведённые в таблице 2.2.

Таблица 2.2

	Вид нагрузки		
	Статическая $M_c = \text{const}; k = 0$	Вентиляторная $M_c = C\omega^2; k = 2$	Постоянная мощность $M_c \omega = \text{const}; k = -1$
Закон управления	$\gamma = \alpha$	$\gamma = \alpha^2$	$\gamma = \sqrt{\alpha}$

Эти законы являются фактическим стандартом, заложенным во все современные преобразователи частоты широкого применения.

Закон Костенко можно рассматривать применительно к разомкнутым и к замкнутым системам управления. Сущностью его является управление напряжением (магнитным потоком) машины в функции нагрузки на валу без непосредственного ее измерения. Если нагрузка уменьшается, то магнитный поток можно также уменьшить, уменьшив напряжение, но сохранив при этом запас статической устойчивости.

### 2.1.3 Разомкнутые системы частотного управления

Как известно, любая система электропривода в статическом режиме должна обеспечивать устойчивость с определённым запасом, а также заданное значение одной или нескольких выходных координат с отклонением, не превышающим допустимой величины. В то же время, любая техническая задача имеет несколько возможных решений и при прочих равных условиях обычно выбирается наиболее простое. Поэтому если к динамике привода не предъявляется особых требований, а статические характеристики соответствуют условиям поставленной задачи, то

наиболее простым и эффективным решением является использование частотного регулирования в разомкнутой системе.

Функциональная схема такой системы показана на рисунке 2.2. Здесь статор АД подключен к преобразователю частоты (ПЧ), имеющему два независимых канала управления амплитудой ( $u_\gamma$ ) и частотой ( $u_\alpha$ ) выходного напряжения

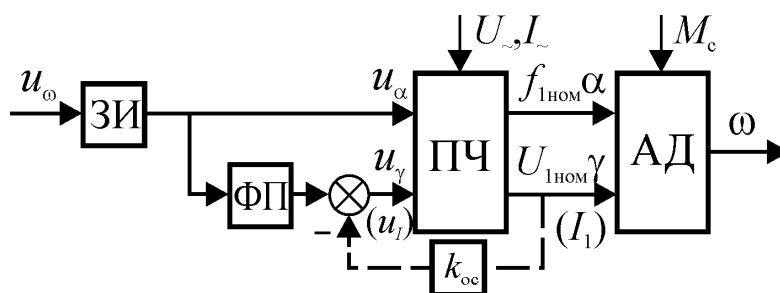


Рис. 2.2. Функциональная схема разомкнутой системы частотного управления

или тока. Канал управления амплитудой может быть охвачен отрицательной обратной связью по соответствующему параметру. На рисунке она показана штриховой линией. В этом случае ПЧ обладает свойствами идеального источника напряжения или тока, и параметры его выходных цепей могут не учитываться при анализе процессов в АД. В противном случае импеданс выходных цепей преобразователя включают в параметры цепи статора.

Функциональный преобразователь (ФП) необходим для формирования закона управления напряжением или током статора АД в зависимости от частоты, т.е. частота в такой системе является независимым параметром, определяющим скорость вращения АД с точностью до скольжения.

Задатчик интенсивности (ЗИ) служит для настройки скорости нарастания и спада входного сигнала, исключая электрические и механические перегрузки. Тщательная его настройка особенно необходима, если ПЧ неререверсивный, т.е. не обладает способностью двухстороннего обмена энергией между питающей сетью и АД, т.к. в этом случае кинетическая энергия, накопленная вращающимися массами, при торможении будет рассеиваться в преобразователе, создавая недопустимые перегрузки или даже аварийные режимы.

При частотно-токовом управлении, т.е. когда ПЧ работает в режиме источника тока, механические характеристики АД не зависят от частоты и обладают существенно меньшим критическим скольжением\*. Кроме того, АД развивает значительно больший момент на валу при том же токе статора. Тем не менее, положительные свойства частотно-токового управления можно использовать только в замкнутой системе с током статора, изменяющимся в функции абсолютного скольжения, т.к. в противном случае необходимая перегрузочная способность достигается значительным увеличением напряжения и тока, что недопустимо в длительном режиме. Поэтому в большинстве случаев ПЧ является источником напряжения, и в этом разделе мы ограничимся рассмотрением только такого режима работы системы.

### 2.1.3.1 Управление частотой по закону $U_1 / f_1 = \text{const}$ и при $U_1 = \text{const}$ .

Управление по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$  или, что то же самое,  $\gamma = \alpha$  является наиболее распространенным частным случаем закона М.П. Костенко.

\* См. раздел 1.2.4.

Схему замещения для статического режима можно получить из схемы рис. 2.1. б) делением всех параметров на  $\alpha$ . В этом случае она имеет вид, показанный на рис. 2.3 а). Основной магнитный поток пропорционален падению напряжения на ветви намагничивания  $U_{bc}$ . Поэтому при уменьшении частоты ( $\alpha \rightarrow 0$ ) и при увеличении нагрузки ( $\beta \rightarrow \infty$ ) он будет уменьшаться. В первом случае будет увеличиваться падение напряжения на  $r_1/\alpha$  за счет уменьшения  $\alpha$ , а во втором – будет увеличиваться падение напряжения на импедансе статора  $z_1 = \sqrt{(r_1/\alpha)^2 + x_{1\sigma}^2}$

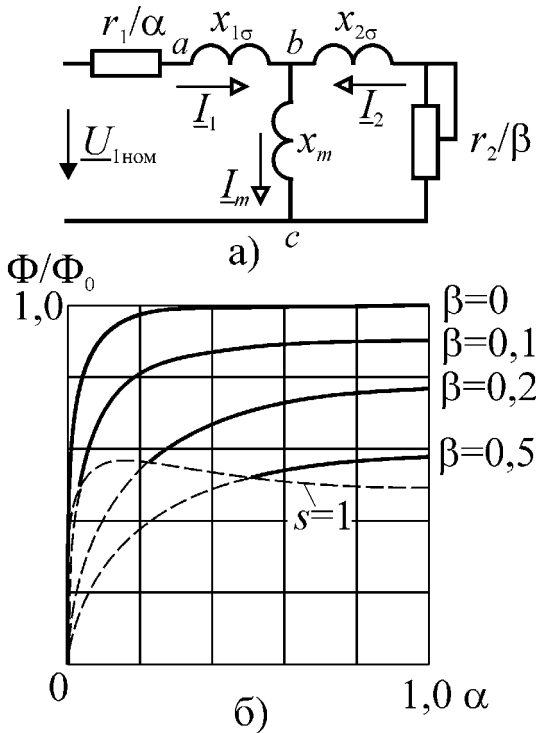


Рис. 2.3. Схема замещения (а) и относительное изменение потока при изменении частоты и нагрузки (б).

за счет увеличения тока  $I_1$ , т.к.  $z_{ab} \xrightarrow{\beta \rightarrow \pm\infty} \min z_{ab} = x_m \text{ P } x_{2\sigma} \approx x_{2\sigma}$ . На рис. 2.3 б) показаны типичные кривые изменения потока. Как и следовало ожидать, при любой нагрузке магнитный поток снижается до нуля при  $\alpha \rightarrow 0$ , однако при частотах статора близких к номинальной поток снижается слабо. Уменьшение потока тем больше, чем выше нагрузка двигателя, т.е. частота ротора или абсолютное скольжение  $\beta$ .

С уменьшением частоты статора при тех же значениях частоты ротора уменьшаются ток, момент и мощность двигателя за счет увеличения  $r_1/\alpha$ . Уменьшается также и КПД двигателя, а коэффициент мощности возрастает, т.к. увеличивается активная составляющая входного импеданса.

Полагая в общем выражении для момента (2.4)  $\gamma = \alpha$ , получим уравнение механической характеристики АД при управлении по закону  $U_1/f_1 = \text{const}$

$$M = M_k \frac{2(1 + q\beta_k)}{\frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\beta_k}{\beta} + 2q\beta_k}, \quad \text{где} \quad (2.8)$$

$$q = \frac{x_m^2 r_1}{\alpha z_1^2 r_2}; \quad z_1(\alpha) = \sqrt{(r_1/\alpha)^2 + x_{1\sigma}^2}; \quad z_1'(\alpha) = \sqrt{(r_1/\alpha)^2 + (x_{1\sigma}')^2}; \quad x' = \sigma x_1; \quad k_2 = x_m/x_2;$$

$$\beta_k = \frac{r_2 z_1(\alpha)}{x_2 z_1'(\alpha)} - \text{абсолютное критическое скольжение}; \quad M_k = \frac{m_1 U_{1ном}^2}{\omega_{1ном}} \cdot \frac{q\beta_k}{2r_1(1 + q\beta_k)} -$$

критический момент.

Из выражения (2.8) следует, что все три величины, определяющие механическую характеристику АД, ( $M_k$ ;  $\beta_k$ ;  $q$ ) изменяются при изменении частоты. Из-за влияния активного сопротивления статора  $r_1$  критический момент в генераторной



области  $M_{кр}$  существенно выше, чем в двигательной  $M_{кд}$ . В двигательном режиме с уменьшением частоты критический момент монотонно уменьшается, что означает уменьшение запаса статической устойчивости при работе на нагрузку с постоянным моментом. На рис. 2.4 приведены зависимости критического момента и абсолютного скольжения от частоты для двигателей различной мощности, отнесенные к их значениям при номинальной частоте. Там же приведены кривые оценки модуля относительной жесткости механических характеристик  $h(\alpha)$  линейризованных на рабочем участке.

Из кривых рис. 2.4 следует, что при управлении по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$  в принципе невозможно обеспечить перегрузочную способность на уровне естественной характеристики АД. Если же допустить некоторое снижение запаса устойчивости, то тем самым определится и диапазон регулирования как  $D = 1/\alpha_{пр}$ , где  $\alpha_{пр}$  – предельная частота, соответствующая допустимому снижению. Пусть, например, возможно снижение перегрузочной способности до 0,8 от значения естественной характеристики. Тогда для различных мощностей АД по кривым  $M_k(\alpha)$  получим предельные значения частот 0,2; 0,4 и 0,53, что по условию запаса устойчивости соответствует диапазонам регулирования 5:1; 2,5:1 и 1,9:1 для двигателей мощностью 56; 5,5 и 0,55 кВт. Характер зависимости  $M_k(\alpha)$  для двигателей всех мощностей одинаков, но с увеличением мощности крутизна ее в области низких частот возрастает, увеличивая диапазон регулирования. Это связано с тем, что с увеличением мощности уменьшается относительная величина активного сопротивления статора и его влияние на электромеханические процессы.

Следует заметить, что диапазон регулирования определяется характеристиками двигателя и нагрузки. Для рассматриваемого закона управления в случае вентиляторной нагрузки диапазон регулирования теоретически равен бесконечности. На рисунке построена такая характеристика, с моментом равным половине критического на номинальной частоте.

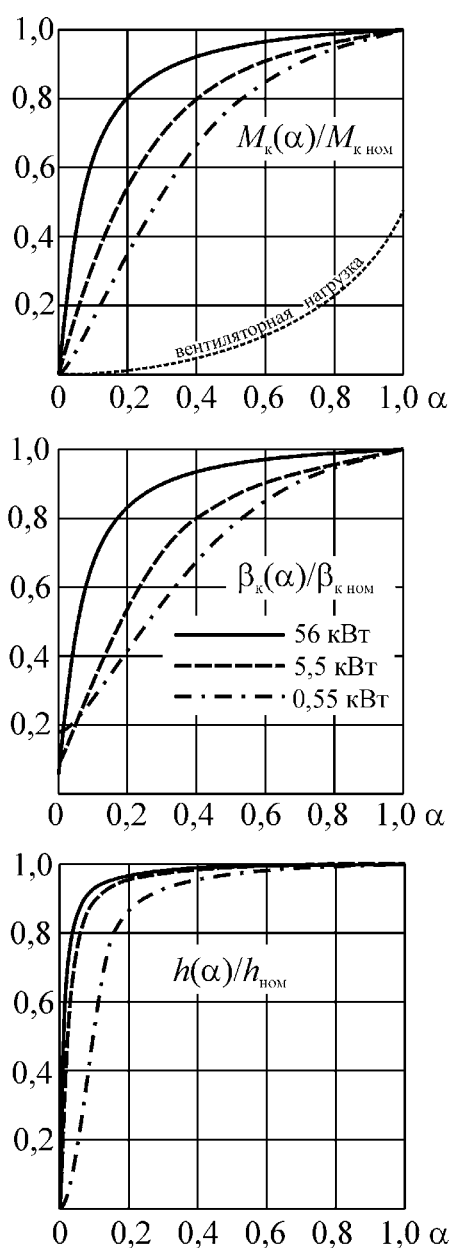


Рис. 2.4. Изменения критического момента, критического абсолютного скольжения и жесткости у машин различной мощности

Как видно из рисунка для двигателей всех мощностей перегрузочная способность на всех частотах ( $M_k(\alpha)/M_{\text{вент}}(\alpha)$ ) больше 2, т.е. больше, чем на естественной характеристике. Поэтому закон регулирования  $U_1/f_1 = \text{const}$  в основном используют именно для таких приводов. В реальных приводах к вентиляторному моменту добавляется момент сухого трения, и диапазон регулирования снижается и составляет (50...30):1.

Однако диапазон регулирования определяется обычно не только задачей сохранения запаса устойчивости, но также и условием обеспечения заданного статизма, т.е. жесткости механических характеристик. Кривые  $h(\alpha)$  (рис. 2.4) свидетельствуют, что жесткость естественной характеристики максимальна и снижается с уменьшением частоты до нуля. Кроме того, из рисунка следует, что жесткость механических характеристик до определенного предела менее подвержена влиянию изменения частоты, нежели критический момент. Для двигателей мощностью более 1...2 кВт снижение жесткости в диапазоне регулирования 10:1 составляет величину порядка 7-10% и в большинстве случаев вполне удовлетворяет заданным требованиям значительного числа приводов. Если же требуется большая жесткость характеристик или более широкий диапазон регулирования, то используют замкнутые системы частотного регулирования.

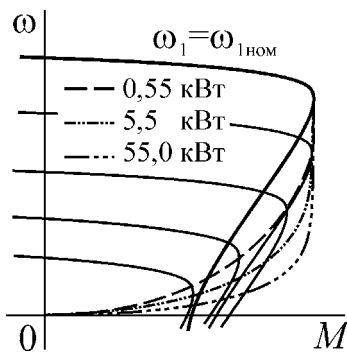


Рис. 2.5. Механические характеристики АД при управлении по закону  $U_1/f_1 = \text{const}$ .

Если абсолютное критическое скольжение представить через относительное  $\beta_k = \alpha s_k$  и подставить в уравнение механической характеристики (2.8), то можно построить семейство механических характеристик в функции относительного скольжения или частоты вращения (рис. 2.5). Здесь же показаны кривые точек опрокидывания для двигателей различных мощностей. Эти характеристики, а также другие рассмотренные ранее показывают, что все эксплуатационные свойства АД, кроме коэффициента мощности, при управлении по закону  $U_1/f_1 = \text{const}$  с уменьшением частоты ухудшаются. Причем, это ухудшение становится

особенно заметным приблизительно с  $\alpha > 0,5$ , хотя указанная граница весьма условна и зависит от параметров машины. И в первую очередь от относительного значения активного сопротивления статора.

Таким образом, режим управления  $U_1/f_1 = \text{const}$  эффективно может применяться только в приводах с вентиляторной нагрузкой. Для других устройств необходимо использовать законы управления, обеспечивающие увеличение отношения  $U_1/f_1$  по мере снижения частоты для компенсации падения напряжения на активном сопротивлении статора.

В некоторых случаях диапазон регулирования можно расширить за счет повышения частоты питания. Если при этом сохранять соотношение  $U_1/f_1$ , то мощность двигателя будет возрастать и, соответственно, будет возрастать нагрузка на

преобразователь. Поэтому при управлении в диапазоне частот выше номинального напряжения статора поддерживают постоянным  $U_1 = \text{const}$ .

Пользуясь схемой замещения рис. 2.3. а), относительное значение потока можно представить как

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \left| 1/\alpha - \frac{I_1}{U_{1ном}} (r_1/\alpha + jx_{1\sigma}) \right|.$$

В режиме холостого хода ( $I_1 \approx 0$ ;  $\beta = 0$ ) поток изменяется обратно пропорционально частоте (рис. 2.6 а), а под нагрузкой он снижается тем медленней, чем больше абсолютное скольжение.

Изменения потока при увеличении частоты вызваны уменьшением тока статора вследствие возрастания индуктивного сопротивления рассеяния  $x_{1\sigma}$ , которое в этом режиме играет такую же роль, как активное сопротивление  $r_1$  при управлении по закону  $U_1/f_1 = \text{const}$ .

При увеличении частоты располагаемый электромагнитный момент двигателя уменьшается обратно пропорционально квадрату  $\alpha$  (рис. 2.6 б), а располагаемая мощность – обратно пропорционально первой степени  $\alpha$ , т.к. одновременно возрастает скорость вращения поля.

Сочетание двух режимов частотного управления  $U_1/f_1 = \text{const}$  и  $U_1 = \text{const}$  дает возможность получить двухзонное регулирование скорости АД совершенно аналогичное двухзонному регулированию ДПТ. Особенность заключается лишь в том, что регулирование скорости при частотном управлении осуществляется изменением частоты в обеих зонах, а режим управления потоком определяется законом управления напряжением.

### 2.1.3.2 Управление с постоянным критическим моментом

При анализе электромагнитных процессов в АД при частотном управлении было установлено, что максимальный момент при снижении частоты уменьшается вследствие относительного роста активного сопротивления статора. Рассмотрим возможность компенсации этого явления за счет изменения напряжения питания. Для этого используем выражение (2.4) для момента АД в форме Клосса

$$M = M_k \frac{2(1 + q\beta_k)}{\frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\beta_k}{\beta} + 2q\beta_k}$$

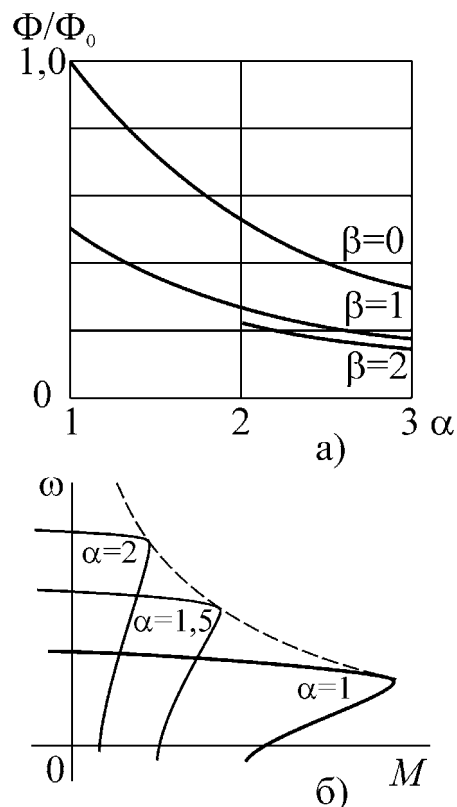


Рис. 2.6. Изменение магнитного потока при различных нагрузках (а) и механические характеристики (б) в области частот выше номинальной при постоянном напряжении  $U_1 = \text{const}$ .

$$\text{где } q(\alpha) = \frac{r_1 \alpha}{r_2 [b(\alpha)]^2}; \beta_k(\alpha) = \pm r_2 \frac{b(\alpha)}{a(\alpha)}; M_k(\alpha, \gamma) = \frac{m_1 U_{1\text{НОМ}}^2}{\omega_{1\text{НОМ}}} \gamma^2 \frac{q \beta_k}{2 r_1 \alpha (1 + q \beta_k)}.$$

Критический момент зависит от  $\alpha$  и  $\gamma$ , поэтому из условия  $M_k(\alpha) = M_k(1)$ , т.е. из условия, чтобы критический момент при любом значении  $\alpha$  был равен моменту при номинальной частоте питания, получим необходимый закон управления

$$\gamma = \sqrt{\frac{r_1 \alpha \pm a(\alpha) \cdot b(\alpha)}{r_1 \pm a(1) \cdot b(1)}}, \quad (2.9)$$

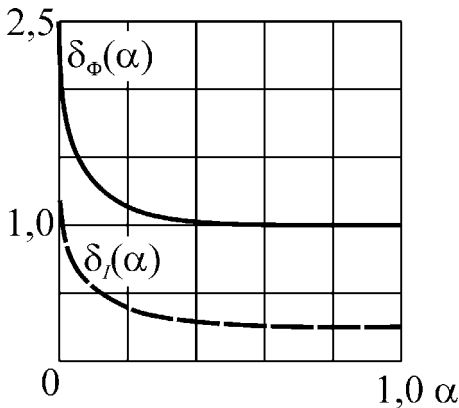


Рис. 2.7. Изменение магнитного потока и тока намагничивания АД при стабилизации располагаемого момента.

При этом законе управления  $\gamma$  не зависит от  $\beta$ , поэтому, пользуясь выражением для потока, можно найти отношение потоков для предельных абсолютных скольжений

$$\delta_\Phi(\alpha) = \frac{\Phi_{\beta=0}}{\Phi_{\beta=\pm\infty}} = \frac{1}{x_{2\sigma}} \frac{a(\alpha)}{b(\alpha)} = \frac{r_2}{x_{2\sigma}} \frac{1}{\beta_k}$$

Подставляя в это выражение предельные значения  $\alpha = 1$  и  $\alpha = 0$ , получим

$$\frac{\delta_\Phi(0)}{\delta_\Phi(1)} = \sqrt{\frac{r_1^2 + x_1^2}{r_1^2 + [(x_{1\sigma} + x_{2\sigma} + x_{1\sigma} x_{2\sigma}) x_m / x_2]^2}} = 1,2 \text{ К } 20$$

Большие значения соответствуют двигателям большей мощности. Типичный характер функции  $\delta_\Phi(\alpha)$  показан на рисунке 2.7. Из этого рисунка следует, что при управлении по закону (2.9) обеспечивается примерное постоянство потока при снижении частоты до значений  $\alpha = 0,2 \text{ К } 0,3$ , а затем сохранение перегрузочной способности АД обеспечивается резким увеличением магнитного потока в зазоре и соответствующего увеличения тока намагничивания  $\delta_I = I_m / I_{1\text{НОМ}}$  (см. рис. 2.7). Ток намагничивания может возрасти до номинального значения тока статора и выше, что приведет к тепловой перегрузке двигателя.

Таким образом, в отличие от закона управления  $\gamma = \alpha$  или, что то же самое,  $U_1 / f_1 = \text{const}$ , где ограничение диапазона регулирования было связано с уменьшением критического момента и жесткости механических характеристик, здесь обеспечить работу АД с номинальной перегрузочной способностью в широком диапазоне регулирования частоты невозможно из-за возрастания тока намагничивания и глубокого насыщения магнитопровода.

### 2.1.4 Замкнутые системы частотного управления

Как уже отмечалось ранее, под системами модульного частотного управления мы понимаем системы, обеспечивающие заданный статизм и перегрузочную способность асинхронного электропривода за счёт изменения частоты и напряжения питания АД. Во многих случаях эти требования реализуются разомкнутыми

системами посредством введения определенной функциональной зависимости между каналами управления выходной частотой и напряжением преобразователя частоты. Если же это невозможно, то используют замкнутые системы управления с различными сигналами обратной связи (рис. 2.8). Таким сигналами могут быть ток и ЭДС статора ( $I_1; E_1$ ), основной магнитный поток АД ( $\Phi$ ), частота вращения ( $\omega$ ) и частота ротора или абсолютное скольжение ( $\beta$ ).

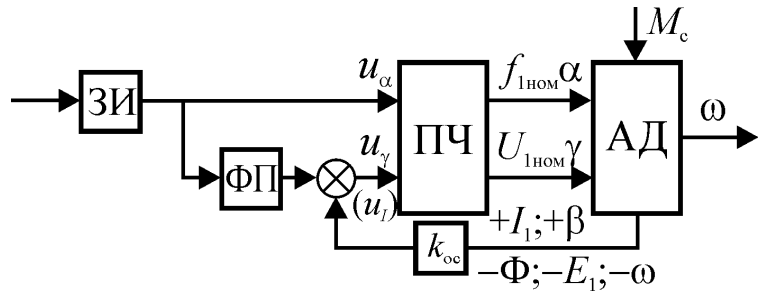
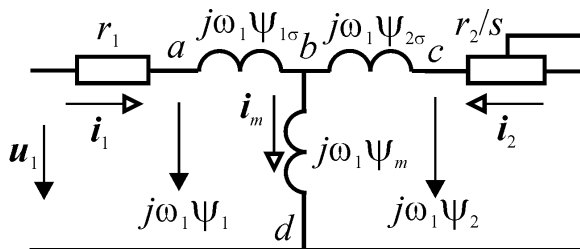
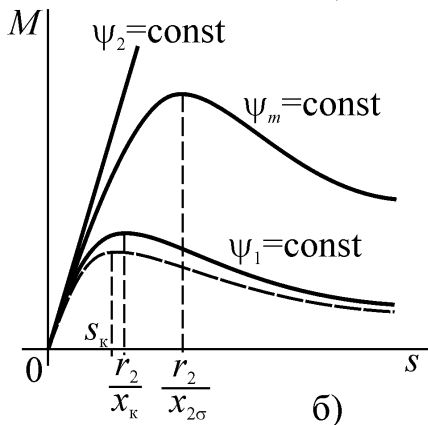


Рис. 2.8. Функциональная схема замкнутой системы частотного управления

Выбор сигнала обратной связи определяется множеством условий: характером нагрузки, техническими требованиями к приводу, возможностью использования сигналов, формируемых в других контурах управления. Создание обратной связи по магнитному потоку в зазоре требует установки датчиков Холла; по ЭДС статора – укладки измерительной обмотки (витков) в пазы статора. Сигналы абсолютного скольжения и частоты вращения требуют установки тахогенератора, что чаще всего оправдано только в случае необходимости использования обратной связи по скорости для получения заданного статизма механических характеристик. Наиболее доступным сигналом для частотного управления является ток статора, и именно он используется в большинстве приводов широкого применения.



а)



б)

Рис. 2.9. Схема замещения (а) и механические характеристики АД (б) при различных законах частотного управления.

В конечном счете, выбор сигнала управления создает некоторые особенности характеристик привода, не влияя на основные свойства, вытекающие из физических принципов преобразования энергии в АД. Рассмотрим их применительно к частотному управлению.

Известно, что механические характеристики АД при постоянном значении напряжения статора существенно нелинейны. Это связано с тем, что изменение нагрузки на валу вызывает изменение токов ротора и статора и связанных с ними магнитных потоков, создающих электромагнитный момент двигателя. Однако при питании от регулируемого источника можно создать такой закон изменения напряжения, при котором тот или иной магнитный поток машины будет стабилизирован. Тогда механические характеристики двигателя изменят

свои параметры или даже обретут иной вид.

Запишем уравнения статора и ротора АД в статическом режиме и представим потокосцепления через основное потокосцепление и потокосцепления рассеяния

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \mathbf{i}_1 r_1 + j\omega_1 \Psi_1 = \mathbf{i}_1 r_1 + j\omega_1 \Psi_{1\sigma} + j\omega_1 \Psi_m = \mathbf{i}_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) + j\omega_1 \Psi_m \\ 0 &= \mathbf{i}_2 r_2 / s + j\omega_1 \Psi_2 = \mathbf{i}_2 r_2 / s + j\omega_1 \Psi_{2\sigma} + j\omega_1 \Psi_m \end{aligned}$$

На рис. 2.9 а) представлена схема замещения, соответствующая этим уравнениям. Из нее следуют очевидные равенства

$$\begin{aligned} 1) \quad \mathbf{u}_{ad} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 r_1 = j\omega_1 \Psi_1 \\ 2) \quad \mathbf{u}_{bd} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 (r_1 + jx_{1\sigma}) = j\omega_1 \Psi_m \\ 3) \quad \mathbf{u}_{cd} &= j\omega_1 \Psi_2 \approx \mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 [r_1 + j(x_{1\sigma} + x_{2\sigma})] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Пусть  $|\Psi_1| = \Psi_{10} = const$ . Тогда уравнение (2.10-1) для модулей можно представить в виде

$$|\mathbf{u}_{ad}| = U_{ad} = \gamma' U_{ad0} = |\mathbf{u}_1 - \mathbf{i}_1 r_1| = \omega_1 \Psi_{10} = \alpha \omega_{1ном} \Psi_{10}. \quad (2.11)$$

Очевидно, что оно справедливо только, если относительное напряжение и частота связаны между собой постоянным коэффициентом, т.е.  $\gamma' = c\alpha$ . В этом случае стабилизация потокосцепления статора эквивалентна стабилизации напряжения  $U_{ad} = const$  или, что то же самое, подключению источника питания к точкам  $ad$  схемы замещения рис. 2.9 а). Этим устраняется или компенсируется влияние на электромагнитные процессы в АД падения напряжения на  $r_1$ . Поэтому этот закон управления называется *IR-компенсацией*. Реализовать компенсацию можно введением положительной обратной связи по току статора.

Второй закон изменения напряжения в замкнутой системе можно получить полагая постоянным основной магнитный поток  $|\Psi_m| = \Psi_{m0} = const$ . В этом случае можно получить соотношения аналогичные (2.11), если в них заменить  $r_1$  на  $z_1 = r_1 + jx_{1\sigma}$  и вместо  $\gamma'$  ввести относительное напряжение  $\gamma'' = U_{bd} / U_{bd0}$ . Этот закон управления соответствует компенсации импеданса статорной обмотки и называется *IZ-компенсацией*. Очевидно, такой режим означает также стабилизацию ЭДС статора ( $U_{bd} = const$ ), что позволяет получить характеристики АД исключением  $r_1$  и  $x_{1\sigma}$  из схемы замещения. Стабилизировать рабочий поток АД можно, используя сигналы тока или ЭДС статора, а также сигналы датчиков, измеряющих магнитный поток в зазоре. Можно также оценить поток, используя мгновенные значения напряжения и тока статора в соответствии с уравнением (2.10-2). Однако все реализации режима *IZ-компенсации* существенно сложнее и применяются в технически и экономически обоснованных случаях.

Механическую характеристику, соответствующую управлению с постоянным потоком ротора  $|\Psi_2| = const \Leftrightarrow U_{cd} = const$  можно получить из (2.4), полагая скомпенсированными, т.е. равными нулю  $r_1$ ,  $x_{1\sigma}$  и  $x_{2\sigma}$ . Тогда

$$M = \frac{m_1 z_p U_{cd}^2}{\omega_1 r_2} s,$$

т.е. в этом случае характеристика становится линейной (рис. 2.9 б) и ограничивается только режимом насыщения магнитопровода.

Максимальные моменты всех характеристик определяются уровнем стабилизированного напряжения в соответствующих точках схемы замещения. Если принять для рассмотренных законов приближенное равенство  $U_{cd} \approx U_{bd} \approx U_{ad} = U_{1НОМ}$ , то механические характеристики будут иметь вид, представленный на рис 2.9 б).

2.1.4.1 IR-компенсация. Статические характеристики.

Статические механические характеристики этого режима можно получить из выражения (2.4), полагая в нем  $r_1 = 0$ ,  $\gamma = 1$  и вместо  $U_{1НОМ}$ , подставляя  $U'_{1НОМ} = |U_{1НОМ} - I_{1НОМ}r_1| = \gamma'U_{1НОМ}$ . Тогда

$$M = \frac{2M_{\kappa}}{\frac{\beta}{\beta_{\kappa}} + \frac{\beta_{\kappa}}{\beta}},$$

где  $\beta_{\kappa} = \frac{r_2x_1}{x_{1\sigma}x_2 + x_{2\sigma}x_m}$ ;  $M_{\kappa} = \frac{m_1(U'_{1НОМ})^2}{2\omega_{1НОМ}} \cdot \frac{1}{x_{1\sigma}(1 + \sigma) + x_{2\sigma}(1 + k_{1\sigma})}$ .

При номинальном нагрузочном моменте соотношение напряжения на входе  $U_{1НОМ}$  и после сопротивления  $r_1$  в обозначениях табл. 2.1 равно

$$\frac{U'_{1НОМ}}{U_{1НОМ}} = \sqrt{\frac{q^2 \frac{s_{НОМ}}{r_2} + w^2 \frac{r_2}{s_{НОМ}}}{a(1) \frac{s_{НОМ}}{r_2} + b(1) \frac{r_2}{s_{НОМ}} + 2r_1}}$$

Таким образом, в рассматриваемом режиме критические момент и абсолютное скольжение не зависят от частоты статора и, следовательно, механические характеристики при изменении частоты смещаются параллельно, сохраняя жесткость и перегрузочную способность.

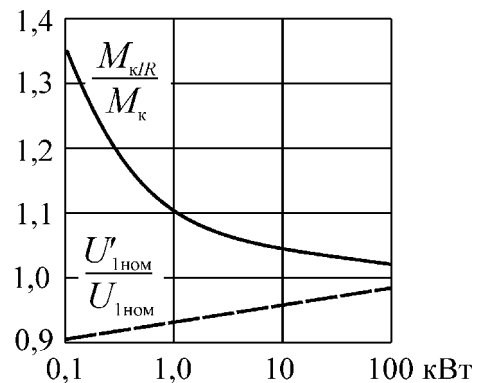


Рис. 2.10. Соотношение критического момента в системе с IR-компенсацией и критического момента естественной характеристики АД

Критические моменты в двигательном и генераторном режимах одинаковы и несколько больше момента в двигательном режиме на естественной характеристике. На рисунке 2.10 показаны типичные отношения критических моментов в режиме IR-компенсации к моменту в номинальном режиме, а также соотношение напряжений до и после сопротивления  $r_1$  для двигателей различной мощности. Как и следовало ожидать, с уменьшением мощности эффект компенсации увеличивается, т.к. у машин меньшей мощности активное сопротивление статора относительно велико. По этой же причине с уменьшением мощности увеличивается падение напряжения на  $r_1$ .

На рис. 2.11 показано семейство механических характеристик в двигательном режиме. Там же штриховыми линиями показаны характеристики соответствующие управлению по закону  $U_1 / f_1 = const$ . Как следует из рисунка режим IR-

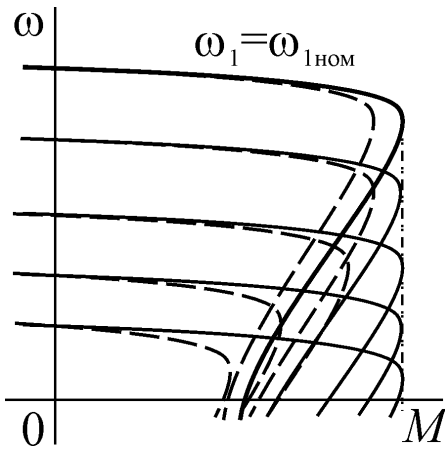


Рис. 2.11. Механические характеристики АД при частотном управлении с IR-компенсацией.

компенсации позволяет регулировать скорость вращения АД с перегрузочной способностью и статизмом не меньше, чем на естественной характеристике в диапазоне  $D = 1/\beta_k$ , что составляет около 10:1. Для получения большей жесткости характеристик и, соответственно, большего диапазона регулирования нужно использовать обратную связь по скорости вращения. В современных серийных преобразователях частоты для АД режим IR-компенсации является стандартной функцией.

2.1.4.2 IZ-компенсация. Статические характеристики.

Уравнение статической механической характеристики при IZ-компенсации можно получить также, как оно было получено для IR-компенсации из общего выражения (2.4), но полагая в этом случае  $z_1 = 0$  и вместо напряжения статора, подставляя  $U = |U_0'' \alpha - I_{1ном} z_1| = \gamma'' U_{1ном}$ , где

$U_0'' = \frac{U_{1ном}}{b(1)} \approx \frac{U_{1ном} x_m}{x_1}$  – начальное значение внутреннего напряжения, соответствующее рабочему потоку АД при холостом ходе. Тогда

$$M = \frac{2M_k}{\frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\beta_k}{\beta}}$$

где  $\beta_k = \frac{r_2}{x_{2\sigma}}$ ;  $M_k = \frac{m_1 U_{1ном}^2}{2\omega_{1ном}} \cdot \frac{x_m}{x_{2\sigma} x_1}$

Здесь, как и в случае IR-компенсации, критические момент и абсолютное скольжение не зависят от частоты статора. Критические моменты в двигательном и генераторном режимах одинаковы и превосходят момент в двигательном режиме на естественной характеристике в 2...3 раза. Соотношение моментов в обозначениях основного уравнения механической характеристики (2.4)

определяется выражением

$$\frac{M_{kIZ}}{M_k} = \frac{r_1 + a(1) \cdot b(1)}{x_{2\sigma} [b(1)]^2}$$

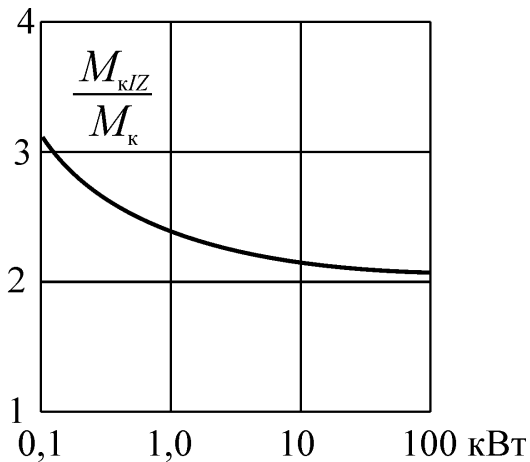


Рис. 2.12. Соотношение критического момента при частотном управлении с IZ-компенсацией и критического момента естественной характеристики АД.

Характер этой зависимости от мощности АД (рис.2.12). идентичен режиму IR-компенсации, с той лишь разницей, что значение критического момента у двигателей малой мощности бо-



лее, чем втрое превосходят момент в номинальном режиме.

Для компенсации падения напряжения на импедансе статора АД необходимо увеличивать входное напряжение ( $\gamma$ ) в зависимости от нагрузки ( $\beta$ ). На рисунке 2.13 показаны типичные кривые зависимости  $\gamma = F(\beta)$  при различных частотах ( $\alpha$ ). Штриховая линия  $\alpha = \beta$  отделяет область двигательного режима. Из рисунка следует, что для стабилизации потока во всем диапазоне изменения частоты и нагрузки требуется почти двукратное увеличение напряжения. Это часто недопустимо по условиям эксплуатации двигателя. Поэтому режим стабилизации потока может применяться во всем диапазоне регулирования частоты  $0 < \alpha \leq 1$  при примерно вдвое пониженном напряжении питания или в диапазоне частот  $0 < \alpha < 0,5$  при номинальном напряжении статора

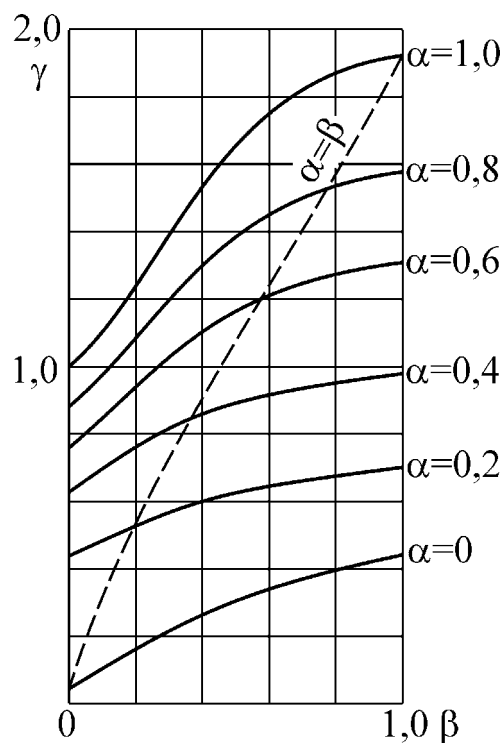


Рис. 2.13. Изменение напряжения, необходимое для стабилизации магнитного потока при частотном управлении с IZ-компенсацией

Критическое абсолютное скольжение в режиме IZ-компенсации приблизительно вдвое больше скольжения на естественной характеристике, поэтому у машин малой мощности жесткость характеристик за счет увеличенного критического момента выше, а у машин средней и большой мощности практически такая же, как на естественной характеристике, т.к. у них критический момент возрастает также приблизительно в два раза.

На рис. 2.14 показано семейство механических характеристик в двигательном режиме при трех режимах управления АД. Как следует из рисунка режим IZ-компенсации позволяет регулировать скорость вращения АД с высокой перегрузочной способностью и статизмом не меньше, чем на естественной характеристике в диапазоне примерно равном диапазону в режиме IR-компенсации, т.е. около 10:1. Для получения большей жесткости характеристик и, соответственно, большего диапазона регулирования здесь также нужно использовать обратную связь по скорости вращения.

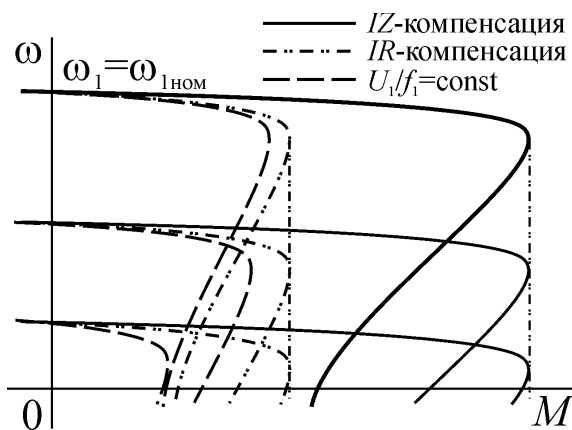


Рис. 2.14. Механические характеристики АД при различных законах частотного управления.

Принципиальным отличием режима IZ-компенсации является

невозможность насыщения магнитопровода при любых частотах и нагрузках, т.к. напряжение на ветви намагничивания поддерживается постоянным и равным напряжению в режиме холостого хода.

Несмотря на отмеченные преимущества *IZ*-компенсации или режима стабилизации магнитного потока в зазоре машины, в последнее время он используется все реже. Это связано с развитием устройств цифровой обработки информации, позволяющих использовать более совершенные способы т.н. векторного управления АД.

## 2.2. Векторное управление

### 2.2.1 Трансвекторное управление (FOC)

Как известно, полная управляемость электропривода обеспечивается, если обеспечивается управление электромагнитным моментом двигателя. Во всех электромеханических преобразователях вращающий момент образуется в результате взаимодействия магнитных полей статора и ротора или, что то же самое, магнитного поля одного элемента и тока другого. Для получения однозначных функций управления обе величины должны быть независимы друг от друга, и тогда одну из них можно поддерживать постоянной, а с помощью другой осуществлять регулирование. В ДПТ и синхронных двигателях существуют отдельные электрические цепи для управления магнитным потоком и моментом. В короткозамкнутых АД есть только один канал, в котором объединены обе составляющие тока и в задачу системы управления входит функция их разделения. Математически эта задача элементарно решается при использовании уравнений обобщенной электрической машины в векторной форме. В результате выбора пары векторов величин образующих электромагнитный момент и системы координат, в которой они представлены, можно получить уравнение момента в виде функции независимых проекций этих величин на координатные оси. И тогда управление моментом сведется к управлению проекциями векторов. Отсюда и происходит название способа.

В 1971 году Ф. Блашке (*F. Blaschke*) сформулировал принцип управления, запатентованный фирмой *Siemens* и названный *трансвекторным управлением* (TRANSVEKTOR®-Regelung). Математической основой его являются уравнения электромагнитных процессов в АД в векторной форме, представленные в системе координат ориентированной по направлению магнитного поля. В англоязычной литературе этот принцип называется *field-oriented control (FOC)*, т.е. «управление с ориентацией по полю». Он успешно используется до настоящего времени и полностью ассоциируется с понятием векторного управления, хотя в последнее время с развитием устройств обработки информации появился другой способ, в котором также используется векторное представление величин, но алгоритм управления отличается от трансвекторного. Этот способ называется *прямым управлением моментом (DTC direct torque control)* и также будет рассмотрен далее. В дальнейшем для разделения понятий мы будем использовать для первого способа название трансвекторное управление.

### 2.2.1.1 Выбор уравнения электромагнитного момента АД и системы координат

Для построения систем векторного управления АД могут быть использованы любые пары векторов, с помощью которых можно представить электромагнитный момент обобщённой электрической машины\*. Однако от выбора векторов в значительной мере зависит степень сложности системы. Желательно, чтобы величины, представленные векторами в уравнении момента были наблюдаемы, т.е. чтобы их можно было непосредственно измерить и воздействовать на них при управлении моментом. У короткозамкнутого АД есть только две такие величины – это напряжение и ток статора, и только одна из них, а именно ток статора, может входить в уравнение момента. Тогда другой величиной может быть только ток ротора или какое-либо потокосцепление. Ток ротора принципиально ненаблюдаем, а устройства его идентификации по наблюдаемым параметрам сложны и ненадежны. Поэтому для выбора остаются три потокосцепления: статора, ротора и основное, т.е. магнитный поток в зазоре АД. Потокосцепление статора и рабочий поток АД можно непосредственно измерить и использовать этот сигнал в системе управления, что часто и делается при создании приводов высокого качества. В массовых же изделиях разработчики стараются использовать сигналы, доступные без установки датчиков, т.е. все те же ток и напряжение статора, по мгновенным значениям которых можно вычислить, например, потокосцепление статора как  $u_1 = i_1 r_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \Rightarrow \psi_1 = \int (u_1 - i_1 r_1) dt$ . Однако при выборе потокосцепления статора или основного потокосцепления передаточные функции системы управления получаются довольно сложными и мало подходящими для практического использования.

Простейший вид имеют уравнения электромагнитных процессов в АД в случае представления их через вектор потокосцепления ротора  $\psi_2$ . То обстоятельство, что  $\psi_2$  невозможно измерить не является препятствием для выбора, т.к. магнитный поток ротора легко вычисляется по потоку статора или по рабочему потоку. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением наиболее распространенных систем, использующих для регулирования электромагнитного момента ток статора и потокосцепление ротора и соответствующее уравнение момента.

Поскольку форма уравнений потокосцеплений инвариантна к выбору системы координат, то в произвольной системе  $mn$  уравнение момента будет иметь вид

$$m = \frac{3z_p L_m}{2L_2} |\psi_2 \times i_1| = \frac{3z_p L_m}{2L_2} (\psi_{2m} i_{1n} - \psi_{2n} i_{1m}) \quad (2.12)$$

Векторы  $\psi_2$  и  $i_1$  вращаются в пространстве с угловой частотой  $\omega_1 = 2\pi f_1 / z_p$ . Поэтому если для описания процессов выбрать неподвижную систему координат или систему координат, вращающуюся синхронно с ротором АД, то проекции векторов будут синусоидальными функциями времени и регулирование таких величин будет сложной технической задачей. В случае же выбора системы коор-

\* См. табл. 1.1 раздела 1.1.4.

динат вращающейся в пространстве с синхронной частотой  $\omega_1$ , проекции векторов будут постоянными величинами, и управление будет не сложнее, чем управление токами якоря и возбуждения ДПТ.

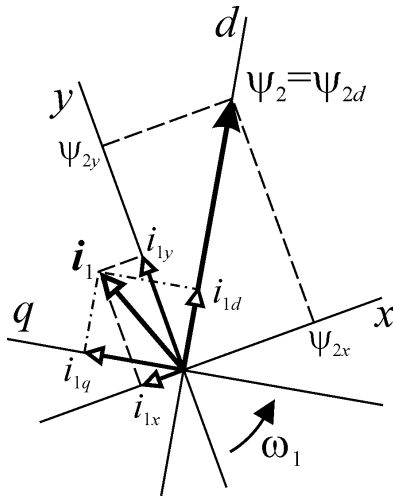


Рис. 2.15 Векторы определяющие электромагнитный момент в произвольной синхронной ( $xy$ ) и ориентированной по полю ( $dq$ ) системах координат.

Задачу управления можно еще более упростить, если совместить какую-либо ось системы координат с одним из двух векторов. Тогда проекция опорного вектора на эту ось будет равна его модулю, а другая проекция будет равна нулю. При этом в уравнении электромагнитного момента (2.12) исчезнет соответствующее слагаемое в правой части.

Следовательно, если для управления электромагнитным моментом АД выбрать векторы потокосцепления ротора и тока статора и синхронную систему координат  $dq$ , совместив ось  $d$  с вектором  $\psi_2$ , то уравнение (2.12) примет вид

$$m = \frac{3z_p L_m}{2L_2} \psi_{2d} i_{1q}, \quad (2.13)$$

который в принципе ничем не отличается от соответствующего выражения для ДПТ и основной задачей системы управления будет идентификация проекций  $\psi_{2d}$  и  $i_{1q}$ . Если при этом управление построить так, чтобы потокосцепление ротора сохранялось во всех режимах постоянным, то регулирование момента АД будет осуществляться изменением поперечной составляющей тока статора  $i_{1q}$ , выполняющей в такой системе функцию тока якоря.

Следует заметить, что в ориентированной по магнитному полю системе координат не только исключается влияние продольной составляющей тока статора  $i_{1d}$  на векторное произведение, т.е. на электромагнитный момент АД, но с помощью этой проекции становится возможным управлять магнитным потоком. Это объясняется с тем, что ток статора в короткозамкнутом АД определяет все процессы в машине и если одна из его компонент не влияет на момент, то она тем или иным способом должна быть связана с магнитным потоком. В то же время, система координат  $dq$  ортогональна, поэтому изменение одной из проекций тока никоим образом не влияет на другую, и управление моментом и потоком может производиться независимо.

Таким образом, принцип трансвекторного управления заключается в раздельном управлении магнитным потоком и моментом АД с помощью независимых составляющих тока статора, соответствующих проекциям вектора тока на оси системы координат, ориентированной по направлению вектора магнитного потока.

Это определение полностью подходит и для ДПТ, если токи возбуждения и якоря объединить в вектор, представленный в системе координат, ориентирован-

ной по оси главных полюсов. Отличие АД от ДПТ заключается только в том, что в АД система координат вращается вместе с потоком, а в ДПТ она неподвижна. Реальные же токи статора АД протекают в неподвижных обмотках и соответствуют проекциям вектора тока на неподвижную систему фазных осей координат. Поэтому при трансвекторном управлении АД необходимы координатные преобразования.

В неподвижной системе координат продольная и поперечная составляющие определяют амплитуду и фазу тока статора АД по отношению к магнитному потоку совершенно аналогично тому, как активная и реактивная составляющие определяют эти параметры по отношению к напряжению. Если задать значение продольной составляющей  $i_{1d}$ , соответствующим требуемому магнитному потоку, а поперечной  $i_{1q}$  – требуемому моменту на валу, то тем самым будет определен вектор тока статора в синхронной системе координат. После этого, в соответствии с выражениями (1.7), можно преобразовать синхронную систему координат  $dq$  в неподвижную  $\alpha\beta$  и разложить вектор тока на фазные проекции, в результате чего образуются синусоидальные сигналы, соответствующие фазным токам которые нужно сформировать в обмотках статора, чтобы получить заданный электромагнитный момент.

Преобразование системы координат невозможно без информации о пространственном положении опорного вектора  $\Psi_2$  в каждый момент времени. Эту информацию можно получить непосредственным измерением магнитного потока статора или рабочего потока с помощью датчиков, а затем вычислить  $\Psi_2$ , или вычислить его по мгновенным значениям фазных напряжений и токов статора.

Трансвекторное управление реализуется техническими устройствами с различными функциями и алгоритмами, но суть его при этом остается неизменной и в дальнейшем мы рассмотрим несколько таких вариантов.

### 2.2.1.2 Модель АД, управляемого током статора

В синхронной системе координат  $dq$ , ориентированной по магнитному полю ротора ( $|\Psi_2| = \Psi_{2d}; \Psi_{2q} = 0$ ), уравнение ротора имеет вид

$$i_2^{(dq)} r_2 + \frac{d\Psi_2^{(dq)}}{dt} + j\omega_2 \Psi_2^{(dq)} = 0$$

В это уравнение в качестве переменной входит неконтролируемый ток  $i_2$ . Заменяем его на  $i_1$ , воспользовавшись выражением (1.13) для потокосцепления ротора, из которого  $i_2^{(dq)} = [\Psi_2^{(dq)} - L_m i_1^{(dq)}] / L_2$ . Подставим это выражение в исходное уравнение и, опуская индексы системы координат, получим

$$\frac{L_m r_2}{L_2} i_1 = \frac{d\Psi_2}{dt} + \left( \frac{r_2}{L_2} + j\omega_2 \right) \Psi_2$$

с

$$i_1 = \frac{\Psi_2}{L_m} (1 + T_2 p + jT_2 \omega_2)$$

где  $T_2 = L_2 / r_2$  – электромагнитная постоянная времени ротора.

Отсюда найдем проекции вектора тока статора с учетом того, что  $\psi_{2q} = 0$

$$i_{1d} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} (1 + T_2 p); \quad i_{1q} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} T_2 \omega_2 \quad (2.14)$$

а также потокосцепление и угловую частоту ротора

$$\Psi_{2d} = i_{1d} \frac{L_m}{1 + T_2 p}; \quad \omega_2 = i_{1q} \frac{L_m}{T_2 \Psi_{2d}}. \quad (2.15)$$

Таким образом, с помощью продольной проекции тока статора  $i_{1d}$  можно независимо управлять потокосцеплением ротора и передаточная функция этого канала соответствует апериодическому звену с постоянной времени равной постоянной времени ротора. Продольная составляющая тока статора  $i_{1d}$  играет в АД роль тока возбуждения ДПТ или синхронной машины. Поперечная проекция  $i_{1q}$  при постоянном потоке ротора позволяет безинерционно управлять частотой ротора  $\omega_2$ .

Подставляя  $i_{1q}$  в выражение электромагнитного момента (2.13), получим

$$m = \frac{3z_p L_m}{2L_2} \Psi_{2d} i_{1q} = \frac{3z_p}{2r_2} \Psi_{2d}^2 \omega_2 \quad (2.16)$$

т.е. частота ротора  $\omega_2$  или поперечная составляющая тока статора  $i_{1q}$  при заданном потокосцеплении однозначно определяют электромагнитный момент АД. Следовательно, составляющая  $i_{1q}$  является аналогом тока якоря ДПТ.

Подстановкой  $\omega_2 = \omega_1 - \omega$  выражение (2.16) можно преобразовать и получить уравнение механической характеристики вида

$$\omega = \omega_1 - m/h, \quad (2.17)$$

где  $h = \frac{3z_p \Psi_{2d}^2}{2r_2}$  жесткость характеристики, определяемая

величиной потокосцепления  $|\Psi_2| = \Psi_{2d}$  и активным сопротивлением  $r_2$  ротора. Выражение для жесткости идентично жесткости характеристики ДПТ, если в нем под сопротивлением якоря понимать  $r_2$ . При  $\Psi_{2d} = \text{const}$  механическая характеристика линейна и полностью соответствует характеристике ДПТ с независимым возбуждением.

Из выражений (2.14) можно определить электромеханическую характеристику АД  $\omega(I_{1m})$ . Для статического режима справедливо

$$i_{1d} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} = I_{0m}; \quad i_{1q} = \frac{\Psi_{2d}}{L_m} T_2 \omega_2 = I_{0m} T_2 \omega_2,$$

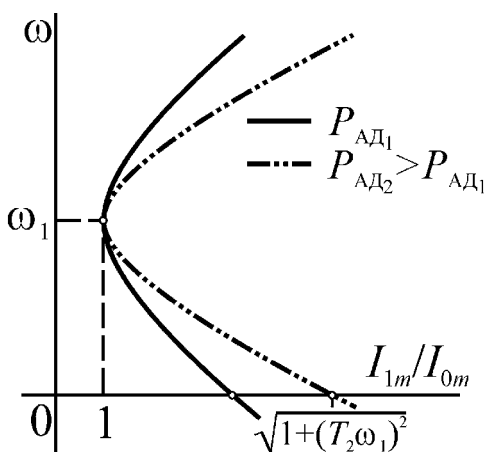


Рис. 2.16. Электромеханическая характеристика АД при токовом управлении.

где  $I_{0m} = |\Psi_2| / L_m = \Psi_{2d} / L_m$  – амплитуда тока холостого хода. Отсюда с учетом  $\omega_2 = \omega_1 - \omega$

$$I_{1m} = |\mathbf{i}_1| = \sqrt{i_{1d}^2 + i_{1q}^2} = I_{0m} \sqrt{1 + (T_2 \omega_2)^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\omega = \omega_1 \pm \left( \sqrt{(I_{1m} / I_{0m})^2 - 1} \right) / T_2 \quad (2.18)$$

Эта характеристика представляет собой параболу симметричную относительно частоты холостого хода  $\omega_1$  (рис. 2.16), изменение которой будет приводить к параллельному смещению кривой. Увеличение мощности АД обычно соответствует увеличению постоянной времени ротора  $T_2$ , что приводит к росту относительного пускового тока  $I_{1п} / I_{0m} = \sqrt{1 + (T_2 \omega_1)^2}$  за счёт сближения ветвей параболы.

Выражения (2.15)-(2.16) совместно с уравнением движения электропривода позволяют построить структурную схему АД представленную на рисунке 2.17. Входными величинами здесь являются проекции вектора тока статора  $i_{1d}$  и  $i_{1q}$ , а также момент сопротивления на валу АД  $m_c$ . Однако в реальном АД

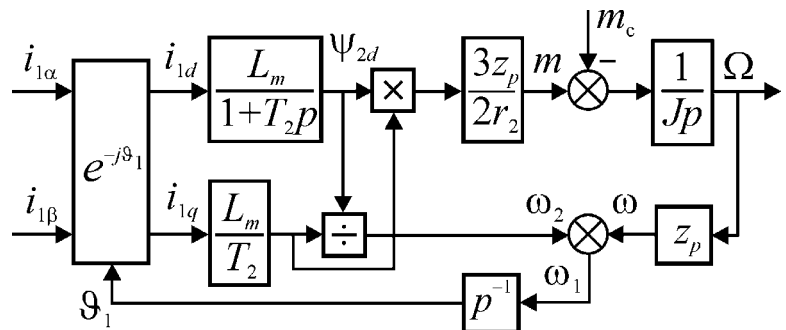


Рис. 2.17. Структурная схема АД при токовом управлении

ток статора формируется в неподвижной системе координат  $\alpha\beta$  в виде синусоидальных функций времени, а ток в синхронной системе  $dq$  получается в результате преобразования  $\mathbf{i}_1^{(dq)} = \mathbf{i}_1^{(\alpha\beta)} e^{-j\theta_1}$ , где  $\theta_1$  текущий угол системы координат, определяемый как результат интегрирования угловой частоты статора  $\theta_1 = \int \omega_1 dt = \int (\omega_2 + \omega) dt$ . Функцию преобразования координат выполняет внутренний блок вращения вектора тока или *ротатор* ( $e^{-j\theta_1}$  на рис. 2.17).\*

Выражения (2.14) и приведенная на рисунке 2.17 структурная схема соответствуют проекциям вектора тока на ортогональные оси системы координат, что эквивалентно двухфазной машине. В действительности большинство АД трехфазные, поэтому в случае необходимости использования при анализе фазных токов уравнения и структурная схема должны быть дополнены на входе безинерционным блоком преобразования числа фаз в соответствии с выражениями (1.6 а).

\* Блок преобразования координат не имеет общепринятого названия. Поэтому в дальнейшем мы будем использовать термин «ротатор» (от лат. *rotator* – приводящий во вращение), как более краткий и отражающий суть преобразования. Помимо этих терминов в литературе встречается название этого преобразования как преобразования Парка и обозначение блока как «park» и «park<sup>-1</sup>» соответственно, названные так по имени автора, использовавшего его в исследованиях синхронных машин в конце 20-х годов 20-го века.

### 2.2.1.3. Модель АД, управляемого напряжением статора

Управление АД можно осуществлять также с помощью проекций вектора напряжения статора на оси  $dq$ . Для этого нужно получить модель АД, в которой входными величинами являются  $u_{1d}$  и  $u_{1q}$ . Запишем уравнение статора АД в системе координат  $dq$

$$\mathbf{u}_1^{(dq)} = \mathbf{i}_1^{(dq)} r_1 + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_1^{(dq)}}{dt} + j\omega_1 \boldsymbol{\Psi}_1^{(dq)}. \quad (2.19)$$

Затем, пользуясь уравнениями потокосцеплений (1.13), представим потоко-сцепление статора через потоко-сцепление ротора и ток статора

$$\boldsymbol{\Psi}_1 = \mathbf{i}_1 L_1 (1 - k_1 k_2) + \boldsymbol{\Psi}_2 k_2 = \mathbf{i}_1 L'_1 + \boldsymbol{\Psi}_2 k_2 \quad (2.20)$$

где:  $k_1 = L_m / L_1$ ;  $k_2 = L_m / L_2$  – коэффициенты электромагнитной связи статора и ротора;  $L'_1 = L_1 (1 - k_1 k_2)$  – переходная индуктивность статора.

Опустим индексы системы координат и, подставив (2.20) в (2.19), преобразуем уравнение (2.19) по Лапласу. Тогда

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 [r_1 (1 + T'_1 p) + j\omega_1 L'_1] + \boldsymbol{\Psi}_2 k_2 (p + j\omega_1)$$

где  $T'_1 = L'_1 / r_1$ .

Разделяя проекции векторов в этом уравнении, мы получим с учетом того, что  $\Psi_{2q} = 0$ , выражения для проекций напряжения и тока статора –

$$u_{1d} = i_{1d} r_1 (1 + T'_1 p) - i_{1q} \omega_1 L'_1 + p \Psi_{2d} k_2 \quad (2.21)$$

$$u_{1q} = i_{1q} r_1 (1 + T'_1 p) + i_{1d} \omega_1 L'_1 + \omega_1 \Psi_{2d} k_2$$

$$i_{1d} = \frac{1}{r_1 (1 + T'_1 p)} (u_{1d} + i_{1q} \omega_1 L'_1 - p \Psi_{2d} k_2)$$

$$i_{1q} = \frac{1}{r_1 (1 + T'_1 p)} (u_{1q} - i_{1d} \omega_1 L'_1 - \omega_1 \Psi_{2d} k_2)$$

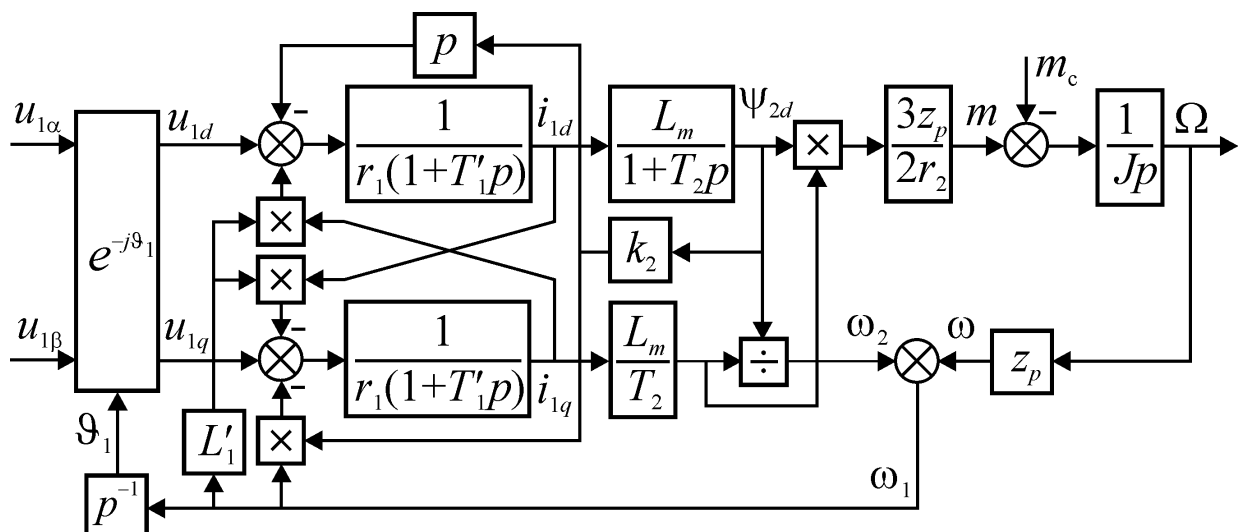


Рис. 2.18. Структурная схема АД, управляемого напряжением статора.



используя которые, можно дополнить структуру АД, управляемого током статора (рис. 2.17), и получить структурную схему АД, управляемого напряжением, показанную на рисунке 2.18. Входными величинами в ней являются проекции напряжений статора на оси  $dq - u_{1d}$  и  $u_{1q}$ . Здесь, также как при токовом управлении, проекции вектора напряжения в синхронной системе координат получены преобразованием  $\mathbf{u}_1^{(dq)} = u_1^{(\alpha\beta)} e^{-j\vartheta_1}$  с помощью внутреннего ротатора ( $e^{-j\vartheta_1}$  на рис. 2.18).

В случае необходимости анализа процессов с использованием реальных фазных напряжений в трехфазной машине структуру модели нужно дополнить безинерционным блоком преобразования числа фаз.

2.2.1.4. Информационная часть систем трансвекторного управления

При построении систем трансвекторного управления в той или форме используются математические модели АД, позволяющие создать независимые каналы управления продольной и поперечной составляющими тока статора.

Рассмотрим это вначале на примере токового управления, т.е. такой системы управления, которая формирует фазные токи статора. Для упрощения выражений ограничимся двухфазным представлением машины, т.к. отличие его от трехфазного заключается в несущественном для нашей задачи преобразовании числа фаз умножением на постоянные коэффициенты.

Из выражения (2.16) для электромагнитного момента АД управляемого током статора следует, что регулирование может осуществляться двумя сигналами: потокосцеплением  $\psi_{2d}$ , а также частотой ротора  $\omega_2$  или поперечной составляющей тока статора  $i_{1q}$ . Остановимся вначале на системе с управляющими сигналами  $\psi_{2d}$  и  $\omega_2$ . Внутри АД (рис. 2.19) продольная  $i_{1d}$  и поперечная  $i_{1q}$  составляющие формируются из синусоидальных фазных токов  $i_{1\alpha}$  и  $i_{1\beta}$  переходом к синхронной системе координат с помощью ротатора  $e^{-j\vartheta_1}$ . Поэтому, если в устройстве управления (УУ) осуществить обратное преобразование  $e^{j\vartheta_1}$  и реализовать уравнения (2.14), связывающие составляющие тока  $i_{1d}$  и  $i_{1q}$  с потокосцеплением

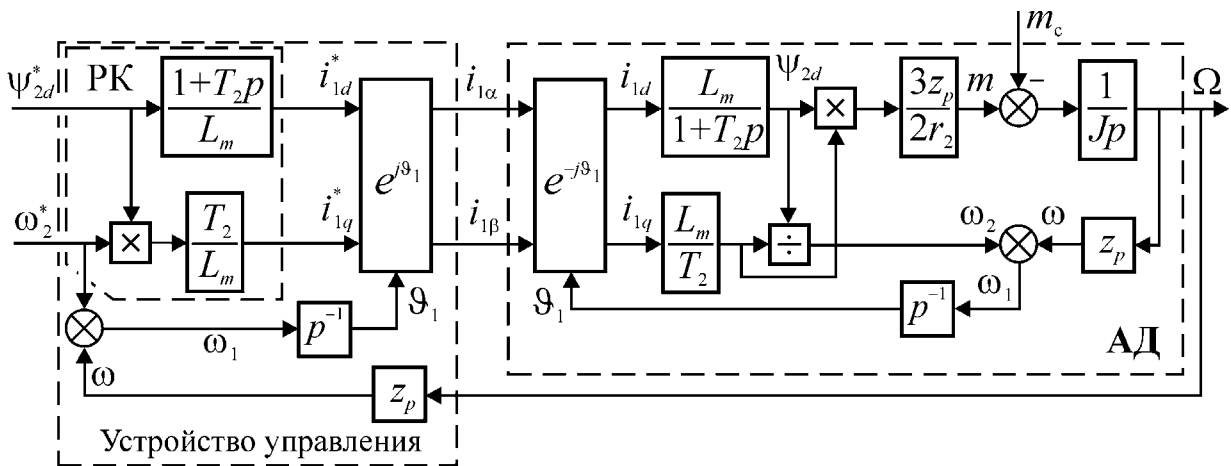


Рис. 2.19. Структурная схема системы токового управления

$\psi_{2d}$  и частотой ротора  $\omega_2$ , то входными сигналами будут координаты, опреде-

ляющие электромагнитный момент АД. Элемент УУ, реализующий передаточные функции  $i_{1d} = F(\psi_{2d})$  и  $i_{1q} = F(\omega_2, \psi_{2d})$  называется обычно блоком развязки координат (РК), т.к. он формирует сигналы, соответствующие *независимым* (развязанным, разделённым) проекциям вектора тока статора.

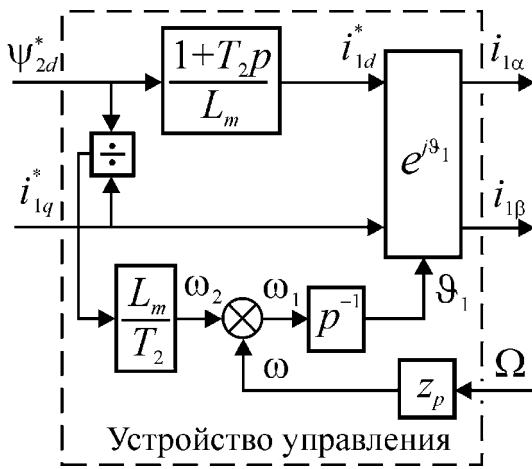


Рис. 2.20 Устройство управления с поперечной составляющей тока в качестве входного сигнала

Если в качестве входных сигналов устройства управления использовать  $\psi_{2d}$  и  $i_{1q}$ , то структура УУ будет иметь вид рис. 2.20

По структурной схеме рис. 2.19 нетрудно проследить, что передаточная функция блоков, включенных между точками схемы соответствующим сигналам потокосцепления и частоты ротора равна единице ( $\psi_{2d} = \psi_{2d}^*$ ;  $\omega_2 = \omega_2^*$ ), т.е. *устройство управления по существу является частью модели двигателя с обратными передаточными*

*функциями*. Поэтому при отсутствии погрешностей в определении параметров АД структура рис. 2.19 полностью идентична структуре рис. 2.21 а. Передаточная функция устройства рис. 2.21 а) по моменту соответствует *безинерционному* звену, а по скорости вращения – интегрирующему

$$\frac{m(p)}{\omega_2(p)} = \frac{3z_p \psi_{2d}^2}{2r_2} = h; \quad \frac{\Omega(p)}{\omega_2(p)} = \frac{1}{T_m p}$$

где  $T_m = \frac{2Jr_2}{3z_p \psi_{2d}^2} = J/h$  – механическая постоянная времени, а  $h$  – жесткость механической характеристики (2.17). При использовании в качестве входного сигнала поперечной составляющей тока эквивалентная схема системы трансвекторного управления имеет вид рис. 2.21 б).

В статическом режиме АД в этой системе имеет абсолютно мягкую механическую характеристику и для получения характеристик, соответствующих выражениям (2.17)-(2.18), требуется обратная связь по скорости вращения.

Следует отметить, что УУ рис. 2.19 может выполнять свои функции только при условии, что параметры АД, входящие в передаточные функции его звеньев соответствуют истинным значениям, в противном случае возникает рассогласование систем координат двигателя и устройства управления, приводящее к потере работоспособности привода. Это обстоятельство создает значительные трудности при реализации систем векторного управления на практике, т.к. параметры АД изменяются в

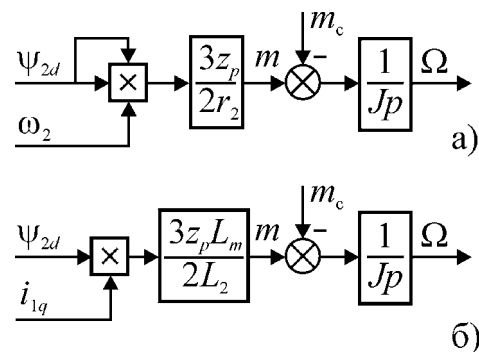


Рис. 2.21. Эквивалентные структурные схемы АД при трансвекторном управлении различными входными сигналами.

процессе работы. В особенности это относится к значениям активных сопротивлений.

Система управления на рис. 2.19 предполагает формирование токов в обмотках статора, т.е. питание двигателя от источника электрической энергии, обладающего свойствами источника тока. Однако на практике возможно использование источников ЭДС или напряжения. В этом случае принцип построения системы управления остается прежним, но в ней используются уравнения модели АД, управляемого напряжением статора. Собственно, это касается только блока развязки координат. При выборе для УУ тех же входных сигналов ( $\psi_{2d}$  и  $\omega_2$ ), преобразуем уравнения проекций напряжения статора (2.21) к виду

$$\begin{aligned} u_{1d} &= \psi_{2d} r_1 \left[ T_2 T_1' p^2 + (T_2 + T_1' + k_2 L_m / r_1) p + (1 - T_2 T_1' \omega_1 \omega_2) \right] / L_m \\ u_{1q} &= \psi_{2d} r_1 \left[ T_2 T_1' (\omega_1 + \omega_2) p + (T_2 \omega_2 + T_1' \omega_1 + k_2 \omega_1 L_m / r_1) + T_2 T_1' \omega_2 p \right] / L_m \end{aligned} \quad (2.22)$$

Очевидно, что реализация этих функций затруднительна и на практике ошибки выполнения математических операций и отклонения параметров АД от значений включенных в передаточные функции звеньев приведут к полной неработоспособности устройства. Облегчить задачу можно, если учесть, что ротор АД обладает очень большой электромагнитной постоянной времени и его потокосцепление может изменяться только относительно медленно, т.е.  $d\psi_{2d}/dt \approx 0^*$ . Тогда уравнения (2.22) преобразуются к виду

$$u_{1d} = \psi_{2d} r_1 (1 - T_2 T_1' \omega_1 \omega_2) / L_m; \quad u_{1q} = \psi_{2d} r_1 [T_1 \omega_1 + T_2 (1 + T_1' p) \omega_2] / L_m$$

Структурная схема устройства управления, в котором реализованы эти функции приведена на рис. 2.22. Оно существенно сложнее, чем устройство управления для системы с формированием тока статора АД (см. рис. 2.19). Кроме того, в нем использованы приближенные выражения, вносящие ошибку в динамических режимах. Поэтому системы управления с формированием напряжения статора применяются редко.

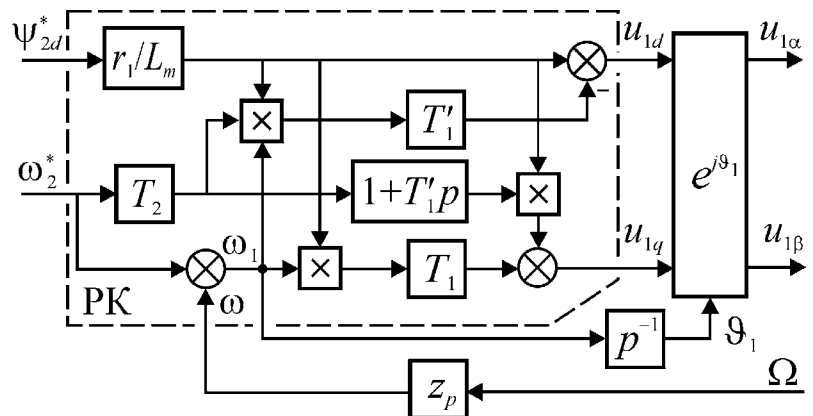


Рис. 2.22. Структурная схема устройства управления напряжением

Выбор частоты ротора  $\omega_2$  в качестве входного сигнала УУ не является обязательным. Часто трансвекторные системы строятся с использованием поперечной составляющей тока статора  $i_{1q}$  вместо  $\omega_2$ . Функциональная схема одной из первых эффективных реализаций такого устройства, применяемых в различных вариантах до настоящего времени, показана на рис. 2.23.

\* Это справедливо только для синхронной системы координат.

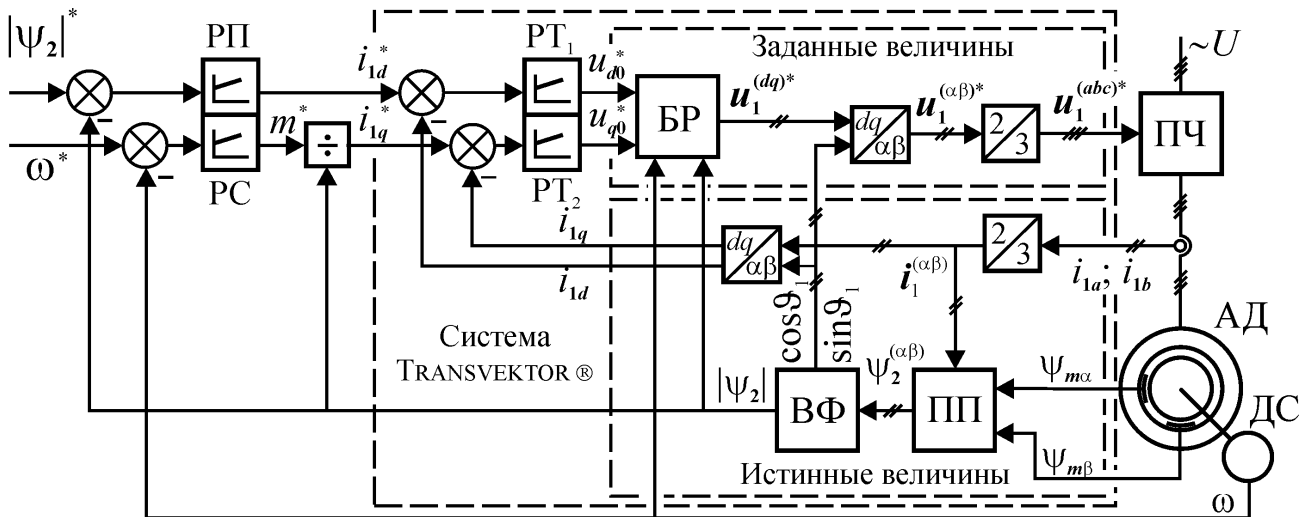


Рис. 2.23. Структурная схема системы токового управления

Здесь трехфазный АД питается от преобразователя частоты, обладающего свойствами источника напряжения. В рабочем зазоре двигателя размещены датчики Холла, с помощью которых измеряются ортогональные составляющие основного магнитного потока  $\psi_{m\alpha}$  и  $\psi_{m\beta}$ . В двух фазах статора установлены также датчики тока, сигналы которых  $i_{1a}$ ,  $i_{1b}$  затем преобразуются (3/2) в ортогональные проекции вектора тока статора в неподвижной системе координат  $i_1^{(\alpha\beta)}$ .

С помощью полученных проекций векторов тока статора  $i_1^{(\alpha\beta)}$  и потокосцепления в зазоре  $\psi_m^{(\alpha\beta)}$  в блоке преобразования потока (ПП) вычисляется потокосцепление ротора в неподвижной системе координат в соответствии с выражением

$$\Psi_2^{(\alpha\beta)} = \Psi_m^{(\alpha\beta)} \frac{L_2}{L_m} - i_1^{(\alpha\beta)} L_{1\sigma} \Rightarrow \Psi_{2\alpha} = \Psi_{m\alpha} \frac{L_2}{L_m} - i_{1\alpha} L_{1\sigma}; \Psi_{2\beta} = \Psi_{m\beta} \frac{L_2}{L_m} - i_{1\beta} L_{1\sigma}.$$

Затем с помощью так называемого вектор-фильтра (ВФ) (рис. 2.24 а) вычисляются модуль потокосцепления ротора  $|\Psi_2| = \sqrt{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2}$  и тригонометрические функции, определяющие текущее положение синхронной системы координат в пространстве –  $\cos \vartheta_1 = \Psi_{2\alpha} / |\Psi_2|$ ;  $\sin \vartheta_1 = \Psi_{2\beta} / |\Psi_2|$ . Таким образом, с помощью описанных блоков формируются сигналы, обеспечивающие переход от неподвижной системы координат к синхронной и наоборот. Последним этапом преобразования величин, полученных измерением (истинных величин), является вычисление продольной и поперечной составляющих тока статора  $i_{1d}$  и  $i_{1q}$  с помощью ротатора ( $\alpha\beta/dq$ ). Структура ротатора показана на рис. 2.24 б). Изменение знака синусной функции приводит к изменению направления вращения, т.е. преобразование  $\alpha\beta/dq$  изменяется на противоположное  $dq/\alpha\beta$ .

Система управления рис. 2.23 имеет два независимых внешних контура обратных связей: по скорости вращения и по потокосцеплению ротора и два подчиненных контура по составляющим тока статора, образующим вместе отрицательную связь по вектору тока. Информация о частоте вращения поступает с

выхода датчика скорости (ДС). После вычитания из сигнала задания  $\omega^*$ , полученный сигнал ошибки подается на регулятор скорости (РС), на выходе которого формируется сигнал задания момента  $m^*$ , а затем, после деления на величину модуля  $|\psi_2|$ , сигнал задания поперечной составляющей тока статора  $i_{1q}^*$ . Стаби-

лизация потокосцепления осуществляется с помощью регулятора потока (РП), формирующего сигнал задания продольной составляющей тока статора  $i_{1d}^*$ . Преобразователь частоты (ПЧ), питающий статор АД, управляется сигналами задания фазных напряжений  $u_1^{(abc)*}$ , но, будучи охваченным отрицательной обратной связью по току статора, работает в режиме источника тока.

Блок развязки координат (БР) можно построить на основе уравнений модели АД, управляемого напряжением (2.22). В них можно положить  $d\psi_{2d}/dt \approx 0$  и  $\omega_1 \approx \omega$ . Тогда, с учетом того, что  $\psi_{2d} = |\psi_2|$ ;  $u_{d0}^* \equiv i_{1d}^*$ ;  $u_{q0}^* \equiv i_{1q}^*$ , уравнения БР будут иметь вид

$$u_{1d} = u_{d0}^* r_1 (1 + T_1' p) - u_{q0}^* \omega L_1'$$

$$u_{1q} = u_{q0}^* r_1 (1 + T_1' p) + u_{d0}^* \omega L_1' + \omega |\psi_2| k_2$$

представленный в виде структурной схемы на рис. 2.24.

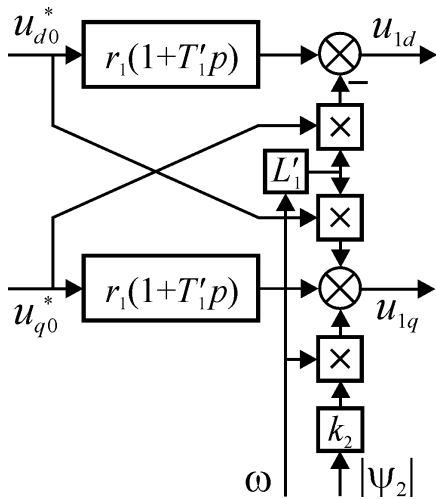


Рис. 2.25. Структурная схема блока развязки координат.

вычислять потокосцепление ротора, пользуясь уравнениями статора и потокосцеплений в неподвижной системе координат

$$\frac{d\psi_1}{dt} = u_1 - i_1 r_1; \quad \psi_2 = (\psi_1 - i_1 \sigma L_m / k_1) / k_2 \quad (2.23)$$

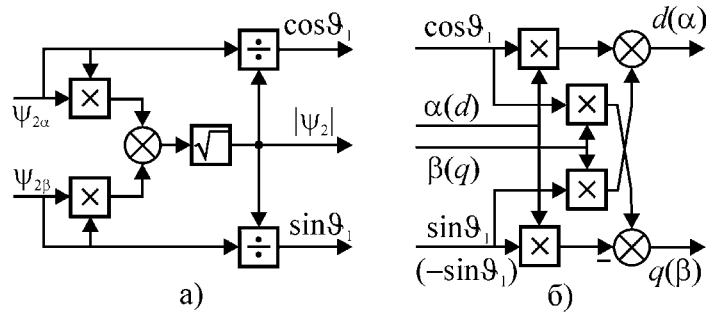


Рис. 2.24. Структурные схемы вектор-фильтра (а) и ротатора (б).

Полученный на выходе БР вектор заданного напряжения статора  $u_1^{(dq)*}$ , преобразуется далее ротатором  $dq/\alpha\beta$  в неподвижную систему координат  $u_1^{(\alpha\beta)*}$ , а затем разделяется на фазные проекции  $u_1^{(abc)*}$ , которые являются сигналами управления для ПЧ.

В системе трансвекторного управления рис. 2.23 в качестве входных сигналов использовались фазные токи и ЭДС датчиков Холла, измеряющих магнитный поток в зазоре АД. При использовании достаточно мощного процессора для обработки информации можно отказаться от датчиков магнитного потока и

где  $k_1 = L_m / L_1$ ;  $k_2 = L_m / L_2$ ;  $\sigma = 1 - k_1 k_2$  – соответственно коэффициенты электро-

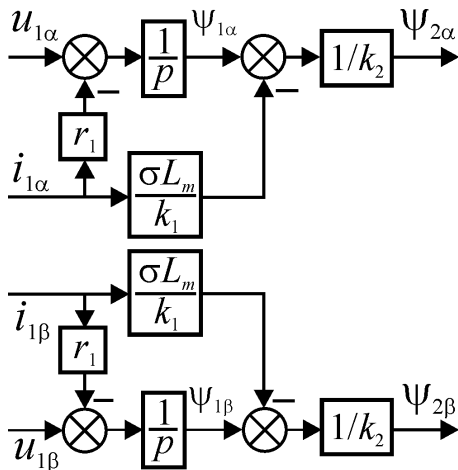


Рис. 2.26. Структурная схема устройства идентификации потокосцепления ротора.

магнитной связи статора и ротора и коэффициент рассеяния. В результате потокосцепление ротора будет определяться по мгновенным значениям напряжения и тока статора так, как это показано на структурной схеме рис. 2.26.

В системах трансвекторного управления предназначенных для широкого применения обычно не используют датчиков скорости, т.к. её также можно вычислить по легко наблюдаемым фазным напряжениям и токам статора. Для этого можно воспользоваться уравнением ротора, записанным в неподвижной системе координат

$$i_2^{(\alpha\beta)} r_2 + \frac{d\psi_2^{(\alpha\beta)}}{dt} - j\omega \psi_2^{(\alpha\beta)} = 0.$$

Подставляя в это уравнение ток ротора, представленный через ток статора и потокосцепление ротора  $i_2^{(\alpha\beta)} = (\psi_2^{(\alpha\beta)} - i_1^{(\alpha\beta)} L_m) / L_2$ , и опуская индексы системы координат, получим

$$\psi_2 (1 - j\omega T_2 + T_2 p) = i_1 L_m.$$

И далее, разделяя проекции векторов –

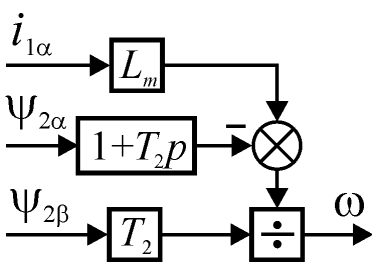


Рис. 2.27. Структурная схема устройства идентификации частоты вращения АД.

$$\psi_{2\alpha} (1 + T_2 p) + \psi_{2\beta} \omega T_2 = i_{1\alpha} L_m$$

$$\psi_{2\beta} (1 + T_2 p) - \psi_{2\alpha} \omega T_2 = i_{1\beta} L_m.$$

Для вычисления  $\omega$  можно использовать любое из двух уравнений, но в первом из них ток статора представлен  $\alpha$ -проекцией, т.е. истинным значением тока в фазе  $a$ . Поэтому для уменьшения погрешности лучше для этой цели выбрать его –

$$\omega = [i_{1\alpha} L_m - \psi_{2\alpha} (1 + T_2 p)] / \psi_{2\beta} T_2$$

Таким образом, используя проекции вектора тока статора и полученные с помощью выражений (2.23) проекции потокосцепления ротора, можно определить угловую частоту вращения ротора АД.

В устройствах управления всех рассмотренных выше трансвекторных систем обработка информации производится в ортогональных системах координат. Однако большинство АД имеют трехфазные обмотки статора и сигналы, формирующие токи или напряжения в них, должны быть представлены в трехфазных координатах. Соответственно и измеряемые значения фазных токов и/или напряжений перед обработкой информации должны быть преобразованы в ортогональную систему координат. Эти преобразования представляют собой элементарные арифметические операции никоим образом не влияющие на процессы в системе. Поэтому во многих задачах анализа они могут быть опущены, но в реальных устройствах преобразователи числа фаз в программном или аппаратном виде присутствуют. Их также нужно включать в модель АД, если исследуются

процессы в системе совместно с преобразователем частоты или усилителем мощности.

В современных приводах АД чаще всего работают в схеме без нулевого провода, поэтому преобразования числа фаз для них имеют вид

$$\begin{aligned} i_\alpha &= i_a & i_a &= i_\alpha \\ i_\beta &= \frac{i_a + 2i_b}{\sqrt{3}} = -\frac{i_a + 2i_c}{\sqrt{3}} & \Leftrightarrow & i_b = \frac{-i_\alpha + i_\beta \sqrt{3}}{2} \\ & & & i_c = \frac{-i_\alpha - i_\beta \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Очевидно, что совершенно идентичные выражения будут использоваться и для преобразования напряжений.

### 2.2.1.5. Особенности настройки регулятора скорости

Как уже упоминалось выше, система трансвекторного управления с блоком развязки координат, имеющим обратные передаточные функции АД, не может работать без обратной связи по скорости вращения. В то же время ее эквивалентная структура при постоянном потокосцеплении ротора имеет вид, показанный на рис. 2.28. Стандартные настройки регулятора скорости (РС) на технический или симметричный оптимум здесь невозможны, поэтому задачу коррекции здесь следует решать, исходя из общих принципов формирования переходных характеристик.

В системе рис. 2.28 можно использовать П и ПИ регуляторы, получая при этом статическую и астатическую системы. Из общего выражения для передаточных функций по управлению  $W_y(p)$  и по возмущению  $W_b(p)$  для замкнутой системы мы получим выражения, сведенные в таблицу приложения 3

Как и следовало ожидать, в случае применения П-регулятора передаточные функции по управлению и возмущению соответствуют апериодическому звену первого порядка с постоянной времени  $T_K$  обратно пропорциональной коэффициенту усиления регулятора  $K$ .

Переходные характеристики привода  $\omega(t)$  представляют собой экспоненту с длительностью переходного процесса  $3T_M / K$ , где  $T_M$  – механическая постоянная времени.

Механические и регулировочные характеристики линейны. Жесткость механических характеристик линейно зависит от коэффициента усиления регулятора, а статизм обратно пропорционален значению этого коэффициента, т.е. статические характеристики системы векторного управления АД с П-регулятором скорости соответствуют характеристикам ДПТ с якорным управлением.

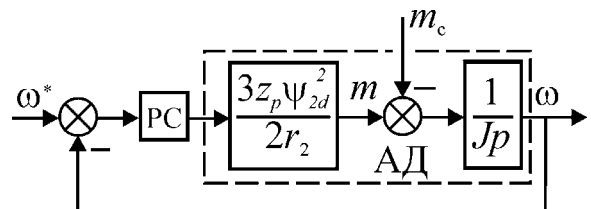


Рис. 2.28. Система векторного управления АД с обратной связью по скорости вращения.

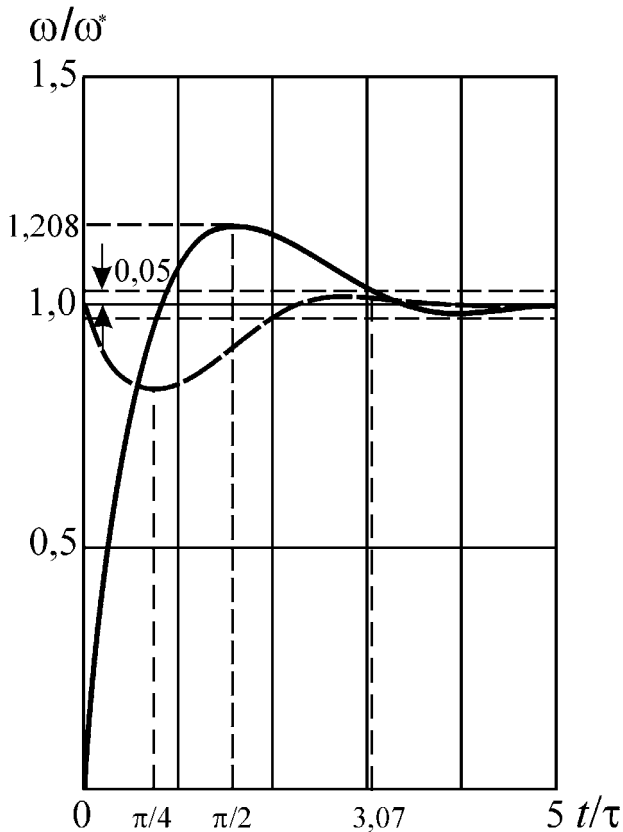


Рис. 2.29. Переходные характеристики при выборе коэффициентов ПИ-регулятора из условия  $K\tau = 2T_M$

Формально характеристики могут продолжаться в любую сторону до бесконечности, но при питании от преобразователя частоты с неуправляемым выпрямителем на входе генераторный режим невозможен. Кроме того, ток статора обычно ограничен в переходных режимах полутора кратным значением. Поэтому и максимальный момент ограничен

$$m_{\max} \leq \frac{3z_p \Psi_{2d}}{2L_2} \sqrt{I_{\max}^2 L_m^2 - \Psi_{2d}^2}.$$

В режиме ограничения тока АД с векторным управлением имеет абсолютно мягкую механическую характеристику. В случае использования ПИ-регулятора с коэффициентами, выбранными из условия  $K\tau = 2T_M$ , передаточные характеристики системы соответствуют хорошо демпфированному колебательному звену\*.

Реакция системы на скачки управляющего  $\Delta\omega^*$  и возмущающего  $\Delta m_c$  воздействий показана на рис. 2.29. В выражениях переходных характеристик время представлено отношением к постоянной  $\tau$  ПИ-регулятора ( $t/\tau$ ), т.е. эта величина определяет масштаб времени в динамике, а т.к.  $\tau$  может выбираться произвольно, то и длительность переходных процессов в системе может быть произвольно заданной. Это возможно потому, что два коэффициента ПИ-регулятора определяются только одним параметром системы  $T_M$  и условие  $K\tau = 2T_M$  может быть выполнено при любом  $\tau$  надлежащим выбором  $K$ .

При такой настройке регулятора

- перерегулирование при скачке управляющего воздействия составляет 20,8%;
- максимальные отклонения скорости вращения при скачках управления и момента наступают соответственно при  $t/\tau = \pi/2$  и  $t/\tau = \pi/4$ ;
- переходный процесс заканчивается после первого экстремума и его длительность при скачке управления составляет  $3,07\tau$ .

\* См. приложение 4



### 2.2.2. Прямое управление моментом (DTC)

Развитие средств вычислительной техники и силовой электроники в последние десятилетия привело к тому, что появились новые возможности управления АД. В дополнение к модульному и трансвекторному способам был разработан и с середины 90-х годов реализован в серийных изделиях фирмы *ABB* способ так называемого прямого управления моментом (*DTC – direct torque control*).

В основу работы системы *DTC* положено уравнение электромагнитного момента АД

$$m = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} |\Psi_1 \times \Psi_2| = \frac{3}{2} z_p \frac{k_1 k_2}{\sigma L_m} \Psi_{1m} \cdot \Psi_{2m} \sin \vartheta$$

где  $\vartheta$  – пространственный угол между векторами потокосцеплений статора  $\Psi_1$  и ротора  $\Psi_2$ . Если модули векторов  $|\Psi_1| = \Psi_{1m}$  и  $|\Psi_2| = \Psi_{2m}$  поддерживать постоянными, то величиной момента можно управлять, изменяя угол  $\vartheta$ .

При питании АД от инвертора напряжения в зависимости от состояния ключей возможно формирование восьми пространственных векторов  $u^{(0)}$  к  $u^{(7)}$  (рис. 2.30 а), называемых базовыми. Причем, векторы  $u^{(0)}$  и  $u^{(7)}$  являются нулевыми и соответствуют короткому замыканию обмоток статора чётными или нечётными ключами\*.

Из уравнения статора АД в неподвижной системе координат можно определить связь между векторами напряжения и потокосцепления

$$u_1 = r_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \Rightarrow \Psi_1 = \int (u_1 - r_1 i_1) dt.$$

Полагая  $r_1 \approx 0$  и переходя к конечным разностям, получим

$$\Delta_{\Psi_1} \approx u_1 \cdot \Delta_t.$$

Таким образом, вектор приращения потокосцепления статора  $\Delta_{\Psi_1}$  совпадает по направлению с вектором напряжения  $u_1$  и пропорционален длительности его формирования. Для интервала времени, в котором формируется  $k$ -й базовый вектор можно записать

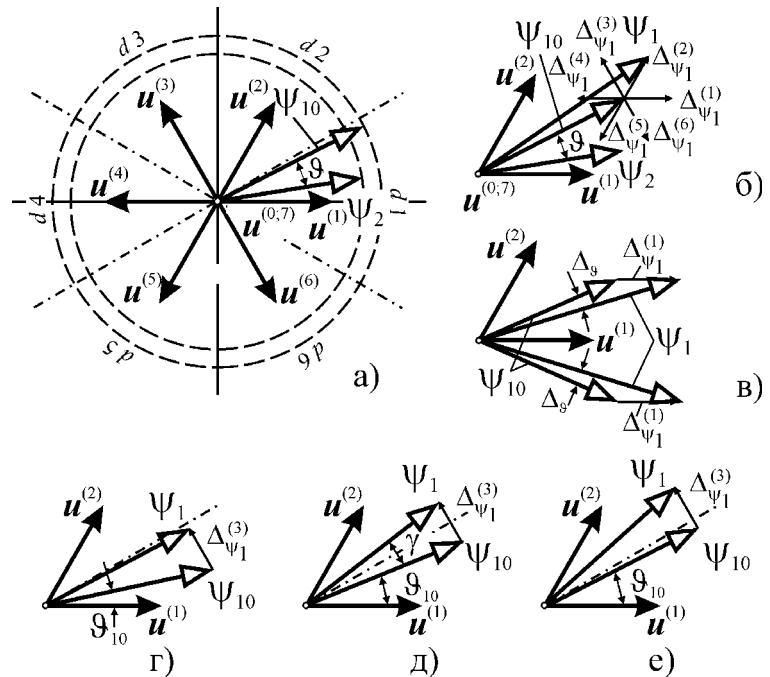


Рис. 2.30. Состояния векторов системы прямого управления моментом АД.

\* См. раздел 2.3.2.3

$$\Psi_1 = \Psi_{10} + \Delta_{\Psi_1}^{(k)} = \Psi_{10} + \mathbf{u}^{(k)} \cdot \Delta_t^{(k)},$$

где  $\Psi_{10}$  и  $\Psi_1$  – начальное и конечное значения вектора потокосцепления статора. На рис. 2.30 б) показано изменение состояния этого вектора для случая формирования инвертором базового вектора  $\mathbf{u}^{(2)}$ . Конечные положения вектора  $\Psi_1$  для общего случая формирования любых ненулевых базовых векторов, очевидно, соответствуют вершинам правильного шестиугольника, образованного векторами приращений  $\Delta_{\Psi_1}^{(k)}$ , с центром в конце вектора начального значения  $\Psi_{10}$  (см. рис. 2.30 б).

В АД электромагнитная постоянная времени ротора  $T_2$  в 1,5К 2,5 раза больше постоянной времени статора  $T_1$ . Поэтому, если длительность межкоммутационного интервала  $\Delta_t = T_1 < T_2$ , то при качественном анализе можно считать, что потокосцепление ротора  $\Psi_2$  после коммутации ключей инвертора остается практически постоянным, а изменяется только  $\Psi_1$ . Следовательно, выбор базового вектора, формируемого инвертором, определяет не только изменение модуля потокосцепления статора, но и угла между векторами  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ , т.е. приращение электромагнитного момента  $\Delta_m : \Delta_\vartheta$ . На примере состояния векторов, показанного на рис. 2.30, можно проследить влияние этого выбора.

Пусть в некоторый момент времени векторы  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  находятся в положении рис. 2.30 а) и угол между ними равен  $\vartheta$ . Если теперь замкнуть статор коротко, формируя один из нулевых базовых векторов  $\mathbf{u}^{(0)}$  или  $\mathbf{u}^{(7)}$ , то  $\Delta_{\Psi_1}^{(0)} = \Delta_{\Psi_1}^{(7)} = 0 \Rightarrow \Psi_1 = \Psi_{10}$ ;  $\vartheta = const$ ;  $m = const$ , т.е. векторы потокосцеплений статора и ротора сохранят свои значения и электромагнитный момент не изменится. Выбор одного из двух нулевых векторов производится из условия минимального числа коммутаций ключей при переходе к новому состоянию. В случае формирования базового вектора  $\mathbf{u}^{(2)}$  (рис. 2.30 б) модуль потокосцепления статора и угол  $\vartheta$  увеличатся, вызывая соответствующее увеличение момента. Формирование базового вектора  $\mathbf{u}^{(3)}$ , строго говоря, однозначно не определяет приращения модуля и момента. Для малых углов  $\vartheta_{10}$  между векторами  $\mathbf{u}^{(1)}$  и  $\Psi_{10}$  приращение модуля будет отрицательным, а момента – положительным (рис. 2.30 г). При некотором граничном значении  $\vartheta_{10}$ , определяемом модулями векторов  $\Psi_{10}$  и  $\Delta_{\Psi_1}^{(3)}$  приращение модуля потокосцепления будет нулевым (рис. 2.30 д), а при больших значениях – положительным (рис. 2.30 е). Из равнобедренного треугольника векторов  $\Psi_{10}$ ,  $\Delta_{\Psi_1}^{(3)}$  и  $\Psi_1$  рисунка 2.30 д) можно найти

$$\gamma/2 \approx \sin \gamma/2 = \frac{|\Delta_{\Psi_1}^{(3)}|}{2|\Psi_{10}|}.$$

Следовательно, положительное приращение модуля потокосцепления статора при формировании базового вектора  $\Delta_{\Psi_1}^{(3)}$  будет соответ-

воват углям  $\vartheta_{10} > \frac{\pi}{6} - \frac{|\Delta_{\psi_1}^{(3)}|}{2|\psi_{10}|}$ . Однако на практике система *DTC* работает при столь малых значениях  $|\Delta_{\psi_1}^{(3)}|$ , что  $\gamma/2 \approx 0$  и можно считать, что в пределах  $0 \leq \vartheta_{10} < \pi/6$  приращение модуля потокосцепления отрицательно. Формирование базовых векторов  $\mathbf{u}^{(5)}$  и  $\mathbf{u}^{(6)}$ , будет приводить к уменьшению  $\vartheta$ , т.е. момента, и к уменьшению или увеличению модуля потокосцепления  $\psi_1$  соответственно. Первый и четвертый базовые векторы обычно для управления не используются, т.к. знак приращения момента при формировании этих векторов зависит от знака угла между ними и начальным вектором  $\psi_{10}$ . На рисунке 2.30 в) показаны два состояния, соответствующие формированию базового вектора  $\mathbf{u}^{(1)}$  при разных знаках угла  $\vartheta_{10}$ . При  $\vartheta_{10} > 0$  приращение угла и момента  $\Delta_\vartheta < 0$ :  $\Delta_m < 0$ , а при  $\vartheta_{10} < 0$  –  $\Delta_\vartheta > 0$ :  $\Delta_m > 0$ .

Рассмотренное нами влияние выбора базового вектора на потокосцепление статора и момент АД справедливо только в том случае, если угол между векторами  $\mathbf{u}^{(1)}$  и  $\psi_{10}$  не превышает  $30^\circ$ . В противном случае знак приращения модуля  $\psi_1$  при формировании векторов  $\mathbf{u}^{(3)}$  и  $\mathbf{u}^{(6)}$  будет противоположным. Для исключения этой неоднозначности при выборе плоскость базовых векторов разделяют на секторы ошибок *d1K d6* (рис. 2.30 а), в пределах которых знак приращения  $|\psi_1|$  сохраняется.

Очевидно, что в случае расположения начального вектора  $\psi_{10}$  в другом секторе базовых векторов, изменения модуля и момента будут соответствовать рассмотренным вариантам, если в них в качестве  $\mathbf{u}^{(1)}$  принять базовый вектор, ограничивающий начало сектора, а остальные векторы отсчитывать от него в том же порядке.

Алгоритм работы системы *DTC* строится следующим образом. Вначале каким-либо образом определяются вектор потокосцепления статора  $\psi_1$  и электромагнитный момент АД  $m$ . Затем модуль вектора и момент сравниваются с заданными значениями  $|\psi_1|^*$  и  $m^*$ , после чего с помощью компараторов, называемых релейными регуляторами, формируются логические сигналы ошибки  $d_\psi$  и  $d_m$ . Обычно для управления модулем потокосцепления используют релейный регулятор с гистерезисом  $\Delta_\psi$

$$d_\psi = \begin{cases} +1 \leftarrow |\psi_1|^* - |\psi_1| > +\Delta_\psi \\ -1 \leftarrow |\psi_1|^* - |\psi_1| < -\Delta_\psi \end{cases},$$

а для управления моментом – релейный регулятор с гистерезисом  $\Delta_m$  и зоной нечувствительности  $\Delta_0$

$$d_m = \begin{cases} +1 \leftarrow m^* - m > +\Delta_m \\ 0 \leftarrow |m^* - m| < \Delta_0 \\ -1 \leftarrow m^* - m < -\Delta_m \end{cases}$$

Знак сигнала ошибки соответствует знаку требуемого приращения величины. На основании этих сигналов и зная положение вектора потокосцепления на плоскости базовых векторов можно выбрать такую комбинацию состояний ключей инвертора, при которой будет сформирован базовый вектор напряжения минимизирующий отклонение от заданных значений. Таким образом, в результате работы системы модуль потокосцепления статора и электромагнитный момент АД будут постоянно находиться в зоне допустимого отклонения от заданного значения, определяемого величиной гистерезиса соответствующего регулятора. Выбор базового вектора минимизирующего ошибку регулируемых величин в зависимости от сектора, в котором в данный момент находится вектор  $\psi_1$ , можно производить, например, с помощью заранее составленной таблицы.

Таблица формирования базовых векторов

Сигнал ошибки		Сектор ошибки					
$d_\psi$	$d_m$	$d1$	$d2$	$d3$	$d4$	$d5$	$d6$
+1	+1	$u^{(2)}$	$u^{(3)}$	$u^{(4)}$	$u^{(5)}$	$u^{(6)}$	$u^{(1)}$
	0	$u^{(0)}$	$u^{(7)}$	$u^{(0)}$	$u^{(7)}$	$u^{(0)}$	$u^{(7)}$
	-1	$u^{(6)}$	$u^{(1)}$	$u^{(2)}$	$u^{(3)}$	$u^{(4)}$	$u^{(5)}$
-1	+1	$u^{(3)}$	$u^{(4)}$	$u^{(5)}$	$u^{(6)}$	$u^{(1)}$	$u^{(2)}$
	0	$u^{(7)}$	$u^{(0)}$	$u^{(7)}$	$u^{(0)}$	$u^{(7)}$	$u^{(0)}$
	-1	$u^{(5)}$	$u^{(6)}$	$u^{(1)}$	$u^{(2)}$	$u^{(3)}$	$u^{(4)}$

Функциональная схема одной из реализаций системы DTC приведена на рис. 2.31. Она имеет два канала управления скоростью вращения  $\omega^*$  и модулем потокосцепления статора  $|\psi_1|^*$ .

На входе канала управления скоростью установлен задатчик интенсивности (ЗИ) ограничивающий ускорение при разгоне и снижении скорости. Ограничение ускорений необходимо для уменьшения нагрузок на автономный инвертор напряжения (АИН). При разгоне ЗИ ограничивает ток АИН, а при замедлении – рассеяние или возврат энергии в источник. Как и в системе трансвекторного управления для исключения значительного перерегулирования на выходе ЗИ целесообразно установить апериодический фильтр первого порядка ( $\Phi$ ). На выходе ПИ регулятора скорости (РС) формируется сигнал задания момента  $m^*$ , ограниченный нелинейным звеном насыщения.

Идентификации потокосцеплений статора и ротора производится адаптивным наблюдателем (НП), в котором используется информация о текущих значениях токов и напряжении статора. Фазные токи  $i_{1a}, i_{1b}$  преобразуются (3-2 на рис. 2.31) в ортогональные проекции  $\{i_{1\alpha}; i_{1\beta}\} = i_1^{(\alpha\beta)}$ . Вектор напряжения статора  $u_1^{(\alpha\beta)}$

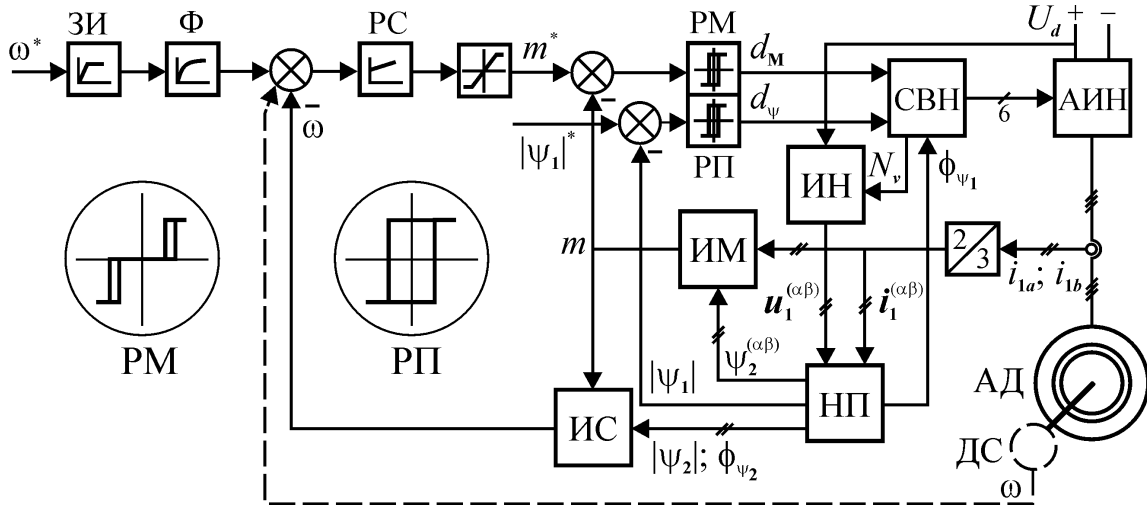


Рис. 2.31. Функциональная схема системы прямого управления моментом АД

определяется идентификатором напряжения (ИН) по номеру состояния ключей АИН  $N_v$  (номеру базового вектора 0-7) и напряжению на входе инвертора  $U_d$ . Полученные векторы  $u_1^{(\alpha\beta)}$  и  $i_1^{(\alpha\beta)}$  служат основой для вычислений координат векторов  $\psi_1, \psi_2$ , а также текущих значений момента  $m$  и частоты вращения  $\omega$  в соответствии с выражениями

$$\begin{aligned} \psi_1^{(\alpha\beta)} &= \int (u_1^{(\alpha\beta)} - i_1^{(\alpha\beta)} r_1) dt; & \psi_2^{(\alpha\beta)} &= (\psi_1^{(\alpha\beta)} - i_1^{(\alpha\beta)} \sigma L_1) L_2 / L_m; \\ m &= \frac{3}{2} z_p (\psi_{1\alpha} i_{1\beta} - \psi_{1\beta} i_{1\alpha}); & \omega &= \omega_1 - \frac{2r_2 m}{3z_p |\psi_2^{(\alpha\beta)}|^2} \end{aligned} \quad (2,24)$$

В уравнениях момента и скорости используются средние за интервал дискретности вычислений ( $\Delta t = t_2 - t_1$ ) значения, а синхронная частота вращения определяется методом конечных разностей как

$$\omega_1 = \frac{d\phi_2}{dt} \approx \frac{\phi_2(t_2) - \phi_2(t_1)}{\Delta t}.$$

Сигналы задания момента  $m^*$  и модуля потокосцепления статора  $|\psi_1|^*$  сравниваются с текущими оценками  $m$  и  $|\psi_1|$ . После чего, с помощью релейных регуляторов РМ и РП с гистерезисной характеристикой формируются логические сигналы ошибок этих величин. Величина гистерезиса характеристик регуляторов определяет допустимое отклонение от заданного значения, а также частоту коммутации ключей АИН. Поэтому если требуется управление частотой коммутации при изменении частоты вращения магнитного поля или ее ограничение, то используют регуляторы момента и потока с управляемым гистерезисом.

Сигналы ошибок и текущего угла потокосцепления статора  $\phi_{\psi_1}$  поступают на вход селектора вектора напряжения (СВН), который осуществляет управление ключами АИН в соответствии, например, с приведенной выше таблицей.

Из выражений (2.24) следует, что основной задачей, от решения которой зависит работоспособность системы, является идентификация потокосцепления статора  $\psi_1$ , т.к. эта величина используется во всех последующих вычислениях. Она определяется интегрированием, а эта операция в принципе приводит к нако-

плению ошибки. В данном случае источником появления ошибки является неточность определения активного сопротивления статора  $r_1$  и его изменение под влиянием нагрева в процессе работы АД. Ошибка определения  $r_1$  более чем 10% приводит к потере работоспособности системы *DTC*. Поэтому в таких устройствах используют режим предварительной идентификации параметров двигателя и алгоритмы адаптации в процессе работы. Сопротивление ротора  $r_2$  также изменяется, но чувствительность системы к ошибке его идентификации невелика и сказывается только на точности оценки частоты вращения в приводе без датчика скорости.

Предварительная идентификация параметров АД производится при пуске. Для этого используется режим возбуждения магнитного потока, при котором напряжение на двух фазах статора модулируется переключением векторов  $\mathbf{u}^{(k)}$ ,  $\mathbf{u}^{(0)}$  так, чтобы среднее значение тока  $I_{cp}$  не превышало допустимое. Тогда по средними значениям можно определить  $r_1$  с погрешностью не более 1% как

$$r_1 = U_{cp} / I_{cp}.$$

Для определения полной индуктивности статора  $L_1$  также используют режим предварительного возбуждения постоянным током. При этом АД сначала намагничивается током близким к номинальному значению, а затем система переводится в режим поддержания заданного потокосцепления  $|\Psi_1|^*$ . Так как до этого сопротивление  $r_1$  уже было определено и ошибка интегрирования за время теста не успевает накопиться, то

$$L_1 = |\Psi_1|^* / I_{cp}.$$

Принимая предварительно  $L_2 \approx L_1$ , можно определить полную взаимную индуктивность  $L_m$  из зависимости

$$\sigma = 1 - L_m^2 / (L_1 L_2).$$

Идентификация  $r_2$  выполняется также в режиме намагничивания на основе линейной аппроксимации кривой намагничивания ротора:

$$r_2 = -\Psi_{20} / (t_m I_{2cp}),$$

где  $\Psi_{20}$  – значение потокосцепления ротора в момент перехода в режим поддержания потокосцепления;  $t_m$  – время намагничивания с ограничением тока;  $I_{2cp}$  – среднее значение составляющей тока ротора за время  $t_m$ .

Погрешность идентификации индуктивностей и сопротивления ротора обычно не превышает 5%.

Системы *DTC* позволяют обеспечить

- отработку ступенчатого задания на номинальный момент за 1-2 мс;
- астатическое регулирование момента на низких частотах вращения, включая нулевую скорость;
- ошибку поддержания скорости вращения до 10% без использования датчика скорости и до 0,01% с датчиком.

## 2.3 Преобразователи частоты для асинхронного электропривода

### 2.3.1 Основные типы преобразователей

Большая часть приводов переменного тока питается от промышленной трехфазной сети, поэтому силовая часть систем частотного управления обычно называется преобразователем частоты, т.к. она формирует в обмотках статора АД напряжения и токи с частотой отличной от частоты источника питания.

Преобразователи частоты (ПЧ) по числу ступеней преобразования энергии делятся на ПЧ с непосредственной связью (НПЧ) и с промежуточным звеном постоянного тока (рис. 2.32).

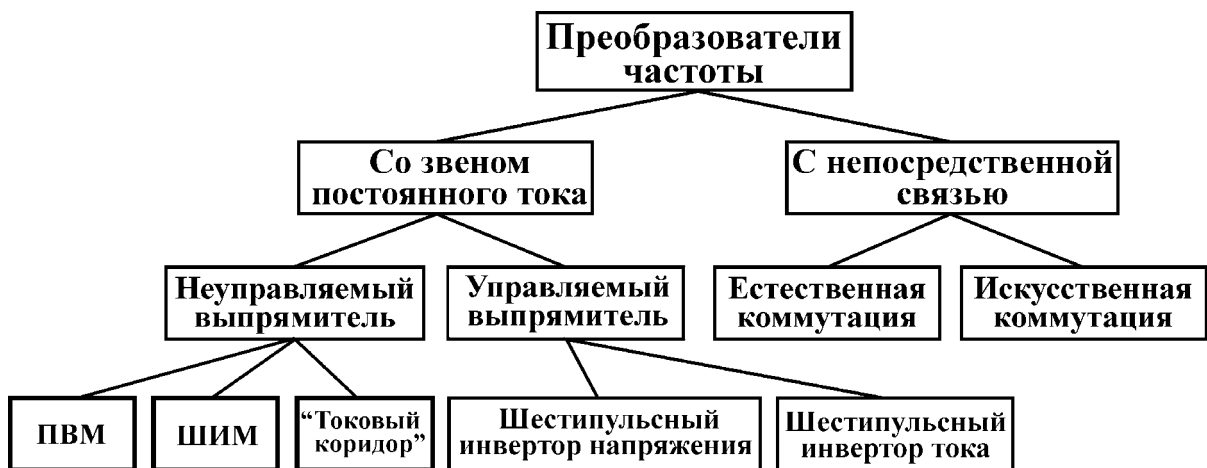


Рис. 2.32. Основные типы преобразователей

В настоящее время более распространены ПЧ со звеном постоянного тока. На входе энергетического канала этих ПЧ установлен управляемый (рис. 2.33 а и б) или неуправляемый (рис 2.33 в) выпрямитель. После преобразования выпрямителем энергии переменного тока с постоянными значениями напряжения и частоты в энергию постоянного тока, она поступает на вход инвертора (И) и снова преобразуется в энергию трехфазного переменного тока, но уже с регулируемыми параметрами. Таким образом, в ПЧ этого типа происходит двойное преобразование энергии, что несколько снижает его КПД, однако другие существенные преимущества этих преобразователей обеспечивают им доминирующее положение в современном автоматизированном приводе.

Для энергетической развязки выпрямителя и инвертора между ними обязательно устанавливают накопитель энергии. В зависимости от вида этого накопителя – конденсатор или дроссель (рис. 2.33) – инвертор работает либо в режиме источника напряжения (ИН), либо источника тока (ИТ). Накопитель энергии необходим потому, что энергия постоянного тока чисто активная, а для формирования магнитных полей в двигателе нужен обмен реактивной энергией с источником питания, которую и обеспечивает накопитель. При переходе АД в генераторный режим изменяется знак активной составляющей тока статора, т.е. ее направление по отношению к напряжению. Этот ток и напряжение примерно соответствуют величинам на входе И, поэтому при изменении режима АД должно изменяться взаимное направление тока и напряжения в звене постоянного тока. Но в ПЧИИ изменить направление может только напряжение, а в ПЧИТ – ток.

Изменение направления напряжения в ПЧИТ при сохранении направления тока приведет к тому, что УВ перейдет в режим инвертирования и избыточная энергия будет возвращена в сеть. В ПЧИН переход АД в генераторный режим приведет к изменению направления тока в инверторе. В этом случае избыточная энергия не может быть возвращена в сеть через выпрямитель, т.к. его ключи обладают односторонней проводимостью. Она может либо рекуперироваться ведомым сетью инвертором, включенным встречно-параллельно с УВ, либо быть рассеянной на тормозном резисторе, включаемом с этой целью на входе инвертора. Таким образом, ПЧИТ обеспечивает двухстороннее направление обмена энергией между АД и сетью без применения дополнительных устройств и, следовательно, работу двигателя в двух квадрантах механической характеристики, в то время как ПЧИН только в одном квадранте (двигательном). Тем не менее, более распространенными на практике являются ПЧИН. Это связано с тем, что большая часть задач привода не требует работы АД в генераторном режиме, а крат-

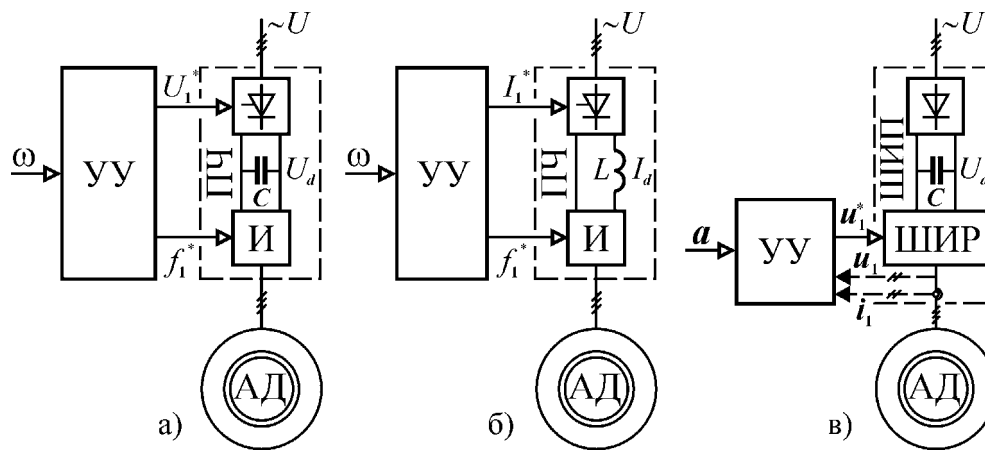


Рис. 2.33. Функциональные схемы преобразователей

ковременные выходы в эту область связаны с умеренным количеством производимой энергии, которая может рассеиваться тормозным резистором. Кроме того, дроссель обладает существен-

но худшими массогабаритными показателями по сравнению с конденсатором.

Сдвиг фаз между выходными напряжениями И обеспечивается алгоритмом работы ключей, а частота регулируется тактовой частотой коммутации  $f_1$ , задаваемой устройством управления (УУ). Управление амплитудой напряжения или тока (сигналы  $U_1^*$ ;  $I_1^*$  на рис. 2.33) осуществляется с помощью УВ. Как правило, каналы управления частотой и амплитудой в УУ соединены между собой через функциональный преобразователь, обеспечивающий требуемый закон управления.

Из рассмотренных особенностей ПЧ с инверторами, работающими с шестью коммутациями за период, можно сделать вывод, что ПЧИН следует применять для многодвигательных и одиночных приводов мощностью до 200 кВт, работающих в одном квадранте с диапазоном регулирования до 20:1. При этом в УУ обычно используется функциональный преобразователь с законом управления  $U/f = \text{const}$ . Для одиночных приводов мощностью до 400 кВт, работающих в двух квадрантах примерно с тем же диапазоном регулирования, применяют ПЧИТ.



Другой класс преобразователей со звеном постоянного тока составляют устройства, в которых функции регулирования обоих выходных параметров (амплитуды и частоты) возложены на инвертор, а в выпрямителе используются неуправляемые диоды. Такой тип ПЧ относят к широтно-импульсным преобразователям (ШИП рис. 2.33 в), а инвертор, работающий в режиме широтно-импульсной модуляции – к широтно-импульсным регуляторам (ШИР). В настоящее время, благодаря развитию силовой электроники и, прежде всего, появлению силовых транзисторов с изолированным затвором (*IGBT – insulated gate bipolar transistor*), этот тип ПЧ стал наиболее распространенным. Поэтому мы остановимся на его устройстве более подробно в следующем разделе.

Отдельный класс преобразователей составляют НПЧ. В них выходное напряжение формируется из участков синусоид напряжения сети питания, при этом двигатель в процессе работы преобразователя через открытые ключи в каждый момент времени оказывается подсоединенным непосредственно к источнику питания. Это позволяет без использования дополнительных устройств обеспечить двухсторонний обмен энергией между АД и питающей сетью, что, в свою очередь, создает возможность работы двигателя в двух квадрантах механической характеристики.

НПЧ в принципе могут строиться на основе частично или полностью управляемых ключей. В первом случае в качестве ключей используют тиристоры (симисторы) с естественной коммутацией (ЕК); во втором – либо полностью управляемые тиристоры или тиристоры с искусственной коммутацией, либо транзисторы (рис. 2.32). Применение искусственной коммутации позволяет регулировать выходную частоту в области ниже и выше частоты сети. Однако коммутационные устройства тиристорных ключей существенно ухудшают массогабаритные показатели. Применение транзисторных ключей исключает этот недостаток, но сам принцип работы НПЧ требует использования по крайней мере тройного количества ключевых элементов по сравнению с ПЧ с инверторами. Кроме того, для некоторых задач в НПЧ используют входные или выходные трансформаторы, что еще более снижает их конкурентоспособность. Поэтому в преобразователях этого типа чаще всего используют естественную коммутацию и применяют их в приводах, где отчетливо проявляются достоинства тиристорных ключей – в приводах большой мощности.

С помощью трехфазно-трехфазных НПЧ ЕК можно формировать фазные токи АД с коэффициентом искажения порядка 0,99-0,9999, т.е. токи, содержащие практически только основную гармонику. Однако с повышением частоты основной гармоники искажения увеличиваются и при питании от сети 50 Гц предельной выходной частотой с удовлетворительным спектром тока считается 20 Гц. Повышение этой частоты в 1,5-2 раза возможно с помощью входных трансформаторов и дополнительных ключей, но такое решение существенно ухудшает массогабаритные показатели. В любом случае использование НПЧ для токового управления АД позволяет осуществить глубокое регулирование частоты вращения вплоть до работы на упор с номинальной перегрузочной способностью, а также обеспечить запуск двигателя в тяжелых условиях. Наличие относительно

большого количества ключей является недостатком НПЧ, но надежность и мощность тиристорных коммутаторов определили область, в которой почти исключительно применяются НПЧ ЕК. Это приводы большой мощности с тяжелыми условиями пуска такие, как тяговый привод на транспорте, гребные валы судов, цементные мельницы и т.п.

### 2.3.2 Широтно-импульсные преобразователи

Как уже отмечалось выше, ШИП практически полностью вытеснили другие типы ПЧ в массовом асинхронном приводе мощностью от 0,5 до 100000 кВт. Современные ШИП могут работать с частотами коммутации ключей 2–20 кГц, что позволяет обеспечить высокую динамику привода и сформировать в обмотках статора практически синусоидальные токи. Они могут формировать в обмотках заданное напряжение или ток, т.е. работать в режиме источника напряжения и в режиме источника тока. При этом все многообразие параметров и режимов ПЧ определяется только алгоритмом работы ключей ШИР.

На практике используют ШИП с синусоидальной и пространственно-векторной модуляцией (ПВМ)\*, а также с формированием токов нагрузки.

#### 2.3.2.1 Широтно-импульсные преобразователи с синусоидальной модуляцией напряжения

Простейшим режимом ШИР является режим формирования синусоидальных ШИМ напряжений в обмотках АД в соответствии с сигналами задания. На рис. 2.34 а) показана функциональная схема инвертора ПЧ, к выходу которого подключен статор АД. Управление четными и нечетными ключами полумостовых пар производится парафазно, для чего в каналы управления четных ключей включены инверторы логических функций. Логический сигнал управления ключами формируется компараторами (К), на входы которых подаются синусоидальные сигналы заданных фазных напряжений  $u_{1a}^*$ ;  $u_{1b}^*$ ;  $u_{1c}^*$  и сигнал линейной развертки  $u_s$  с выхода генератора пилообразного сигнала (ГПС). Компараторы на рисунке выполняют математическую функцию определения знака разности сигналов  $u_k = \text{sign}(u_k^* - u_s)$ , где  $u_k$  – сигнал на выходе компаратора. На выходах компараторов фазных сигналов показаны двухпозиционные реле с гистерезисом. Наличие гистерезиса необходимо для исключения «дребезга» при переключении компаратора, но обычно гистерезис вводится просто с помощью положительной обратной связи по напряжению охватывающей компаратор.

Если мгновенное значение сигнала задания  $u_1^*$  превышает значение сигнала развертки  $u_s$ , то выключается соответствующий нечетный ключ и включается четный. При этом обмотка АД оказывается подсоединенной к отрицательному полюсу источника постоянного тока, питающего инвертор. В случае противоположного соотношения сигналов задания и развертки обмотка подключается к положительному полюсу источника. В результате фазное напряжение статора АД  $u_1$  формируется из прямоугольных импульсов с частотой равной частоте сиг-

\* В некоторых источниках этот вид модуляции называют пространственной ШИМ.

нала развертки  $u_s$  и средним значением, равным среднему значению сигнала задания  $u_1^*$  в пределах периода развертки. При этом первая гармоника фазного напряжения совпадает по фазе и амплитуда ее пропорциональна амплитуде сигнала задания.

Фазный ток  $i_1$  в межкоммутационных интервалах формируется из участков экспонент. При этом в цепи фазной обмотки действует разность напряжения формируемого инвертором  $u_1$  и ЭДС ротора  $u_\psi$  (см. рис. 1.23). Если частота сигнала развертки на порядок и более превышает частоту сигнала задания то кривая тока имеет спектр, состоящий более чем на 99% из основной гармоники  $i_{10}$ .

Следует заметить, что рисунок б) поясняющий принцип работы ШИР, соответствует работе однофазной мостовой схемы инвертора. При работе трехфазного инвертора (рис. 2.34 а) на каждом интервале коммутации две обмотки соединяются параллельно и подключаются последовательно с третьей обмоткой. Если же одновременно замыкаются три четных или нечетных ключа, то все три обмотки оказываются соединенными параллельно и отключенными от напряжения

источника питания  $U_d$ . Таким образом, в фазных напряжениях появляются интервалы с нулевым входным напряжением. Это усложняет картину процессов в ШИР, но практически не сказывается на спектре токов в обмотках, если, как уже отмечалось выше, частота коммутации более чем на порядок превышает частоту основной гармоники. В этом случае при анализе можно заменить ШИП линейным источником синусоидального напряжения, не внося при этом погрешности более 2-3%.

Очевидно, что приведенная на рисунке структура устройства управления ключами инвертора может быть реализована и в настоящее время чаще всего реализуется с помощью цифровой обработки информации микроконтроллером.

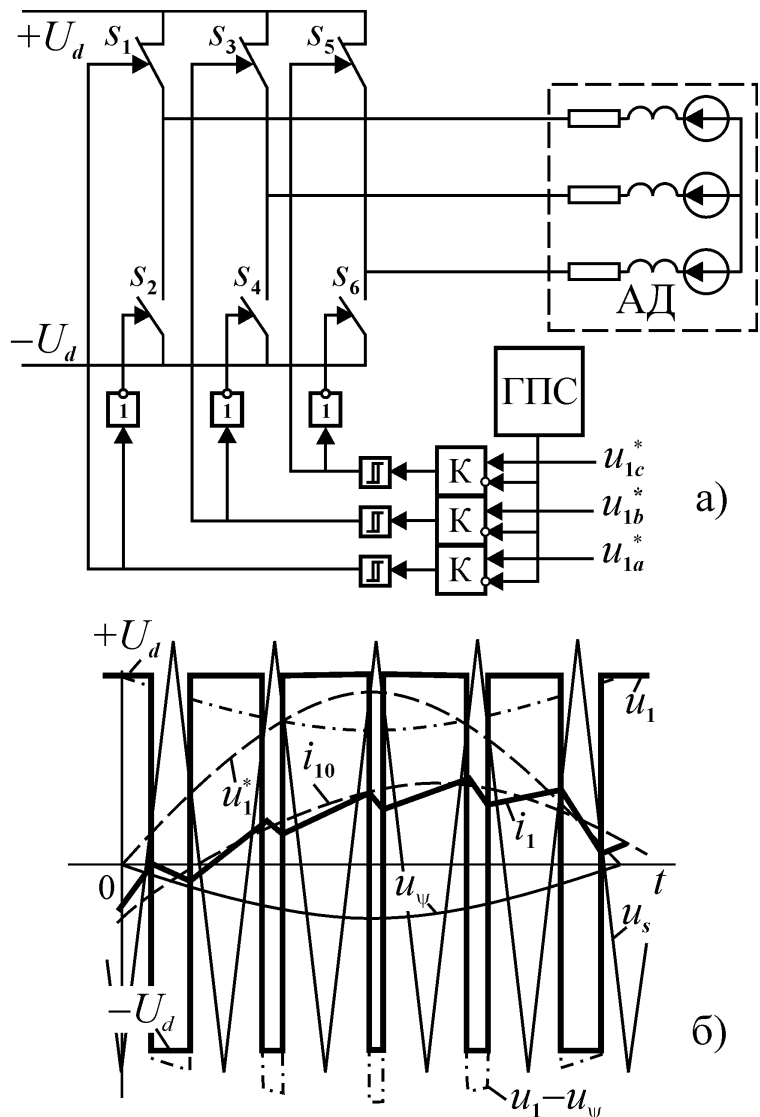


Рис. 2.34. Функциональная схема инвертора с широтно-импульсной модуляцией (а) и временные диаграммы работы (б).

2.3.2.2 Широтно-импульсные преобразователи, формирующие фазные токи

При рассмотрении систем трансекторного управления было отмечено, что они строятся на основе управления моментом АД посредством воздействия на ток статора. Поэтому, если управляющим воздействием является напряжение статора, то в устройстве управления обязательно присутствует преобразование сигналов тока в напряжение. Без дополнительного преобразования можно обойтись, если с помощью ШИП непосредственно формировать фазные токи статора. Такой формирователь выполняет функцию дискретного усилителя мощности сигналов заданных токов и может быть работать с постоянной или переменной тактовой частотой.

Функциональная схема формирователя фазных токов, работающего с постоянной тактовой частотой, показана на рис. 2.35 а). Логический сигнал управления ключами формируется в соответствии со знаком разности заданных значений фазных токов  $i_{1a}^*; i_{1b}^*; i_{1c}^*$  и истинных значений  $i_{1a}; i_{1b}; i_{1c}$ , получаемых с датчиков, включенных в фазные обмотки статора АД.

Управление ключами полумостовых элементов инвертора осуществляется сигналами прямого  $Q$  и инверсного  $\bar{Q}$  выходов  $D$ -триггеров, на входы данных которых подаются логические сигналы знаков отклонения истинного тока от заданного  $D = \text{sign}(i_1^* - i_1)$ , формируемые фазными компараторами. Изменение состояния  $D$ -триггеров происходит в момент появления тактовых импульсов, следующих с периодом  $T = \text{const}$ .

Если мгновенное значение сигнала задания  $i_1^*$  меньше значения истинного тока  $i_1$ , то разность их положительна и в момент поступления тактового импульса соответствующий триггер примет состояние (или останется в состоянии) при котором будет замкнут нечетный ключ, соединяющий обмотку с положитель-

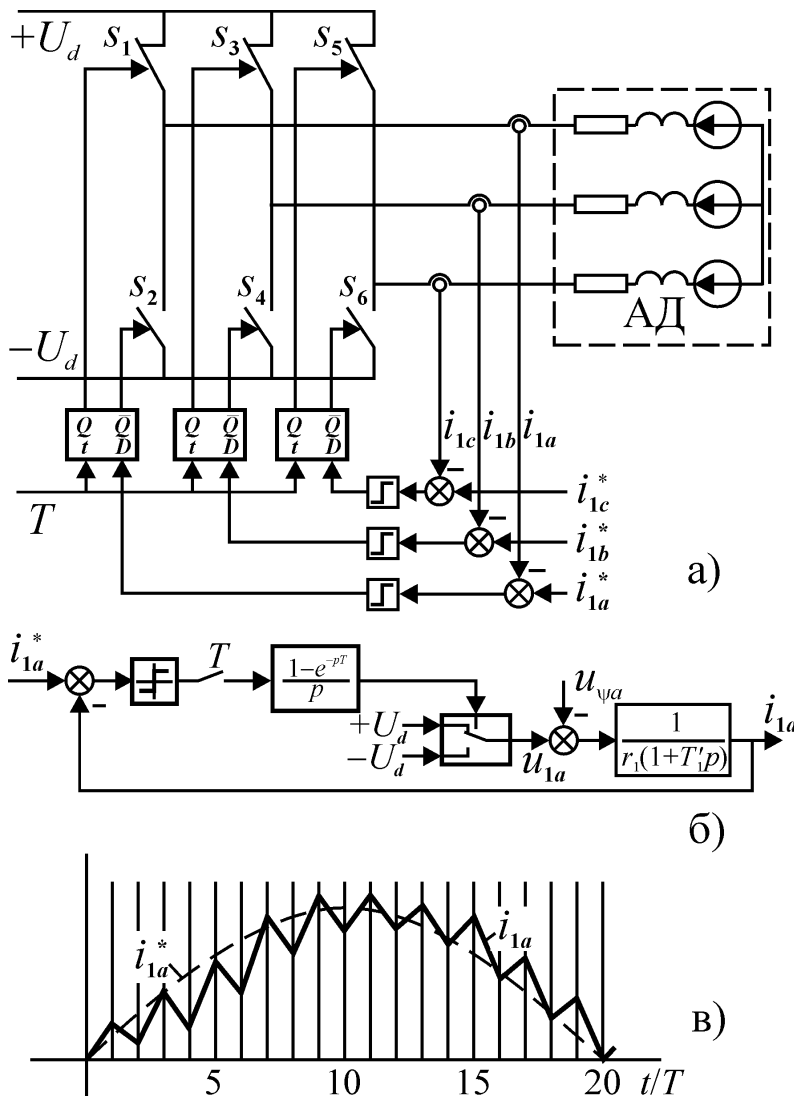


Рис. 2.35. Функциональная схема (а) структурная схема модели (б) и временные диаграммы (в) формирователя фазного тока с постоянной частотой коммутации.

ным полюсом источника питания  $+U_d$ . Такое подключение обеспечивает увеличение тока в межкоммутационном интервале. В противном случае триггер примет состояние, при котором обмотка статора будет подключена к отрицательному полюсу источника питания  $-U_d$  и ток в ней будут уменьшаться по экспоненте (рис. 2.36 в). Таким образом, ток статора в пределах периода коммутации формируется из участков экспонент, а его основная гармоника соответствует сигналу задания  $i_1^*$ . Различное отклонение среднего значения тока от заданного в пределах показанного на рисунке полупериода объясняется различным влиянием ЭДС ротора на участках возрастания и уменьшения основной гармоники тока.

Структурная схема модели, соответствующей описанному процессу приведена на рис. 2.35 б). Здесь сохранение знака ошибки регистром на период тактовых импульсов показано звеном, соответствующим аналого-цифровому преобразованию среднего значения с постоянной тактовой частотой  $-(1 - e^{-pT})/p$ .

Если различное отклонение формируемого тока от заданного значения нежелательно, то применяют ШИР, работающий в режиме «токового коридора» (рис. 2.36). Здесь сигналы управления ключами формируются двухпозиционными реле с гистерезисом, на вход которых подаются сигналы ошибки формирования фазного тока.

Изменение состояния реле происходит в том случае, если ошибка станет равной или больше заданного значения гистерезиса  $\Delta$ . При этом состояние  $i_1^* - i_1 \leq -\Delta$  будет приводить к замыканию соответствующего нечетного ключа и следующего за этим возрастания тока в обмотке, а состояние  $i_1^* - i_1 \geq \Delta$  – к замыканию четного ключа и уменьшению тока. Таким образом, среднее значение фазного тока будет в точности соответствовать заданному с ошибкой  $\pm\Delta$ , определяемой величиной гистерезиса релейного элемента (рис. 2.36 в). Такое устройство называют также релейным усилителем мощности.

В отличие от формирователя с постоянной тактовой частотой, здесь интервалы между коммутациями отличаются друг от друга. Это связано с тем, что изменения

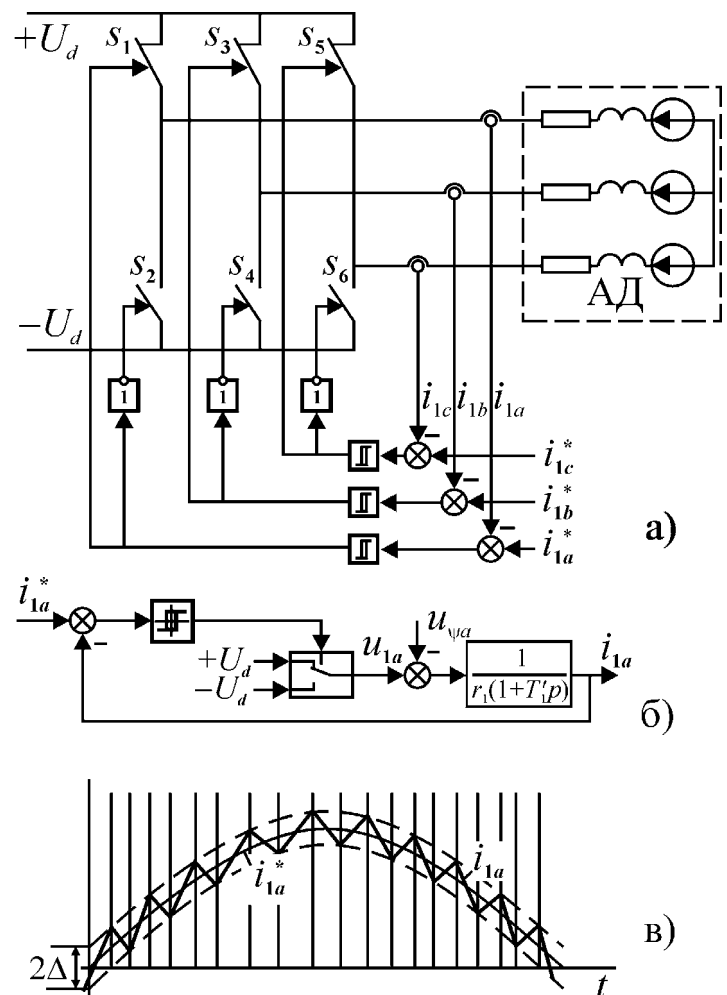


Рис. 2.36. Функциональная схема (а), структура модели (б) и временные диаграммы (в) усилителя мощности типа «токового коридора».

тока под влиянием различных уровней ЭДС ротора на разных участках основной гармоники происходят с различной скоростью.

Таким образом, формирователь типа токового коридора обеспечивает работу с постоянной ошибкой формирования и переменной частотой коммутации, а формирователь с постоянной тактовой частотой – работу с переменной ошибкой формирования. Выбор типа формирователя определяется поставленной задачей, но переменная частота коммутации усложняет задачу выбора мощности преобразователя, т.к. именно этот параметр существенно влияет на величину потерь в ШИП. Увеличение частоты приводит к росту коммутационных потерь и требует увеличения мощности ПЧ.

Следует заметить, что рассмотренные выше структурные схемы и процессы работы формирователей тока соответствуют однофазной мостовой схеме инвертора с фазной обмоткой статора, подключенной к его выходу. В трехфазном инверторе в зависимости от состояния ключей на различных межкоммутационных интервалах будут действовать напряжения  $0; \pm U_d/3; \pm 2U_d/3$ . Это существенно усложняет анализ процессов в ШИР, но не влияет на основной результат. Если же требуется детальный анализ, то моделирование процессов нужно выполнять с помощью современных математических пакетов программ, позволяющих имитировать алгоритм работы инвертора при различных сигналах управления.

### 2.3.2.3 Пространственно-векторная модуляция

Метод пространственно-векторной модуляции (ПВМ) был разработан в середине 90-х годов в связи расширением возможностей систем микропроцессорного управления. Традиционные методы ШИМ основаны на сравнении сигнала задания с сигналом линейной развертки (пилообразным напряжением) в результате чего в обмотках АД формировалась последовательность прямоугольных импульсов, скважность которых изменялась в соответствии с сигналом задания. Однако из-за влияния электромагнитных процессов (прежде всего ЭДС вращения) характер изменения токов в обмотках не имеет однозначной связи с законом изменения сигнала управления и сильно зависит от режима работы АД.

Алгоритм управления ключами автономного инвертора (И) в режиме ПВМ основан на формировании на каждом временном интервале требуемого положения вектора напряжения в пространстве. В случае аналогового источника питания для решения этой задачи достаточно сформировать в каждой обмотке напряжение, соответствующее проекции заданного вектора на ось обмотки. В импульсном источнике питания, к которым относится автономный инвертор (рис. 2.37 а), возможно формирование только восьми состояний (положений) вектора напряжения (рис. 2.37 в), включая два нулевых, формируемых инвертором при замыкании нечетных ( $u_0$ ) и четных ( $u_7$ ) ключей. Эти векторы называют *базовыми векторами*.

Модуль ненулевого базового вектора можно определить, пользуясь понятием обобщенного вектора. Пусть задано какое-либо замкнутое состояние ключей, например, 1-4-6. Тогда обмотки статора будут подключены к источнику постоянного тока по схеме рис. 2.37 б). В силу симметрии обмоток и с учетом направления (в  $a$  от начала к концу, в  $b$  и  $c$  от конца к началу) напряжения на них со-

ставят –  $u_a = 2U_d/3$ ;  $u_b = u_c = -U_d/3$ . Отсюда модуль вектора напряжения или базового вектора равен

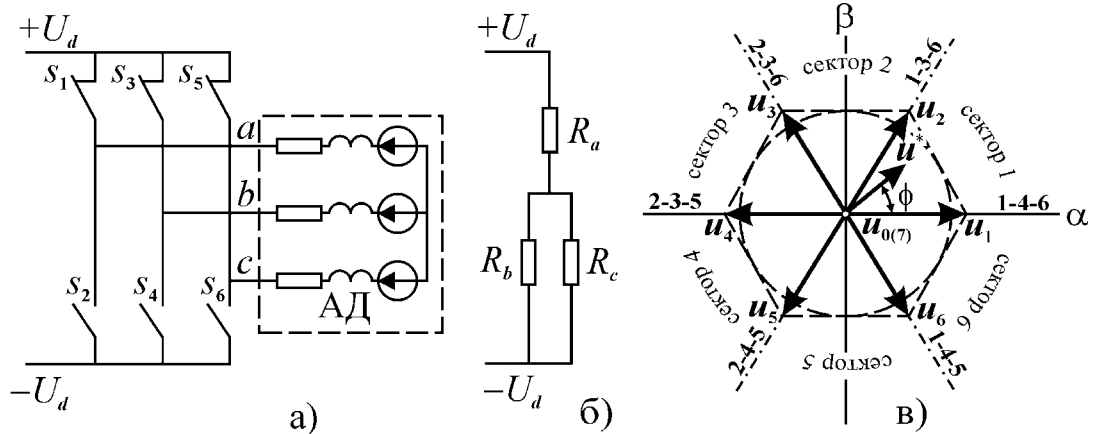


Рис. 2.37. Функциональная схема инвертора с АД (а), эквивалентная схема для состояния 1-4-6 (б) и базовые пространственные векторы (в).

$$|u| = U_0 = U_d \frac{2}{3} \left[ \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{1}{3} \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = U_d \frac{2}{3}.$$

Очевидно, что для всех других состояний ключей мы получим тот же результат.

Формирование вектора с заданным средним значениям модуля и пространственного угла производится поочередным формированием базовых векторов, образующих границы сектора, в котором находится результирующий вектор, и нулевого вектора.

Определим длительность этих интервалов, полагая, что модули граничных векторов равны средним значениям. Пусть требуется сформировать вектор  $u^*$  рис. 2.37 в). Он находится в первом секторе, ограниченном базовыми векторами  $u_1$  и  $u_2$ . На первом интервале ( $\Delta t_1 = t_1 - t_0$  рис. 2.38 а) формируется вектор  $u_1$  (ключи 1-4-6), на втором ( $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ ) – вектор  $u_2$  (ключи 1-3-6). И, наконец, замыкаются ключи 1-3-5 и формируется короткое замыкание статора АД. Тогда средние значения граничных векторов равны

$$U_1 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_1} U_m dt = U_m \frac{t_1 - t_0}{T} = \gamma'_1 U_m = \gamma'_1 \gamma_m U_0 = \gamma_1 U_0; \tag{2.25}$$

$$U_2 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} U_m dt = U_m \frac{t_2 - t_1}{T} = \gamma'_2 U_m = \gamma'_2 \gamma_m U_0 = \gamma_2 U_0$$

где  $\gamma'_1 = \frac{t_1 - t_0}{T}$ ;  $\gamma'_2 = \frac{t_2 - t_1}{T}$  – относительные длительности коммутации при заданном модуле результирующего вектора  $U_m = |u^*| = |U| = \gamma_m U_0$  с относительным значением  $0 \leq \gamma_m \leq 1,0$ ;  $\gamma_1 = \gamma'_1 \gamma_m$ ;  $\gamma_2 = \gamma'_2 \gamma_m$  – относительные длительности коммутации при заданном модуле базового вектора  $U_0$ . Результирующий пространственный вектор равен геометрической сумме граничных векторов со средними

модулями  $U_1$  и  $U_2$ . Из прямоугольного треугольника  $OAB$  рис. 2.38 б), найдем их модули

$$U_1 = OC - BC = |\underline{U}| \cos(\phi) - |\underline{U}| \sin(\phi) / \operatorname{tg}(\pi/6) = U_0 \gamma_m \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6} + \phi\right); \quad (2.26)$$

$$U_2 = AC / \sin(\pi/3) = |\underline{U}| \sin(\phi) / \sin(\pi/3) = U_0 \gamma_m \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\phi)$$

Из выражений (2.25) и (2.26) относительные длительности коммутации будут равны

$$\gamma_1 = \gamma_m \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \phi\right); \quad \gamma_2 = \gamma_m \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\phi) \quad (2.27)$$

Зная относительные длительности коммутации, можно найти относительную длительность паузы как  $\gamma_0 = 1 - \gamma_1 - \gamma_2 = 1 - \gamma$ , где

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \gamma_m \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \phi\right) \quad (2.28)$$

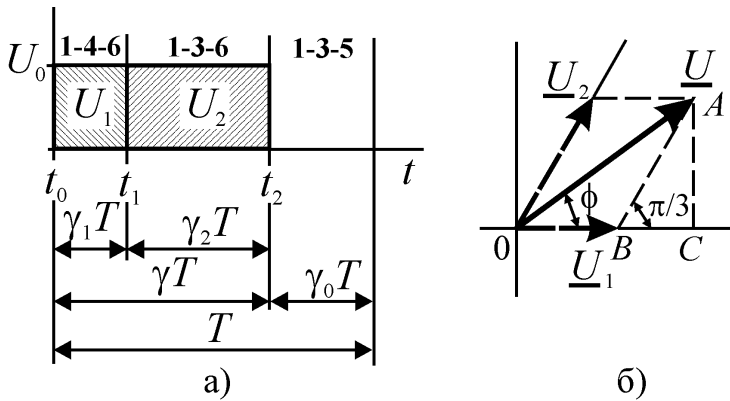


Рис. 2. 38. Принцип формирования результирующего пространственного вектора.

– суммарная относительная длительность формирования ненулевых векторов. На границах сектора ( $\phi = 0, \pi/3$ ) относительная длительность  $\gamma$  принимает значение относительного модуля результирующего вектора  $\gamma_m$ , а при  $\gamma_m > \sqrt{3}/2$  и  $\phi = \pi/6$  косинусная функция  $\gamma(\phi)$  (рис. 2.39 а) имеет максимум, равный

$\gamma(\pi/6) = \gamma_m 2/\sqrt{3} > 1, 0|_{\gamma_m > \sqrt{3}/2}$ , что в принципе невозможно, т.к.  $\gamma = \frac{t_2 - t_0}{T} \leq 1, 0$ .

Следовательно, при  $\gamma_m > \sqrt{3}/2$  у функции  $\gamma(\phi)$  появится линейный участок  $bc$  (рис. 2.40 а), ограниченный условием

$$\gamma = \gamma_m \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \phi_{1,2}\right) = 1 \Rightarrow \phi_{1,2} = \pi/6 \pm \left[ \pi/3 - \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2\gamma_m}\right) \right].$$

Определим теперь модуль результирующего вектора через относительные длительности (2.27). Из треугольника  $OAB$  рис. 2.38 б)

$$\begin{aligned} OA = |\underline{U}| &= \sqrt{(OB + AB \cdot \sin \pi/6)^2 + (AB \cdot \sin \pi/3)^2} = \\ &= U_0 \sqrt{(\gamma_1 + \gamma_2/2)^2 + (\gamma_2 \sqrt{3}/2)^2} = U_0 \sqrt{\gamma^2 - \gamma_1 \gamma_2} = U_0 \gamma_m |_{\gamma_m \leq \sqrt{3}/2} = \text{const} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Таким образом, при принятых условиях формирования результирующего вектора, его модуль не зависит от аргумента  $\phi$  (рис. 2.39 б), а годограф представляет собой окружность (рис. 2.39 в).



Максимальный модуль любого вектора напряжения равен модулю базового вектора  $U_{\max} = U_0$ . Поэтому максимальный радиус кругового годографа результирующего вектора будет равен  $|\underline{U}|_{\max} = U_{\max} = U_0\sqrt{3}/2 = U_d/\sqrt{3} \approx 0,577 \cdot U_d$  (рис. 2.39 в).

Рассмотрим теперь случай  $\gamma_m = 1$ .

Тогда

$$\gamma'_1 = \gamma_1; \gamma'_2 = \gamma_2; \gamma_0 = 0; \gamma = 1 = \gamma_1 + \gamma_2$$

↓

$$\gamma_2 = 1 - \gamma_1$$

и из (2.28) модуль результирующего вектора будет равен

$$|\underline{U}| = U_m = U_0\sqrt{1 - \gamma_1 + \gamma_1^2}. \quad (2.30)$$

Отсюда следует, что модуль вектора изменяется при изменении  $\phi$  (рис. 2.39 б), достигая величины базового вектора  $U_0$  на границах сектора и уменьшаясь до значения  $U_0\sqrt{3}/2$  в середине. Подставив (2.30) в выражение (2.26) для  $U_2$ , с учетом  $\gamma_m = 1$  получим

$$\phi = \arcsin\left[\frac{\sqrt{3}}{2}(1 - \gamma_1)\sqrt{1 - \gamma_1 + \gamma_1^2}\right] \quad (2.31)$$

Выражениям (2.30)-(2.31) соответствует годограф результирующего вектора в виде прямой линии, соединяющей концы базовых векторов.

Таким образом, при относительном модуле  $0 < \gamma_m \leq \sqrt{3}/2$  результирующий вектор может иметь круговой годограф (рис. 2.39 в). При  $\gamma_m = 1$  годограф становится шестиугольником, образованным отрезками прямых, соединяющих концы базовых векторов, а для промежуточных значений относительного модуля  $\sqrt{3}/2 < \gamma_m < 1,0$  сектор базовых векторов разбивается на три сектора. Для углов  $\phi_1 \leq \phi \leq \phi_2$  годограф результирующего вектора

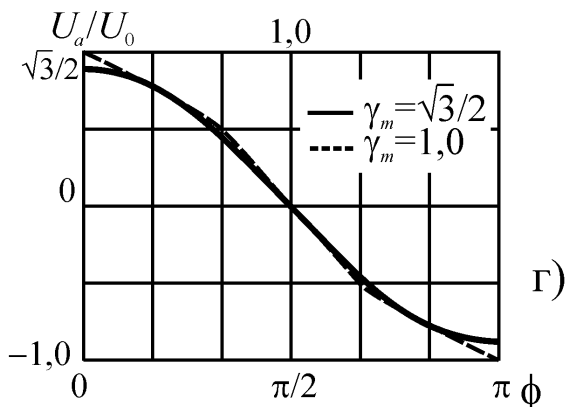
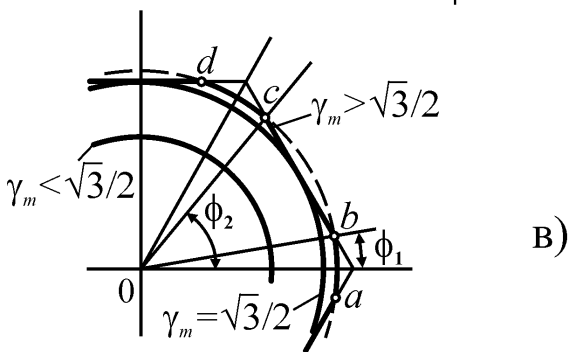
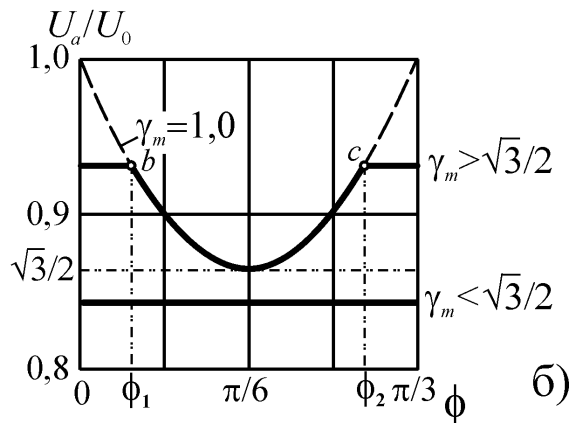
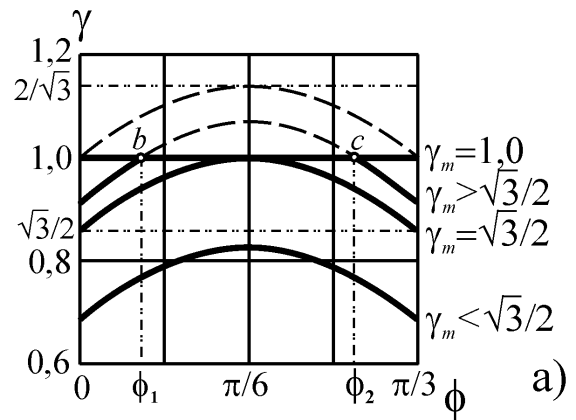


Рис. 2.39. Относительная длительность формирования граничных векторов (а); модуль (б), годограф (в) и среднее значение результирующего вектора при ПВМ

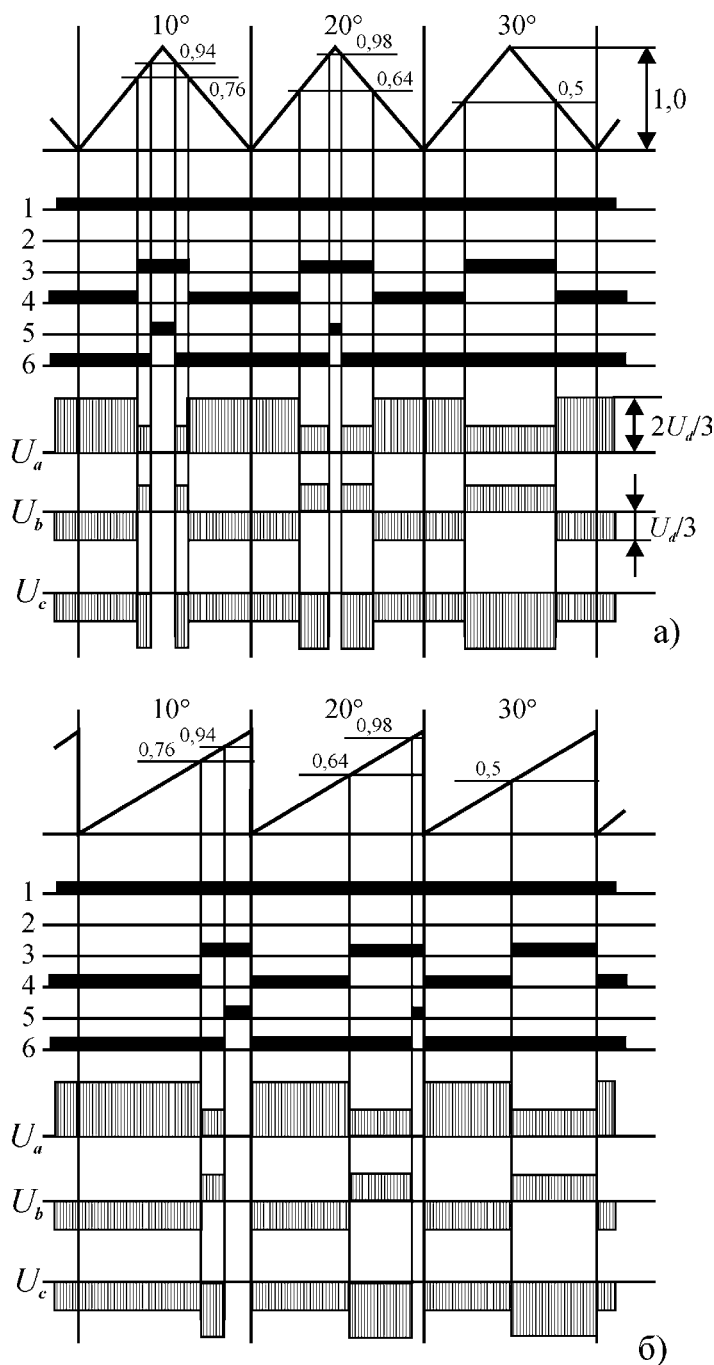


Рис. 2. 40. Временные диаграммы ПВМ при формировании результирующего вектора с предельным круговым годографом при симметричной (а) и несимметричной (б) модуляции.

ШИМ формируют временные интервалы и осуществляют коммутацию по какому-либо алгоритму.

На рисунке 2.40 показан один из возможных алгоритмов работы с симметричным и несимметричным сигналом развертки  $u_t$  при  $\gamma_m = \sqrt{3}/2$  и  $N = 36$ . В этом случае в пределах каждого сектора базовых векторов будет формироваться шесть результирующих с интервалом в  $10^\circ$ . В интервалах  $u_t < \gamma_{1n}$  формируется начальный базовый вектор сектора (на рис. 2.40  $u_1$ ); при  $\gamma_{1n} < u_t < \gamma_n$  – конечный

этого вектора линейен, а при  $\phi < \phi_1$  и  $\phi > \phi_2$  может быть окружностью.

Проектируя результирующий вектор на фазные оси, мы получим для круговых годографов с модулем  $0 < \gamma_m \leq \sqrt{3}/2$  синусоидальные средние фазные напряжения (рис. 2.39 г). В предельном случае  $\gamma_m = 1$  эти напряжения будут представлять собой кривую, показанную на рис. 2.39 г). Она совпадает с синусоидой в точках  $k\pi$ ;  $k\pi \pm \pi/3$  ( $k = 0, 1, 2K$ ) и отклоняется на +13,4% и +6,7% соответственно в точках  $k\pi + \pi/2$ ;  $k\pi \pm \pi/6$ .

В случае необходимости формирования кругового годографа результирующего вектора с заданным значением  $\gamma_m$  плоскость базовых векторов разбивают на секторы, число которых  $N = 6 \cdot k$  кратно шести. Это число определяет шаг формирования или количество результирующих векторов, что в свою очередь определяет гармонический состав выходного напряжения.

Для каждого из  $N$  секторов по выражениям (2.27) для  $\phi_n = 2\pi n / N$ ,  $n = 0, 1, 2K (N - 1)$  определяют относительные длительности интервалов ( $\gamma_{1n}, \gamma_{2n}, \gamma_n$ ), а затем с помощью линейной развертки аналогичной развертке

базовый вектор (на рис. 2.40  $u_2$ ) и при  $u_t > \gamma_n$  – нулевой вектор  $u_0$ . На рисунке показаны расчетные уровни сигналов, состояния ключей инвертора (рис. 2.37 а) и выходные фазные напряжения для  $\phi = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$

Современные инверторы работают при частотах коммутации 18...20 кГц, что позволяет формировать методом ПВМ в обмотках статора АД напряжения с практически синусоидально изменяющимся средним значением.

### **2.3.3 Современные преобразователи для электропривода широкого применения**

В настоящее время большинство технологических задач решается на основе комплектных асинхронных электроприводов с частотным управлением. Сегодня все ведущие отечественные и зарубежные фирмы, работающие в области силовой электроники выпускают изделия, предназначенные для управления вентиляторами, насосами, подъемно-транспортным оборудованием, приводами промышленных роботов и т.д. Существует выраженная тенденция перехода к автоматизированному электроприводу в тех областях, где раньше использовались простейшие релейно-контакторные системы. Это позволяет существенно расширить функциональные возможности оборудования, уменьшить энергопотребление.

Диапазон мощностей существующих серийных преобразователей частоты (ПЧ) составляет от 0,3 кВт до 10000 кВт. Они обеспечивают плавное регулирование скорости вращения с сохранением перегрузочной способности в диапазоне 1:20 и более. Могут работать в разомкнутых и замкнутых системах управления. Позволяют формировать режимы разгона и торможения. Имеют целый ряд встроенных систем защиты преобразователя и двигателя.

Силовая часть большинства ПЧ построена на основе инверторов с ШИМ. Техническим стандартом являются два возможных режима работы – управление с заданной функциональной связью  $U/f$  и векторное управление. Для поддержания постоянства потокосцепления при управлении по закону  $U/f$  в ПЧ используется  $IR$ -компенсация и коррекция напряжения на входе инвертора.

Режим с заданной  $U/f$ -характеристикой используют для одиночных и многодвигательных приводов малой и средней мощности с вентиляторной нагрузкой. Жесткость статических характеристик примерно соответствует естественной. Диапазон регулирования обычно составляет 10:1 без применения датчика скорости. Если требуется повышение жесткости и расширение диапазона регулирования, то применяют различные аналоговые или цифровые (импульсные) датчики. Для этого в ПЧ имеются соответствующие управляющие входы и выходы.

Режим векторного управления в основном используют для приводов с тяжелыми условиями работы (вентиляторы большой мощности, экструдеры, подъемно-транспортное оборудование). Диапазон регулирования без датчика скорости здесь также составляет около 10:1, но векторное управление обеспечивает лучшую динамику привода за счет внутреннего отдельного канала управления моментом. В изделиях ряда фирм в режиме векторного управления возможен выбор

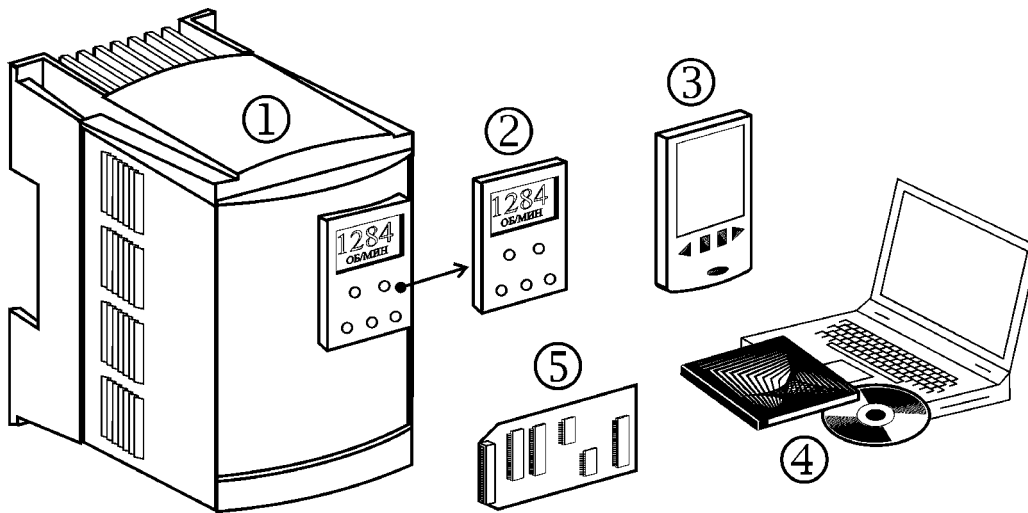


Рис. 2.41. Комплект поставки преобразователя частоты

типа нагрузки, т.е. работа с постоянным располагаемым моментом, с переменным моментом, в режиме энергосбережения.

Вся внутренняя обработка информации в ПЧ обеспечивается микропроцес-

сором. В высококачественных устройствах для повышения быстродействия используется параллельная обработка несколькими процессорами. Преобразователи частоты имеют карты расширения функций, позволяющие управлять приводом с помощью ПК, через *Internet*, создавать сложные взаимосвязанные системы приводов с обменом информацией между ними.

Типичная комплектация ПЧ показана на рисунке 2.41. Она включает собственно преобразователь (1.2); диалоговый терминал (1.3), который может устанавливаться на преобразователе или отдельно на крышке шкафа, а также на удалении в несколько метров, соединяясь с преобразователем телефонным кабелем; комплект *Power Suite* для миникомпьютера (1.4); программное обеспечение *Power Suite* для ПК (1.5); различные карты расширения (5). Набор карт расширения позволяет индивидуализировать применение ПЧ. Это могут быть: карты входов-выходов, позволяющие увеличить их число и адаптировать к имеющемуся оборудованию; коммуникационные карты, позволяющие организовать обмен информацией процессора ПЧ с внешними устройствами, имеющими другие шины и протоколы; а также прикладные карты, в основном предназначенные для раздельного управления приводами в многодвигательном приводе.

### 2.3.3.1 Подключение преобразователя

Основная схема подключения ПЧ показана на рисунке 2.42. Преобразователь может питаться как от трехфазной, так и от однофазной сети. Для мощных ПЧ допускается подключение только к трехфазной сети. В обоих случаях присоединение осуществляется через быстродействующий автоматический выключатель и контакты  $L_1 K L_3$ . Время-токовая характеристика выключателя должна быть класса *B*, т.е. с максимальным быстродействием. Некоторые изготовители рекомендуют также последовательно с выключателем устанавливать быстродействующие плавкие вставки.

В приводах ответственных механизмов с редкими включениями после автоматического выключателя устанавливают контактор с цепью управления, питающейся от одной из фаз сети.

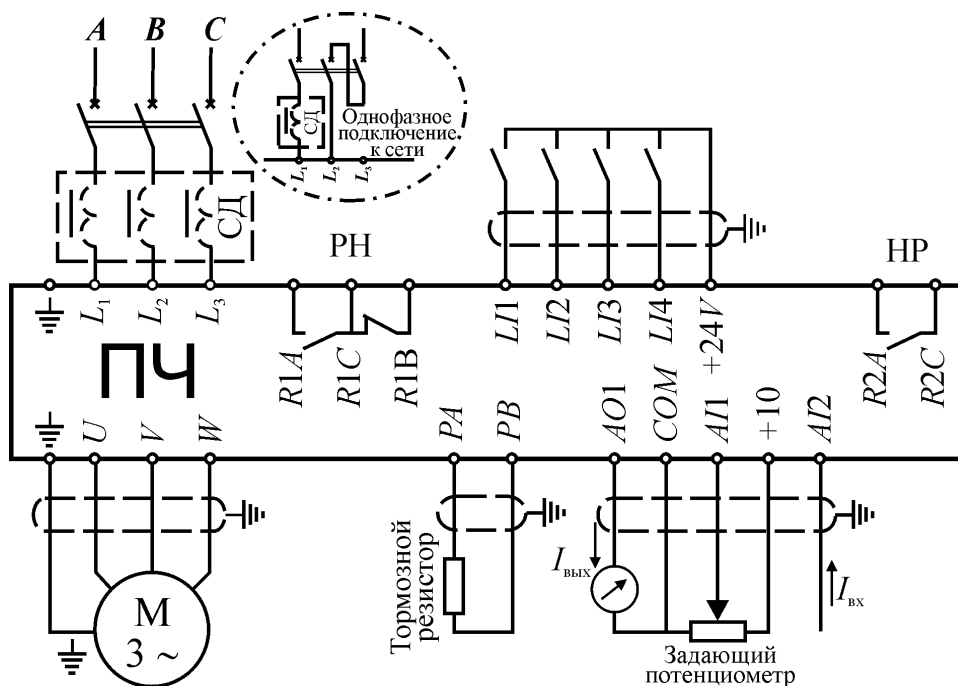


Рис. 2.42. Общая схема подключения преобразователя частоты

Для ограничения токов на сетевом входе ПЧ устанавливают сетевые дроссели (СД). Мощные преобразователи (>10-15 кВт) имеют встроенные СД. Для остальных СД поставляются в качестве дополнительного оборудования в случае необходимости.

Двигатель подключается к контактам  $U, V, W$  непосредственно или через контактор. Контактор используют в основном в ответственных приводах с частыми включениями. Кроме того, если кабель подключения двигателя более 50 м, то для ограничения  $du/dt$  и снижения уровня помех между преобразователем и двигателем устанавливают выходные дроссели или  $LC$  фильтр.

Если в ПЧ не предусмотрен режим инвертирования во входном выпрямителе, то для рассеяния энергии при торможении используют внешний тормозной резистор, мощность которого определяют по длительности тормозного режима, времени цикла и моменту, действующему на валу. Тормозные резисторы являются дополнительным оборудованием и обычно производятся фирмами изготовителями ПЧ. Некоторые ПЧ допускают для машин малой мощности режим торможения с моментом до 30% от номинального без подключения тормозного резистора.

Информационные контакты подключения функционально делятся на четыре группы: дискретные входы; дискретные выходы; аналоговые входы и аналоговый выход.

Дискретные или логические входы ( $LI1-LI4$  - *Logic Input*) используют для дискретного управления ПЧ. Функции входов назначаются пользователем при настройке. Для повышения помехозащищенности в них используются логические сигналы высокого уровня («0» – < 5В, «1» – > 11 В и напряжение питания 24 В).

Дискретными выходами являются контакты реле  $R1$ , срабатывающего при всех аварийных режимах преобразователя, и реле  $R2$ , функция которого назна-

чается пользователем. Чаще всего эти контакты используют для управления входным или выходным контактором преобразователя.

Два аналоговых входа служат для управления выходной частотой преобразователя сигналами задания или обратной связи. Вход *AI1 (Analog Input)* потенциальный с входным сопротивлением 30 кОм и уровнем сигнала 0-10 В. Вход *AI2* токовый с входным сопротивлением 100 Ом и уровнем сигнала 1-20 мА. При управлении по этим входам ошибка составляет величину порядка  $\pm 1\%$ , а нелинейность  $\pm 0,5\%$  от максимальной выходной частоты.

Токовый аналоговый выход *AO1 (Analog Output)* используют для обмена информацией между ПЧ и внешней системой управления. Функция его назначается пользователем. В простейшем случае к этому выходу можно подключить гальванометр и измерять выходную частоту преобразователя. Выходной ток от 0 до 20 мА, максимальное сопротивление нагрузки 500 Ом. Линейность выходной характеристики составляет величину порядка  $\pm 0,1$  мА, а точность  $\pm 0,2$  мА.

Для обмена цифровой информацией с внешними устройствами (микропроцессорами, ПК и т.п.) в ПЧ обычно используют последовательный интерфейс *RS 485* с протоколом *Modbus*.

### 2.3.3.2. Основные характеристики и функции

Преобразователи частоты подключаются к промышленной сети частотой 50 Гц и напряжением 220/380 В. При этом они формируют на выходе напряжение частотой от 0,1 Гц до 500 Гц и максимальным значением равным амплитуде напряжения сети.

Нагрузкой ПЧ может быть любой двигатель мощностью меньше или равной мощности преобразователя. Обычно в справочных данных указывается не мощность, а выходной ток преобразователя. Соответственно и фазный ток двигателя в статическом режиме не должен превышать этого значения.

Они обеспечивают диапазон регулирования скорости вращения в пределах 10:1 при управлении по заданной частотной  $U/f$ -характеристике и до 100:1 при векторном управлении. Статическая погрешность регулирования составляет около  $\pm 1\%$  без датчика скорости;  $\pm 0,1\%$  в системе с аналоговым датчиком и  $\pm 0,02\%$  с импульсным датчиком.

В ПЧ предусмотрена возможность выбора частоты коммутации из ряда дискретных значений от 0,5 до 20 кГц. При низких частотах коммутации, составляющих примерно треть диапазона, преобразователь может развивать полную выходную мощность. При высоких частотах возрастают коммутационные потери в транзисторах и в этом случае требуется увеличение мощности преобразователя на один типоразмер, кроме эксплуатации в повторно-кратковременном режиме, когда можно производить выбор преобразователя по обычным критериям.

При разработке приводов с ПЧ необходимо учитывать изменение теплового режима двигателя. Разработчики преобразователей приводят рекомендуемые граничные механические характеристики вида рис. 2.43. Двигатели с естественной вентиляцией в длительном режиме должны работать с уменьшением момента нагрузки по мере снижения частоты. Примерно до половины номинальной частоты это снижение составляет около 5%, а далее увеличивается до 50%. Дви-

гатели с принудительной вентиляцией могут работать в длительном режиме в заштрихованной области, если при этом ток статора не превышает допустимого выходного тока преобразователя. При этом возможны кратковременные перегрузки по моменту на 20-70% в течение 60 с и на 40-100% в течение 2 с.

Если двигатель по условиям механической прочности допускает работу при повышенных скоростях вращения, то в ПЧ это легко реализуется при постоянной располагаемой мощности, т.е. со снижением момента обратно пропорционально частоте вращения (рис. 2.43).

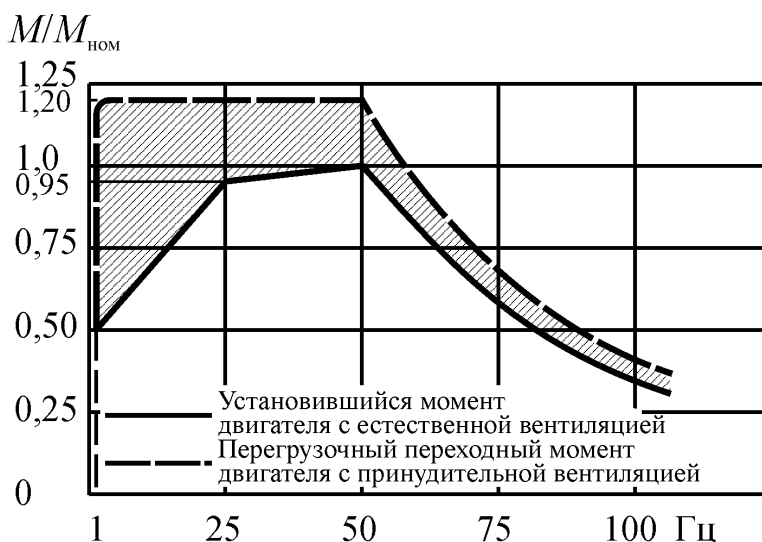


Рис. 2.43. Области допустимой нагрузки АД.

В любом приводе существует проблема переходных режимов, когда требуется обеспечить определенное ускорение по условиям работы механизма или двигателя. В приводах с ПЧ дополнительно нужно учитывать существующие ограничения по выходному току и рассеиваемой мощности при торможении. Обычно они составляют 150% от номинального тока. Преобразователь имеет встроенную защиту, ограничивающую этот ток или отключающую нагрузку. Рациональным выбором кривых разгона и торможения можно полностью исключить режимы выхода на предельные значения тока.

Для этого пользователю предоставляется возможность независимого выбора этих кривых как по характеру (линейная, S-образная, U-образная) так и по времени ( $t_1, t_2$ ) в пределах от 0,05 до 1000 сек с разрешением 0,1 сек (рис.2.44).

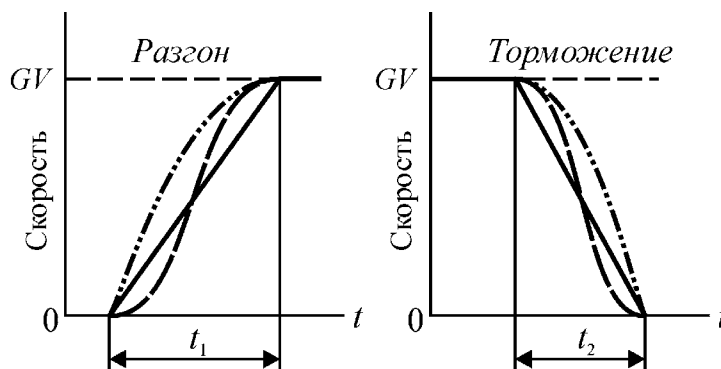


Рис. 2.44. Варианты кривых разгона и торможения.

Аналоговые входы ПЧ позволяют организовать непрерывное управление АД с заданным ограничением диапазона. Для этого в ПЧ в диалоговом режиме можно выбрать верхнюю ( $GV$ ) и нижнюю ( $PV$ ) границу диапазона (рис. 2.45), а также, если требуется, сформировать на регулировочной характеристике зону нечувствительности или режим ограничения.

Пользователю предоставляется также возможность создания на регулировочной характеристике от одного до трех «окон» шириной 5 Гц (рис. 2.45), с помощью которых можно исключить частоты, вызывающие механический резонанс.

нанс в приводе. Это особенно важно для приводов центробежных насосов и вентиляторов, в которых явление резонанса возникает особенно часто.

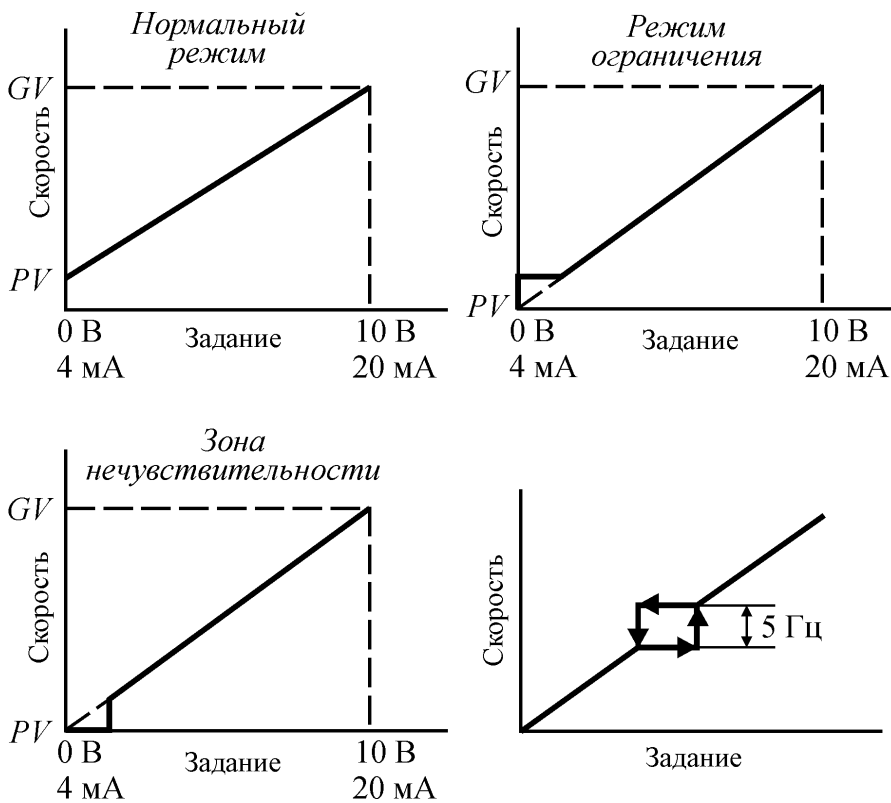


Рис. 2.45. Варианты регулировочных характеристик.

2.46).

Преобразователи частоты легко включаются в замкнутые или разомкнутые системы управления с ручным заданием, т.к. в них имеется встроенный ПИ регулятор с настраиваемыми коэффициентами и апериодический фильтр первого порядка.

Особую группу функций в каждом преобразователе частоты составляют разного рода защиты. К ним относятся защита от поражения электрическим током, защита преобразователя и защита двигателя.

Для защиты оператора от электрического поражения предусмотрена гальваническая развязка силовой цепи и цепей управления с сопротивлением изоляции не менее 500 Мом и электрической прочностью изоляции 2830 В постоянного тока между корпусом и силовыми цепями и 2000 В переменного тока между цепями управления и силовыми цепями. В цепях управления ПЧ используются только сигналы с безопасным для человека уровнем напряжения.

Полупроводниковые приборы ПЧ крайне чувствительны к различным перегрузкам. Поэтому преобразователь обязательно имеет несколько видов защиты от аварийных режимов. Это, прежде всего, защиты от коротких замыканий меж-

Дополнительные возможности в управлении приводом предоставляют четыре логических входа ПЧ. С их помощью можно управлять направлением вращения, торможением, остановкой, переключением до четырех предварительно выбранных скоростей вращения, формируя при этом сложные нагрузочные диаграммы (рис.

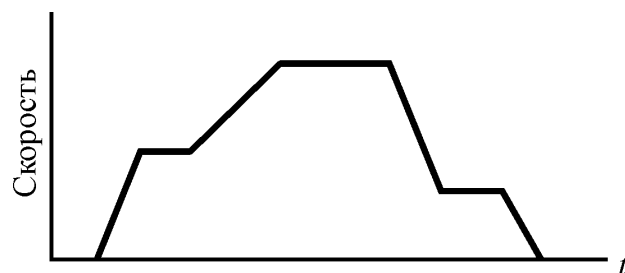


Рис. 2.46. Управление приводом с помощью логических входов ПЧ.



ду выходными фазами, между выходными фазами и корпусом преобразователя, а также от замыканий внутренних источников питания. Эти защиты имеют очень высокое быстродействие, исключающее выход полупроводниковых приборов за пределы областей безопасной работы. Кроме этого в ПЧ имеется защита от перепадов напряжения сети и от обрыва фазы сетевого напряжения. Последний вид защиты предусмотрен в преобразователях предназначенных для работы только в трехфазных сетях. Помимо описанных быстродействующих защит преобразователь обязательно имеет тепловую защиту, обычно использующую в качестве датчика терморезистор. Она контролирует его тепловой режим с учетом не только преобразуемой мощности, но и условий теплоотвода.

Во всех ПЧ предусмотрена тепловая защита двигателя. Она производится посредством непрерывного контроля величины  $I^2t$  с учетом скорости вращения и имеет время-токовые характеристики, показанные на рис. 2.47.

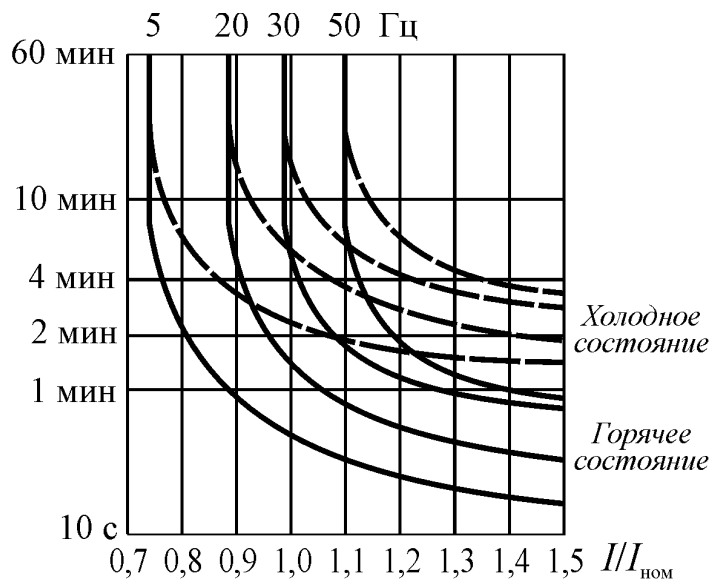


Рис. 2.47. Время-токовые характеристики тепловой защиты АД.

Тепловую защиту АД можно также организовать с помощью дополнительной карты и терморезистора, установленного в двигателе. Помимо тепловой защиты обычно предусматривается быстродействующая защита от обрыва фазы.

Аварийный сигнал любого вида защиты вызывает отключение двигателя и срабатывание реле  $R1$ , контакты которого выведены во внешние цепи преобразователя и могут использоваться для коммутации цепей системы управления приводом. Кроме того, в ПЧ можно активизировать функцию повторного запуска. В этом случае система управления преобразователя после устранения неисправности производит серию попыток повторного запуска двигателя с 30-ти секундными интервалами. Если после шести попыток запуск не осуществился, то преобразователь блокируется до отключения и повторного включения питания.

**Список литературы**

1. Асинхронные электроприводы с векторным управлением/В.В. Рудаков, И.М. Столяров, В.А. Дартау. – Л.: Энергоатомиздат, 1987.
2. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. – Л.: Энергоиздат, 1982.
3. Булгаков А.А. Частотное управление асинхронными электродвигателями. – М.: Наука, 1966.
4. Ключев В.И. Теория электропривода: Учеб для вузов.– М.: Энергоатомиздат, 2001
5. Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока.– М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.
6. Козярук А.Е., Рудаков В.В. Современное и перспективное алгоритмическое обеспечение частотно-регулируемых электроприводов. – СПб.:С-Петербургская электротехническая компания, 2004.
7. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб.для вузов.– М.:Высш.шк., 1994.
8. Сабинин Ю.А., Грузов В.Л. Частотно-регулируемые асинхронные электроприводы. – Л.: Энергоатомиздат, 1985.
9. Сандлер А.С., Сарбатов Р.С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. – М.: Энергия, 1974.
10. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: учебник для вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2006.
11. Усольцев А.А. Векторное управление асинхронными двигателями/Учебное пособие. СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2002.
12. Эпштейн И.И. Автоматизированный электропривод переменного тока. – М.: Энергоиздат, 1982.
13. Schönfeld R. Digitale Regelung elektrischer Antriebe. – Berlin: Technik, 1987

## Приложение 1.

### Основное свойство симметричных $m$ -фазных систем

В симметричной  $m$ -фазной системе сумма мгновенных значений фазных величин равна нулю. Это свойство симметрии находит свое отражение в равенстве нулю суммы всех фазных операторов, т.е.

$$\sum_{k=1}^m \mathbf{a}_m = \sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} = 0,$$

где:  $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{(m)}^{k-1}$  – оператор  $k$ -й фазы;  $\mathbf{a}_{(m)} = e^{q \cdot j \frac{2\pi}{m}}$  – оператор системы, а  $q = 1, 2, \dots, m$  – целое число, определяющее порядок следования фаз.

В этом можно убедиться следующим образом. Запишем сумму фазных операторов в виде  $S = 1 + \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{K} + \mathbf{a}_{(m)}^{m-1}$ , полагая  $q = 1$ , т.к. для суммирования порядок следования фаз безразличен. Затем умножим обе части равенства на  $\mathbf{a}_{(m)}$  и,

преобразовав результат с учетом того, что  $\mathbf{a}_{(m)}^m = e^{m \cdot j \frac{2\pi}{m}} = e^{j2\pi} = e^{j0} = 1$ , получим

$$\mathbf{a}_{(m)} S = \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{a}_{(m)}^2 + \mathbf{K} + \mathbf{a}_{(m)}^m = \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{a}_{(m)}^2 + \mathbf{K} + \mathbf{a}_{(m)}^{m-1} + 1 = S.$$

Так как  $\mathbf{a}_{(m)} \neq 1$ , то это равенство возможно только при условии  $S = 0$ .

## Приложение 2.

### Обобщённый вектор в симметричной $m$ -фазной системе

Обобщённым называется вектор, проекции которого на оси фазных обмоток в любой момент времени равны мгновенному значению соответствующих фазных величин. Его можно построить суммированием векторов, направление которых совпадает с осями фазных обмоток, а модули равны мгновенным значениям. Назовем эти векторы – фазными. Аналитически операцию суммирования фазных векторов (например, векторов тока) можно представить в виде

$$\mathbf{i}_s = i_1 \mathbf{a}_1 + i_2 \mathbf{a}_2 + \mathbf{K} i_k \mathbf{a}_k \mathbf{K} + i_m \mathbf{a}_m = i_1 + i_2 \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{K} i_k \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} \mathbf{K} + i_m \mathbf{a}_{(m)}^{m-1}$$

где:  $i_k$  – мгновенное значение тока в  $k$ -й фазе;  $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{(m)}^{k-1}$  – оператор  $k$ -й фазы;  $\mathbf{a}_{(m)} = e^{j \frac{2\pi}{m}}$  – оператор симметричной системы фазных токов.

Пусть для произвольного момента времени задан обобщённый вектор тока  $\mathbf{i} = i_{\max} e^{j\vartheta}$ , где  $\vartheta = F(t)$  – угол между вектором  $\mathbf{i}$  и вещественной осью. Тогда по определению фазные токи и фазные векторы равны

$$i_1 = i_{\max} \cos \vartheta; \mathbf{K} i_k = i_{\max} \cos[\vartheta + (k-1)2\pi/m] \mathbf{K} i_m = i_{\max} \cos[\vartheta + (m-1)2\pi/m]$$

$$\mathbf{i}_1 = i_1; \mathbf{i}_2 = i_2 \mathbf{a}_2 = i_2 \mathbf{a}_{(m)}^1 \mathbf{K} i_k = i_k \mathbf{a}_k = i_k \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} \mathbf{K} i_m = i_m \mathbf{a}_{(m)}^{m-1}$$

Отсюда вектор, полученный геометрическим суммированием фазных токов, будет равен

$$\begin{aligned}
\mathbf{i}_s &= \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{K} + \mathbf{i}_m \mathbf{a}_{(m)}^{m-1} = i_{\max} \left\{ \begin{array}{l} \cos \vartheta + \cos \left( \omega t + \gamma + \frac{2\pi}{m} \right) \mathbf{a}_{(m)} + \mathbf{K} \\ \mathbf{K} + \cos \left[ \vartheta + (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} + \mathbf{K} \\ \mathbf{K} + \cos \left[ \vartheta + (m-1) \frac{2\pi}{m} \right] \mathbf{a}_{(m)}^{m-1} \end{array} \right\} = \\
&= i_{\max} \sum_{k=1}^m \left\{ \cos \left[ \vartheta + (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} \right\} = \\
&= i_{\max} \sum_{k=1}^m \left\{ \cos \left[ \vartheta + (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \cdot \left\{ \cos \left[ (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] + j \sin \left[ (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} \right\} = \quad (\text{п.2.1}) \\
&= \frac{i_{\max}}{2} \sum_{k=1}^m \left\{ \cos \vartheta + j \sin \vartheta + \cos \left[ 2(k-1) \frac{2\pi}{m} \right] + j \sin \left[ 2(k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} = \\
&= \frac{i_{\max}}{2} \left[ m \cdot e^{j\vartheta} + \sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{2(k-1)} \right] = i_{\max} \frac{m}{2} e^{j\vartheta} = \frac{m}{2} \mathbf{i}
\end{aligned}$$

Последнее преобразование суммы справедливо потому, что множитель 2 в показателе степени фазного оператора определяет порядок следования фаз и не влияет на результат суммирования, т.е.  $\sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{2(k-1)} = \sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{k-1}$ , а из основного свойства

симметричных систем (см. приложение 1) следует, что  $\sum_{k=1}^m \mathbf{a}_{(m)}^{k-1} = 0$ .

Таким образом, вектор  $\mathbf{i}_s$ , полученный в результате суммирования, превосходит по модулю обобщённый вектор  $\mathbf{i}$  в  $m/2$  раз, поэтому в  $m$ -фазной системе для получения обобщённого вектора результат суммирования нужно умножить на коэффициент  $2/m$ , т.е.  $\mathbf{i} = 2\mathbf{i}_s / m$ .

Из выражений (п.2.1) следует, что

$$\sum_{k=1}^m \left\{ i_k \cdot \cos \left[ (k-1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} = \text{Re}[\mathbf{i}_s] = i_{\max} \frac{m}{2} \cos \vartheta = \frac{m}{2} i_1. \quad (\text{п.2.2.})$$

**Приложение 3.**

*Индексы систем координат принятые в пособии*

Индекс системы	Частота вращения $\omega^{(mn)}$	Ориентация вещественной оси	Название системы
$\alpha\beta$	0	по оси обмотки фазы $a$ статора	неподвижная
$uv$	$\omega$	по оси обмотки фазы $a$ ротора	синхронная с ротором
$xу$	$\omega_1$	произвольная	синхронная с магнитным полем
$dq$	$\omega_1$	по вектору потокоцепления ротора	синхронная с магнитным полем
$mn$	произв.	произвольная	произвольная

**Приложение 4.**

*Передаточные функции и переходные характеристики при различных настройках регулятора скорости в трансвекторной системе*

Функции	Тип регулятора	
	П	ПИ
$W_{pc}(p)$	$K$	$\frac{K(1+\tau p)}{\tau p} \Big _{K\tau=2T_M}$
$W_y(p)$	$\frac{1}{1+T_K p}$	$\frac{2(1+\tau p)}{\tau^2 p^2 + 2\tau p + 2}$
$W_B(p)$	$\frac{1}{CK(1+T_K p)}$	$\frac{\tau^2 p}{J(\tau^2 p^2 + 2\tau p + 2)}$
$\omega(\omega^*, m_c)$	$\omega^*(1 - T_K/\Theta)$	$\omega^*$
$\frac{\omega(t)}{\omega^*} \Big _{\Delta\omega^*}$	$\left(1 - \frac{T_K}{\Theta}\right) \cdot (1 - e^{-t/T_K})$	$1 + \sqrt{2}e^{-t/\tau} \cos\left(\frac{t}{\tau} - \frac{3\pi}{4}\right)$
$\frac{\omega(t)}{\omega^*} \Big _{\Delta m_c}$	$1 - \frac{T_K}{\Theta}(1 - e^{-t/T_K})$	$1 - \frac{\tau}{\Theta}e^{-t/\tau} \sin\left(\frac{t}{\tau}\right)$
$C = \frac{3z_p \Psi_{2d}^2}{2r_2}; T_M = J/C; T_K = T_M/K = \frac{J}{CK}; \Theta = J\omega^*/m_c$		

## Содержание

Введение .....	3
1. Асинхронный двигатель как объект управления.....	4
1.1 Математическое описание процессов преобразования энергии в электрической машине .....	4
1.1.1 Понятие обобщённого пространственного вектора .....	4
1.1.2 Потокосцепления электрической машины.....	10
1.1.3 Уравнения статора и ротора в векторной форме.....	13
1.1.4 Обобщённая электрическая машина.....	15
1.2 Асинхронный короткозамкнутый двигатель .....	17
1.2.1 Уравнения короткозамкнутого АД.....	17
1.2.2 Статические характеристики АД при питании от источника напряжения.....	18
1.2.3 Динамические характеристики АД при питании от источника напряжения .....	21
1.2.4 Статические характеристики АД при питании от источника тока.....	25
1.2.4.1 Круговая диаграмма АД при питании от источника тока .....	25
1.2.4.2 Токи намагничивания и ротора .....	27
1.2.4.3 Электромагнитный момент.....	28
1.2.5 Динамические характеристики АД при питании от источника тока.....	30
1.2.6 Модель АД при импульсном питании .....	32
2. Частотное управление АД.....	34
2.1 Модульное управление .....	34
2.1.1 Влияние частоты питания на электромагнитные процессы в АД.....	34
2.1.2 Закон М.П. Костенко .....	37
2.1.3 Разомкнутые системы частотного управления .....	39
2.1.3.1 Управление по закону $U/f=const$ .....	40
2.1.3.2 Управление с постоянным критическим моментом.....	43
2.1.4 Замкнутые системы частотного управления.....	45
2.1.4.1 $IR$ -компенсация .....	47
2.1.4.2 $IZ$ -компенсация .....	48
2.2 Векторное управление.....	50
2.2.1 Трансвекторное управление ( $FOC$ ).....	50
2.2.1.1 Выбор уравнения электромагнитного момента и системы координат .....	51
2.2.1.2 Модель АД, управляемого током статора.....	54
2.2.1.3 Модель АД, управляемого напряжением статора .....	56
2.2.1.4 Информационная часть систем трансвекторного управления .....	57
2.2.1.5 Особенности настройки регулятора скорости .....	64
2.2.2 Прямое управление моментом ( $DTC$ ).....	65
2.3 Преобразователи частоты для асинхронного электропривода .....	71
2.3.1 Основные типы преобразователей.....	71
2.3.2 Широтно-импульсные преобразователи .....	74
2.3.2.1 ШИП с синусоидальной модуляцией напряжения.....	74
2.3.2.2 ШИП, формирующие фазные токи.....	76
2.3.2.3 Пространственно-векторная модуляция.....	78
2.3.3 Современные преобразователи для электропривода широкого применения.....	83
2.3.3.1 Подключение преобразователя .....	84
2.3.3.2 Основные характеристики и функции.....	86
Список литературы.....	90
Приложение 1. Основное свойство симметричных $m$ -фазных систем.....	91
Приложение 2. Обобщенный вектор в симметричной $m$ -фазной системе.....	91
Приложение 3. Индексы систем координат, принятые в пособии .....	93
Приложение 4. Передаточные функции и переходные характеристики при различных настройках регулятора скорости в трансвекторной системе .....	93

