

В. Ю. ШИШМАРЕВ

ОСНОВЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рекомендовано

*Учебно-методическим объединением по образованию
в области приборостроения и оптотехники в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению
подготовки «Приборостроение» и приборостроительным специальностям*



Москва
Издательский центр «Академия»
2008

УДК 681.518.52(075.8)

ББК 32.965я73

Ш657

Р е ц е н з е н т ы:

зам. главного конструктора ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики», д-р техн. наук *Е.А. Измайлова*;

зав кафедрой «Автоматизированные системы обработки информации и управления» Московского государственного университета приборостроения и информатики, д-р техн. наук, проф., академик Международной академии наук высшей школы *О.М. Петров*

Шишкарев В. Ю.

Ш657 Основы автоматического управления : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. Ю. Шишкарев. — М. : Издательский центр «Академия», 2008. — 352 с.

ISBN 978-5-7695-3952-7

Рассмотрены основные понятия, цели и принципы управления. Описан математический аппарат исследования систем автоматического управления: основные элементы, динамические звенья, структурные схемы и характеристики, вопросы устойчивости и качества работы. Изложены вопросы синтеза регуляторов, построения и исследования линейных, импульсных, нелинейных, цифровых и оптимальных систем автоматического управления.

Для студентов высших учебных заведений. Может быть полезно специалистам, занимающимся решением практических задач построения и анализа систем автоматического управления.

УДК 681.518.52(075.8)

ББК 32.965я73

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом
без согласия правообладателя запрещается*

© Шишкарев В.Ю., 2008

© Образовательно-издательский центр «Академия», 2008

ISBN 978-5-7695-3952-7

© Оформление. Издательский центр «Академия», 2008

ВВЕДЕНИЕ

Автоматика — это область науки и техники, охватывающая теорию и принципы построения систем управления, действующих без непосредственного участия человека.

Первые автоматы, т.е. машины, работающие без участия человека, были созданы греческим ученым Героном Александрийским, жившим в I в. н.э. Существуют описания около 100 автоматов, известных в те древние времена, которые использовались, как правило, в развлекательных и религиозных целях.

Автоматические устройства промышленного назначения были разработаны в связи с появлением паровых машин. В 1765 г. русским механиком И. И. Ползуновым был изобретен первый в мире промышленный регулятор, автоматически поддерживающий требуемый уровень воды в котле паровой машины. Предложенное им регулирование по отклонению является одним из основных принципов построения различных автоматических систем.

Во второй половине XIX в. появились автоматические устройства, основанные на использовании электрической энергии. Одним из первых таких автоматов был электромагнитный регулятор скорости вращения паровой машины, разработанный русским ученым К. И. Константиновым.

Теоретические основы проектирования автоматических регуляторов были заложены русским ученым И. А. Вышнеградским и английским ученым Дж. Максвеллом. Создание и развитие математического аппарата, используемого в исследовании автоматических систем, во многом базируется на работах выдающихся русских ученых А. М. Ляпунова, П. Л. Чебышева, Н. Е. Жуковского.

Первоначально работы по созданию автоматических систем в механике, электротехнике, теплотехнике и других научных отраслях велись независимо друг от друга. В начале 1940-х гг. автоматика стала формироваться как самостоятельная научная дисциплина, изучающая методы анализа и синтеза систем автоматического управления в технике независимо от их физической природы.

В настоящее время автоматические системы широко применяются во всех областях деятельности человека — в промышленности, на транспорте, в устройствах связи, при научных исследованиях и др.

Во многих отраслях техники возможность автоматизации управления определяет дальнейшее их развитие. Так, без автоматизации невозможно построение энергетических систем (в частности, атомных), современных химических и металлургических производств, пилотируемых, беспилотных и космических летательных аппаратов и др.

С экономической точки зрения автоматизация является одним из перспективных направлений развития всех отраслей науки и техники, так как она способствует повышению производительности труда, снижению материальных, энергетических и людских затрат, а следовательно, повышению эффективности любого производства.

В различных технологических и производственных процессах величины, их характеризующие, должны удовлетворять определенным условиям. Так, например, в энергосистемах необходимо поддерживать на конкретном уровне значения напряжения и частоты, в авиации, ракетной технике и космонавтике — управлять движением летательных аппаратов по высоте, заданному направлению (курсу) или траектории в пространстве, на производстве — обеспечивать работу отдельных станков, участков и цехов в автоматическом или автоматизированном режимах.

Создание условий, гарантирующих требуемое протекание любого процесса, называется *управлением*. Машина, аппарат, агрегат, комплекс машин или система, в которых протекает процесс, подлежащий управлению, называются *объектами управления*.

В данном учебном пособии представлены назначение, классификация и общие характеристики элементов автоматики и не рассмотрены конкретные примеры схем, конструкций и характеристик основных элементов, наиболее часто применяемых в различных системах автоматического управления, таких как датчики перемещения, скорости, температуры и других физических величин, задающие устройства и устройства сравнения, усилители, переключающие устройства, реле, исполнительные устройства и др.

Сведения об этих элементах систем автоматического управления можно найти в учебнике «Типовые элементы систем автоматического управления» (Шишмарев В. Ю. Издательский центр «Академия». 3-е изд., стер. 2006).

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

АИМ	амплитудно-импульсная модуляция
АР	автоматический регулятор
АРМ-К	автоматизированное рабочее место конструктора
АСОУ	автоматизированная система организации управления
АСУ	автоматизированная система управления
АСУП	автоматизированная система управления производством
АСУТП	автоматизированная система управления технологическими процессами
АФЧХ	амплитудно-фазовая частотная характеристика
АЦП	аналого-цифровой преобразователь
АЧХ	амплитудно-частотная характеристика
БИС	большая интегральная схема
БУП	блок управления приводом
ВИМ	время-импульсная модуляция
ВС	вычислительная система
ВУ	вычислительное устройство
ГПС	гибкая производственная система
ГСП	Государственная система приборов
ДЦП	дискретно-цифровой преобразователь
ЕАСС	Единая автоматизированная система связи
ЕСКД	Единая система конструкторской документации
ЗК	замыкающие контакты
ЗУ	запоминающее устройство
ИИЭ	идеальный импульсный элемент
ИМ	исполнительный механизм
ИП	измерительный преобразователь
ИУ	исполнительное устройство
ИФБ	импульсно-формирующий блок
ИЭ	импульсный элемент
ЛАХ	логарифмическая амплитудная характеристика
ЛАЧХ	логарифмическая амплитудно-частотная характеристика
ЛФХ	логарифмическая фазовая характеристика
ЛФЧХ	логарифмическая фазочастотная характеристика
ЛЧ	линейная часть
ЛЧХ	логарифмическая частотная характеристика
НЧ	непрерывная часть
НЭ	нагревательный элемент
ОЗУ	оперативное запоминающее устройство

ОКП	— оперативно-командное планирование
ОНЧ	— обратная нелинейная часть
ОС	— обратная связь
ОУ	— объект управления
ПЗУ	— постоянное запоминающее устройство
ПНЧ	— приведенная непрерывная часть
ПУ	— панель управления
РК	— размыкающие контакты
САК	— система автоматического контроля
САП	— система автоматической подготовки
САПР	— система автоматического проектирования
САУ	— система автоматического управления
СНС	— самонастраивающаяся система
СРР	— система ручного регулирования
СЦПУ	— система цифрового программного управления
СЧПУ	— система числового программного управления
СЭУ	— система экстремального управления
ТАУ	— теория автоматического управления
ТДЗ	— типовое динамическое звено
ТП	— технологический процесс
ТЭП	— технико-экономический показатель
УВВ	— устройство ввода-вывода
УВК	— управляющий вычислительный комплекс
УВМ	— управляющая вычислительная машина
УП	— устройство передвижения
УПД	— устройство передачи данных
УУ	— устройство управления
УСО	— устройство связи с объектом
УЧПУ	— устройство числового программного управления
ФЗ	— формирующее звено
ФИМ	— фазоимпульсная модуляция
ФЧХ	— фазочастотная характеристика
ЦАП	— цифроаналоговый преобразователь
ЦВМ	— цифровая вычислительная машина
ЦДП	— цифродискретный преобразователь
ЧИМ	— частотно-импульсная модуляция
ШИМ	— широтно-импульсная модуляция
ЭДС	— электродвижущая сила
ЭС	— элемент сравнения

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЦЕЛИ И ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ

1.1. Основные понятия и определения

Рассмотрим основные определения, принятые в управлении.

Теория автоматического управления (ТАУ) — это совокупность методов и специального математического аппарата, позволяющая спроектировать работоспособную промышленную систему автоматического управления (САУ), отвечающую заданным требованиям по качеству ее работы.

Система автоматического управления — это совокупность технических средств для управления регулируемым параметром, в которой вычислительные и логические операции осуществляются с помощью специальных технических устройств: автоматического регулятора, программируемого контроллера или управляющей вычислительной машины (УВМ).

Основной частью (узлом, элементом) САУ является *объект управления* — техническая установка или технологическая цепь установок, физико-химические процессы в которых управляются (регулируются) с помощью специальных технических средств.

Технологические параметры — это физико-химические величины, характеризующие состояние технологического процесса в объекте управления (например, температура, давление, скорость вращения и др.).

Регулируемый параметр — это технологический параметр, значением которого управляют с помощью специальных технических средств. Число регулируемых параметров, как правило, значительно меньше общего числа технологических параметров.

Система ручного регулирования (СРР) — это совокупность технических средств для управления регулируемым параметром, в которой вычислительные и логические операции осуществляются человеком — оператором. Принято считать, что такая система замкнута на человека, или в техническом смысле разомкнута.

Под *воздействиями* в ТАУ понимают факторы, изменяющие течение технологического процесса в объекте управления. Различают возмущающие и управляющие воздействия.

Возмущающие воздействия носят случайный, трудно предсказуемый характер. К ним относятся, например, изменение температуры наружного воздуха, колебания напряжения в электросети

и др. Управляющие воздействия на объект управления организуются техническим устройством (в САУ) или оператором (в СРР) для компенсации влияния возмущающих воздействий.

Под *сигналами* в ТАУ понимают совокупность потоков энергии или вещества, поступающих в объект управления или выходящих из него, возмущающие и управляющие воздействия, а также регулируемые параметры.

По направлению различают *входные* и *выходные сигналы* объекта управления. Так, возмущающие и управляющие воздействия будут входными сигналами для объекта управления; регулируемый же параметр в ТАУ всегда принимают за выходной сигнал объекта управления, даже если он физически не выходит за пределы объекта (например, температура в топке котла, уровень вещества в бункере, напряжение на обмотках электродвигателя и др.).

1.2. Примеры систем автоматического управления

Параметры технологических процессов (ТП), их характеристики изменяются по определенным законам (или могут быть постоянны). Для достижения целей управления во всех отраслях техники возникает необходимость изменения параметров с учетом заданного закона. Для этого используют функциональные модели, изображаемые в виде схем (рис. 1.1, *a*), на которых элементы САУ обозначают прямоугольником с надписью, а сигналы, поступающие на эти элементы, — стрелками.

Любой параметр процесса, представляющий собой изменение среды, является сигналом. Он может быть механическим, электрическим, электромагнитным, оптическим и т. д. Параметры, содержащие информацию, называются *информационными*. Например, сигналом является электрическое напряжение, информационным параметром — амплитуда этого сигнала.

Аналоговым называется сигнал $f(t)$, информационные параметры которого могут принимать любые значения в заданном числовом интервале $a \dots b$ (рис. 1.1, *б*).

Дискретным считается сигнал, информационные параметры которого принимают только дискретные значения.

Рассмотрим конкретный технологический процесс — регулирование температуры в электропечи для закаливания металла. Для реализации этого процесса электропечь снабжается управляющим (или регулирующим) органом, с помощью которого можно управлять процессом закаливания — изменять температуру в соответствии с заданным законом.

Создание условий, обеспечивающих требуемое протекание процесса закаливания, т. е. поддержание необходимого режима, называется *управлением*. Управление может быть ручным или авто-

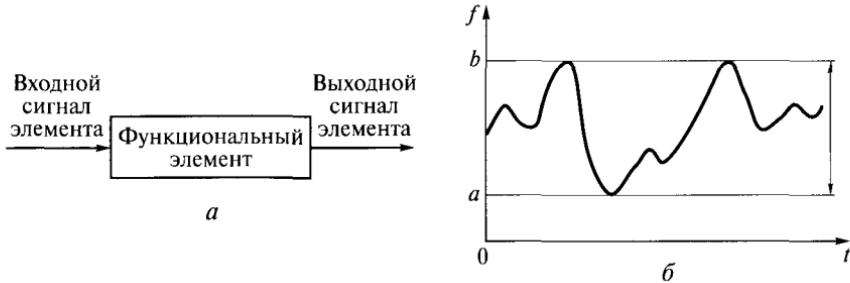


Рис. 1.1. Функциональный элемент САУ:

a — схема прохождения сигнала; *б* — аналоговый сигнал $f(t)$

матическим. При *ручном управлении* воздействие на управляющий орган осуществляет человек, наблюдающий за ходом процесса.

Функциональной схемой называется символическое изображение всех функциональных элементов технологического процесса и связей между ними, отражающее последовательность процессов в системе.

Представим с помощью функциональной схемы технологический процесс закаливания металла в электропечи с участием оператора (рис. 1.2). Данная система поддерживает необходимый режим, т. е. изменение температуры $y(t)$ в электропечи по заданному закону. Для обеспечения требуемого процесса электропечь снабжается двумя элементами: термопарой, с выхода которой получа-

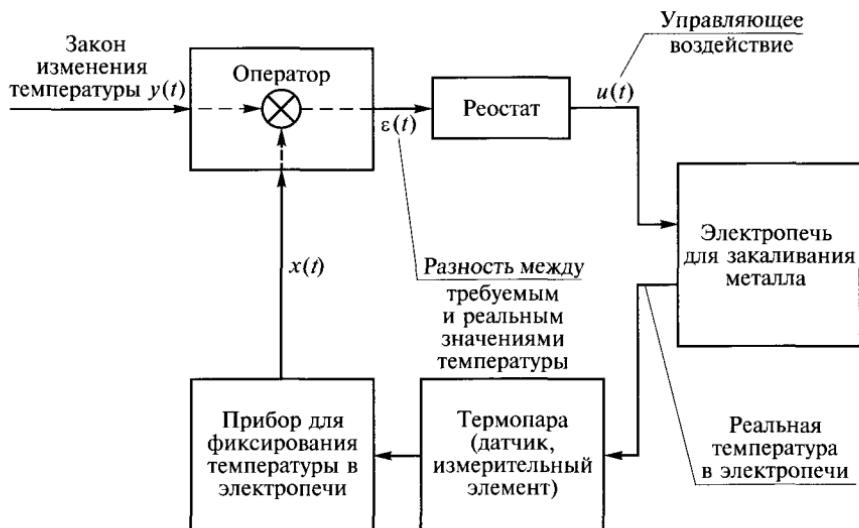


Рис. 1.2. Функциональная схема технологического процесса закаливания металла в электропечи

ют электрическое напряжение $x(t)$, пропорциональное температуре в электропечи, и реостатом, с помощью которого меняется сопротивление в цепи ее нагрева. При увеличении сопротивления ток в цепи нагрева уменьшается, а следовательно, уменьшается и температура в электропечи. При уменьшении сопротивления ток возрастает и температура увеличивается.

С учетом показаний прибора, на котором фиксируется реальная температура в электропечи, и того, в какую сторону она отклонилась от заданного значения, оператор перемещает движок реостата. При этом отклонение реальной температуры в электропечи от заданной не должно превышать допустимого значения $\varepsilon(t)$. В системе имеет место так называемая *обратная связь* (ОС). Важнейшее звено рассмотренного технологического процесса — оператор, следовательно, эта система является ручной.

При автоматическом управлении процессом воздействие $u(t)$ на управляемый орган (реостат) осуществляет специальное управляющее устройство. Рассмотрим схему реализации приведенного технологического процесса без участия человека, в которой перемещение движка реостата в зависимости от наблюдаемого отклонения температуры выполняется с помощью двигателя (привода). Поскольку с выхода термопары получают сигнал очень небольшой мощности (недостаточной для питания даже небольшого приводного двигателя), в схему вводят промежуточное звено — усилитель мощности. Схема реализации процесса закаливания металла в электропечи без участия человека представлена на рис. 1.3, а. Здесь сигнал $y(t)$ (заданной температуры в печи) называют *управляющим*, сигнал $x(t)$ (реальной температуры) — *управляемой переменной*, а систему, реализующую процесс закаливания, — *системой автоматического управления*.

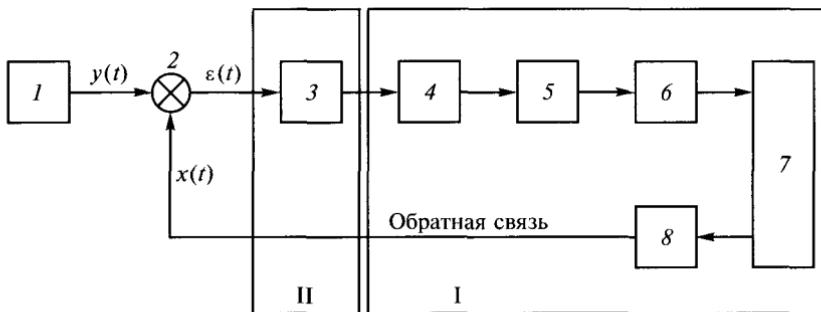
Система автоматического управления представляет собой совокупность объекта управления (ОУ) и управляющего устройства, включающего в себя усилитель, реостат, измерительное устройство (датчик) и элемент сравнения. Объектом управления в данном случае является электропечь, а управляемой выходной переменной — температура. Под управляющим подразумевается устройство, обеспечивающее процесс управления, т. е. целенаправленное действие, приводящее к желаемому изменению управляемой переменной (температуры закаливания).

Для улучшения качества управления (например, уменьшения ошибки $\varepsilon(t)$, степени колебательности и т. д.) в систему вводят дополнительный элемент — регулятор. Тогда схема САУ, представленная на рис. 1.3, а, будет иметь вид, показанный на рис. 1.3, б.

При создании и функционировании САУ параметры элементов 4...8 остаются неизменными, поэтому часть системы, включающая в себя эти элементы, носит название *неизменяемой*. На



a



б

Рис. 1.3. Автоматическая система, реализующая процесс закалывания металла в электропечи:

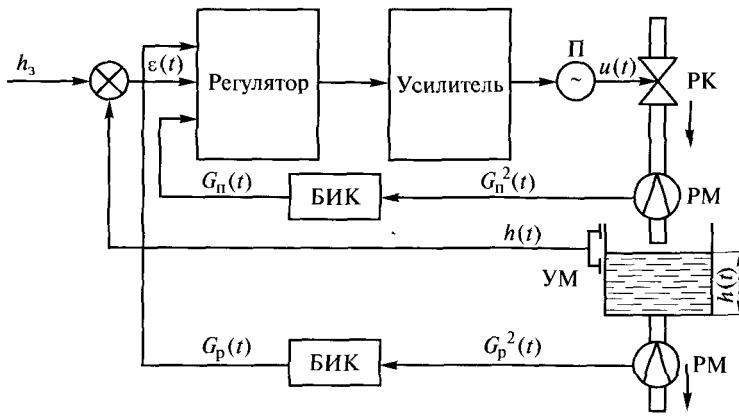
а — функциональная схема; *б* — измененная функциональная схема; 1 — задающее устройство; 2 — сравнивающее устройство; 3 — регулятор; 4 — усилитель мощности; 5 — привод (двигатель); 6 — реостат; 7 — электропечь; 8 — измерительное устройство (датчик); I — неизменяемая часть САУ; II — регулятор (изменяемая часть САУ)

практике неизменяемую часть часто называют объектом управления, а к управляющему устройству относят лишь регулятор. Именно его параметры изменяются в процессе проектирования САУ.

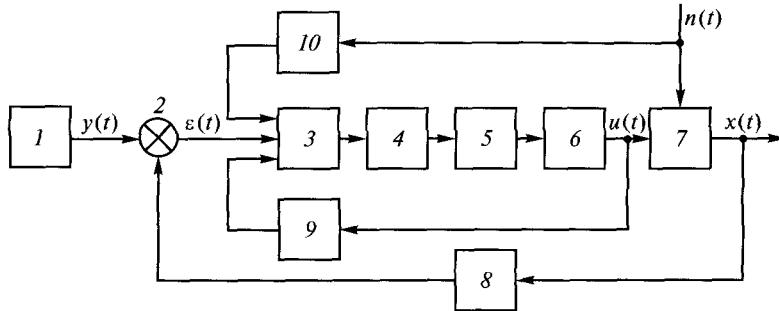
Рассмотрим еще несколько примеров конкретных автоматических систем.

В энергетике используется много САУ, предназначенных для регулирования уровня жидкости, например автоматические регуляторы уровня в парогенераторах, конденсаторах, компенсаторах давления, барабанах-сепараторах и др. Большинство из перечисленных САУ построены по схеме, показанной на рис. 1.4, *а*.

Уровень жидкости $h(t)$ зависит от разности двух величин: ее притока G_n и расхода G_p . Если $G_n > G_p$, уровень растет, и наоборот, при $G_n < G_p$ уровень уменьшается. Приток G_n можно изменять посредством регулирующего клапана (РК), который управляет



a



b

Рис. 1.4. Схемы системы автоматического регулирования уровня жидкости:
а — принципиальная; *б* — функциональная; 1 — задающее устройство; 2 — сравнивающее устройство; 3 — регулятор; 4 — усилитель мощности; 5 — привод; 6 — регулирующий орган (клапан); 7 — объект управления; 8 — уровнеметр; 9, 10 — линейные расходомеры

электроприводом (Π). Сигнал, соответствующий действительному уровню $h(t)$, измеряется уровнемером (УМ) и сравнивается с заданным уровнем h_3 .

В зависимости от значения и знака сигнала рассогласования $\varepsilon(t)$ регулятор посредством электропривода увеличивает (при $\varepsilon > 0$) или уменьшает (при $\varepsilon < 0$) приток жидкости G_n , поддерживая равенство между G_n и G_p при заданном уровне h_3 .

Изменение расхода G_p нарушает баланс в схеме, т. е. G_p является возмущающим сигналом.

Для повышения точности регулирования наряду с сигналом $\varepsilon(t)$ используется сигнал G_n , который обеспечивает местную ОС, или так называемое комбинированное регулирование.

Выходной сигнал некоторых расходомеров (РМ) пропорционален квадрату расхода жидкости, поэтому цепи измерения их расходов содержат блоки извлечения корня (БИК).

Воспользовавшись стандартными обозначениями можно записать: сигнал на входе системы (заданное воздействие) $y(t) = h_3$; сигнал на выходе системы (уровень жидкости) $x(t) = h(t)$; сигнал возмущения (расхода жидкости) $n(t) = G_p(t)$.

Функциональная схема САУ уровнем жидкости может быть представлена в виде, изображенном на рис. 1.4, б.

Ранее рассмотрены замкнутые системы, в которых имеет место обратная связь, т.е. сравнение входного сигнала (эталона) с выходным (реальным значением регулируемой величины). Кроме того, существуют автоматические системы разомкнутого типа. В разомкнутых системах для выработки управляющего воздействия $u(t)$ (сигнала с выхода регулятора) используется только информация о цели управления $y(t)$, а действительное значение выходной управляемой переменной $x(t)$ не контролируется.

В качестве примера рассмотрим разомкнутую САУ числом оборотов электродвигателя постоянного тока (рис. 1.5, а).

При ручном разомкнутом управлении нужное число оборотов двигателя, пропорциональное напряжению на входе усилителя, задается оператором путем перемещения движка потенциометра 1. С выхода потенциометра сигнал поступает на усилитель 2, вызывая изменение тока в якоре электродвигателя 3 и соответственно его угловой скорости, которая измеряется тахогенератором 4 со стрелочным прибором, но не используется для замыкания системы.

Вследствие старения, износа, неточности исполнения элементов и колебаний температуры градуировка системы (в которой каждому положению движка потенциометра должно соответствовать заданное число оборотов двигателя в установившемся режиме) нарушается, поэтому системы, работающие по разомкнутому

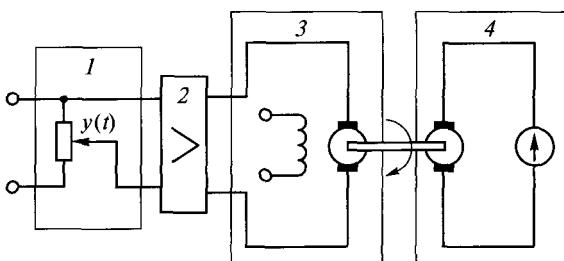


Рис. 1.5. Функциональная схема разомкнутой САУ числом оборотов электродвигателя:
1 — потенциометр; 2 — усилитель; 3 — электродвигатель; 4 — тахогенератор со стрелочным прибором

1 — потенциометр; 2 — усилитель; 3 — электродвигатель; 4 — тахогенератор со стрелочным прибором

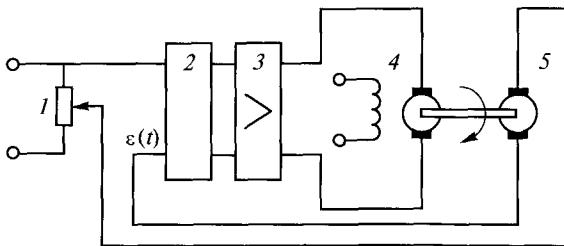


Рис. 1.6. Функциональная схема замкнутой САУ числом оборотов электродвигателя:

1 — потенциометр; 2 — регулятор; 3 — усилитель; 4 — электродвигатель; 5 — тахогенератор

му циклу, часто не могут обеспечить высокое качество работы (высокую точность). Данную систему можно автоматизировать, при этом схема будет функционировать по замкнутому циклу, т.е. по принципу ОС, и, следовательно, качество ее работы повысится. Функциональная схема такой замкнутой системы представлена на рис. 1.6.

В системе с замкнутым циклом в отличие от разомкнутой системы имеет место сравнение реального числа оборотов двигателя с требуемым. Сигнал рассогласования (ошибки) $\varepsilon(t)$ поступает на регулятор 2 и усилитель 3, т.е. управляет электродвигателем 4, а с тахогенератора 5 идет сигнал, пропорциональный скорости, на регулирующий потенциометр 1. Выбор структуры и параметров регулятора 2 должен обеспечить высокую точность работы системы. Замкнутая система не требует точной градуировки: ее точность сохраняется и при отклонении параметров от эталонных из-за старения элементов или по другим причинам.

В соответствии с определением кибернетики как науки об управлении, передаче и обработке информации САУ являются кибернетическими, т.е. для них характерны понятия, составляющие основу кибернетики: управление, информация, система. Элементы САУ связаны между собой информационными каналами и линиями управления.

Системы автоматического управления выполняют функции, которые существенно отличаются от свойств и функций их отдельных элементов. Отличительной чертой рассмотренных САУ является поступление на их входы так называемой *обратной информации*, необходимой для контроля (т.е. наличие ОС). Так как ОС замыкает канал управления, такое управление называют *замкнутым*.

При управлении с ОС значение управляющей переменной постоянно сопоставляется с ее заданным (эталонным) значением. Цель управления — сделать эти величины близкими несмотря на различные помехи.

Контур управления — это система, состоящая из объекта управления и регулятора (управляющей системы, с помощью которой добиваются нужного качества управления).

К основным функциям контура управления относятся: измерение, сравнение и реагирование (выработка команды управления $u(t)$ объектом), которые должны по возможности выполняться оптимально. В этом случае контур управления несмотря на различные помехи будет постоянно поддерживать управляемую переменную близкой к ее заданному значению.

1.3. Цели и принципы управления

Задачей управления является изменение протекающих в объекте управления процессов посредством соответствующих команд для достижения поставленной цели.

В основе ТАУ, рассматривающей общие принципы проектирования САУ, лежат математические модели, отражающие связь элементов систем друг с другом и внешней средой.

Таким образом, *системой автоматического управления* называется система, представляющая собой совокупность объекта управления и управляющего устройства, обеспечивающего процесс управления, т.е. целенаправленное воздействие, приводящее к желаемому изменению управляемых переменных.

Фундаментальными принципами управления являются:

принцип разомкнутого управления;

принцип компенсации — управления по возмущению (если возмущающие воздействия в системе велики, для повышения точности разомкнутой системы на основе измерения возмущений в алгоритм управления вводятся корректиры, компенсирующие влияние этих возмущений);

принцип ОС.

Для систем, работающих по принципу обратной связи, характерны:

наличие ОС;

преобразование слабых управляющих сигналов на входе, идущих от измерительного устройства, в достаточно мощные воздействия на объект (ток в цепи нагрева);

наличие ошибки $\epsilon(t)$, являющейся движущим сигналом для системы, работающей на уменьшение этой ошибки;

замкнутость системы через ОС, реализуемую с помощью измерительного устройства — термопары. Измерительный (чувствительный) элемент в этом случае служит не просто для регистрации температуры, а для формирования сигнала рассогласования $\epsilon(t)$, являющегося входным для усилителя, сигнал с которого затем подается на вход системы.

Использование принципа ОС позволяет дать еще одно определение САУ с акцентом на особом значении этого принципа: САУ — это система, стремящаяся сохранить в допустимых пределах рассогласование (ошибку) $\varepsilon(t)$ между требуемыми $y(t)$ и действительными $x(t)$ значениями управляемых переменных с помощью их сравнения на основе принципа ОС и использования получаемых при этом сигналов для управления.

1.4. Типовая функциональная схема системы автоматического управления

Приведенные примеры позволяют представить типовую функциональную схему САУ (рис. 1.7). Рассмотрим назначение каждого из элементов этой схемы.

Задающее устройство 1 преобразует воздействие $y_3(t)$ в сигнал $y(t)$, а сравнивающее устройство 2 в результате сравнения сигнала $y(t)$ и регулируемой величины $x(t)$ (предполагается, что элементы 10 и 11 не искажают сигнал $x(t)$) вырабатывает сигнал ошибки $\varepsilon(t)$. Сравнивающие устройства 2, 5 также называются датчиками ошибки, отклонения, рассогласования.

Преобразующее устройство 3 служит для преобразования одной физической величины в другую, более удобную для использования в процессе управления (во многих системах преобразующее устройство отсутствует).

Регуляторы 4, 8 служат для обеспечения заданных динамических свойств замкнутой системы. С их помощью обеспечивается высокая точность ее работы в установившемся режиме, а также демпфируются сильные колебательные процессы (например, летательных аппаратов). Более того, введение в систему регулятора

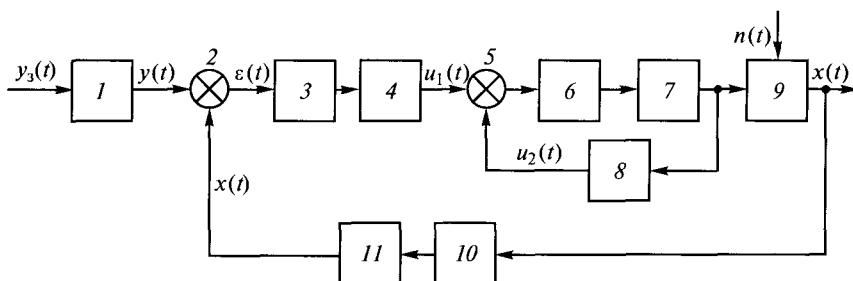


Рис. 1.7. Типовая функциональная схема САУ:

1 — задающее устройство; 2, 5 — сравнивающие устройства; 3 — преобразующее устройство; 4, 8 — корректирующие устройства (регуляторы); 6 — усилительное устройство; 7 — исполнительное устройство; 9 — объект управления; 10 — чувствительный (измерительный) элемент; 11 — элемент главной ОС

позволяет устраниить незатухающие или возрастающие колебания управляемой величины. Иногда регуляторы вырабатывают управляющие сигналы (команды) в зависимости от возмущающих воздействий, что существенно повышает качество работы систем, увеличивая их точность.

Из приведенной на рис. 1.7 схемы САУ видно, что в хорошо спроектированной системе ошибка $\varepsilon(t)$ очень мала, в то время как на управляемый объект должны поступать воздействия с мощностью, достаточной для питания двигателя. В связи с этим важным элементом САУ является усилительное устройство 6, предназначенное для повышения мощности сигнала ошибки $\varepsilon(t)$, т. е. управления энергией, поступающей от постороннего источника. На практике широко используются электронные, магнитные, гидравлические и пневматические усилители.

Исполнительное устройство 7 предназначено для влияния на управляемый орган 9, подвергающийся воздействию внешних полей $n(t)$. Исполнительные устройства могут быть пневматические, гидравлические и электрические, которые подразделяются, в свою очередь, на электромоторные и электромагнитные.

Пневматические исполнительные устройства имеют сравнительно малые габаритные размеры и массу, но требуют большого расхода сжатого газа. *Гидравлические* исполнительные устройства способны преодолевать большие нагрузки и практически безынерционны. Их недостаток — большая масса. *Электрические* исполнительные устройства достаточно универсальны и отличаются удобством подведения к ним энергии. Вместе с тем их использование требует наличия достаточно мощного источника тока. В некоторых САУ исполнительный механизм отсутствует и воздействие на объект осуществляется изменением состояния управляемой величины (тока, напряжения) без помощи механических устройств.

Чувствительный (измерительный) элемент — датчик 10 — необходим в САУ для преобразования управляемых переменных в сигналы управления (например, угла в напряжение).

Элемент, который подвергается управлению, является объектом управления. При проектировании объектом управления считают всю неизменяющую часть САУ (т. е. все элементы, кроме регулятора). Это могут быть электрическая печь для закаливания металла, самолет, ракета, космический аппарат, двигатель, ядерный реактор, станок для обработки металла и т. д. В связи с большим разнообразием объектов управления разными могут быть и управляемые переменные: напряжение, число оборотов, угловое положение, курс, мощность и т. д.

Из анализа рис. 1.7 можно сделать вывод о том, что САУ представляет собой замкнутую систему, обладающую свойством односторонности и реагирующую на сигнал ошибки $\varepsilon(t)$.

Определим сигналы, представленные на рис. 1.7:

$y(t)$ — преобразованное задающее воздействие, т.е. входной сигнал;

$x(t)$ — управляемая переменная, т.е. выходная величина системы, реакция;

$\varepsilon(t)$ — сигнал ошибки (рассогласования);

$u_1(t)$ и $u_2(t)$ — команды управления;

$n(t)$ — помеха.

Система, в которой сигнал $y(t)$ — известная функция (детерминированный сигнал) на всем промежутке управления, называется *системой программного управления*.

Система, в которой задающее воздействие $y(t) = \text{const}$, называется *системой стабилизации*.

Система, в которой задающее воздействие $y(t)$ — случайная функция, называется *следящей системой*.

Таким образом, одномерные системы могут быть системами программного управления, системами стабилизации и следящими системами.

Кроме того, на практике используются:

системы с поиском экстремума показателя качества;

системы оптимального управления;

адаптивные системы.

1.5. Математические модели систем автоматического управления

На первом этапе расчета и проектирования САУ ограничиваются их качественным описанием на основе анализа функциональных схем. Такое описание является содержательным, или неформальным. *Неформальным описанием* называется вся имеющаяся совокупность сведений о САУ, достаточная для построения фактического алгоритма ее работы. Неформальное описание содержит информацию, достаточную для построения функциональной схемы САУ, служащей основой для разработки ее формального (математического) описания.

Недостаток содержательного (неформального) описания САУ состоит в том, что в этом случае не оперируют количественными характеристиками и, таким образом, наука, в основе которой лежит неформальное описание, не является точной. Для исследования же и проектирования САУ необходимо оперировать количественными характеристиками, определяющими качество ее работы. В связи с этим центральным понятием в ТАУ является математическая модель, или оператор системы.

Под математической моделью САУ понимают количественную формализацию абстрактных представлений об изучаемой системе.

Математическая модель — это формальное описание системы с помощью математических средств: дифференциальных, интегральных, разностных, алгебраических уравнений, а также неравенств, множеств и т. д.

Используя понятие системного оператора, можно на единой основе рассмотреть понятие математической модели САУ.

Пусть Y и X — множества входных и выходных сигналов САУ. Если каждому элементу $y \in Y$ ставится в соответствие определенный элемент $x \in X$, то говорят, что задан системный оператор A .

Посредством системного оператора A задается связь между входом и выходом САУ:

$$Ax = y; x = A^{-1}y = By.$$

Операторное уравнение (или уравнение с оператором A)

$$Ax = y$$

следует считать математической моделью САУ, поскольку оно устанавливает количественную связь между ее входным $y(t)$ и выходным $x(t)$ сигналами.

Принципиально важно установить, как построить оператор системы A . В подавляющем большинстве случаев операторные уравнения систем принадлежат к классу дифференциальных или эквивалентных им интегральных уравнений. Для получения дифференциального уравнения системы описывают отдельные ее элементы, т. е. составляют дифференциальные уравнения для каждого входящего в систему элемента. Например, для САУ, приведенной на рис. 1.4, составляют дифференциальные уравнения усилия, привода, реостата, электрической печи, термопары и элемента сравнения.

Совокупность уравнений всех элементов и дает уравнение системы в целом. Уравнение системы определяет ее математическую модель, которая для одной и той же системы в зависимости от цели исследования может быть разной.

При решении одной и той же задачи управления на разных этапах полезно строить разные математические модели. Начать исследование можно с простой модели, а затем постепенно усложнять ее с тем, чтобы учесть дополнительные физические явления и связи, которые на начальном этапе не принимались в расчет (как несуществующие). Задать оператор системы — значит задать правило определения ее выходного сигнала по входному сигналу.

1.6. Классификация систем автоматического управления

Системы автоматического управления классифицируют по различным признакам.

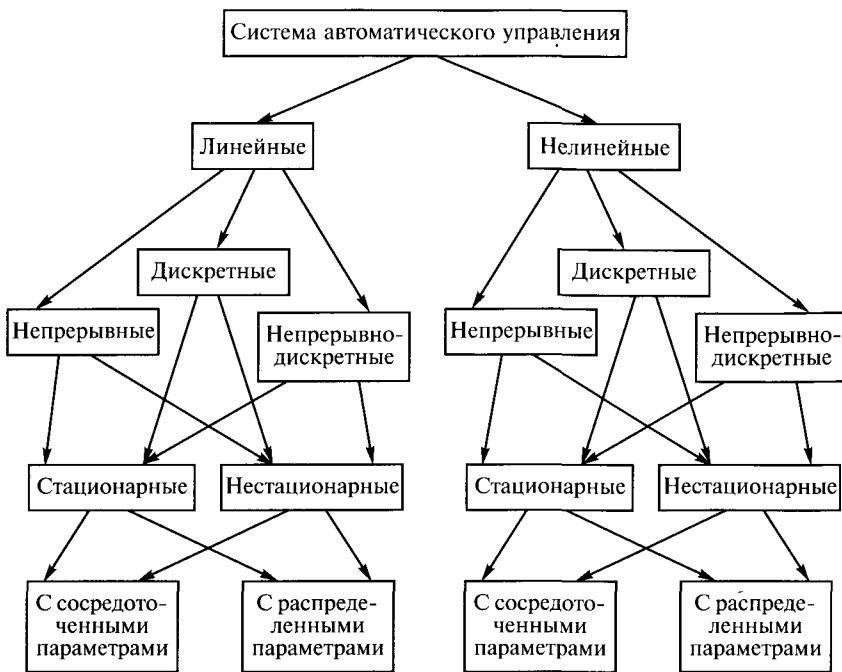


Рис. 1.8. Укрупненная классификация САУ по классам дифференциальных уравнений

По классам дифференциальных уравнений, которыми они описываются, различают САУ, приведенные на рис. 1.8.

Линейными называют системы, которые могут быть отражены линейными операторными уравнениями (например, линейными дифференциальными уравнениями или системами этих уравнений); в противном случае система входит в класс *нелинейных*.

Линейные и нелинейные *дискретные* системы характеризуются соответственно линейными и нелинейными разностными уравнениями или их системами.

Линейные и нелинейные *стационарные* системы выражают дифференциальные уравнения или системы уравнений с постоянными коэффициентами.

Линейные и нелинейные *nestационарные* системы описываются дифференциальными уравнениями или системами уравнений с переменными коэффициентами.

Сосредоточенные системы, или системы с сосредоточенными параметрами, определяются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Распределенные системы, или системы с распределенными параметрами, описываются дифференциальными уравнениями в частных производных.

По принципу действия различают САУ:
по отклонению — принцип И.И.Ползунова (первая система управления уровнем воды в баке паровой машины была создана им в 1765 г.);

по возмущению — принцип Ж.Понселе (первая система управления по нагрузке на валу паровой машины была предложена им в 1830 г.);

комбинированные — объединяют принципы И.И.Ползунова и Ж.Понселе.

Структурная схема САУ по *отклонению* (рис. 1.9, *а*) аналогична схеме типовой промышленной САУ.

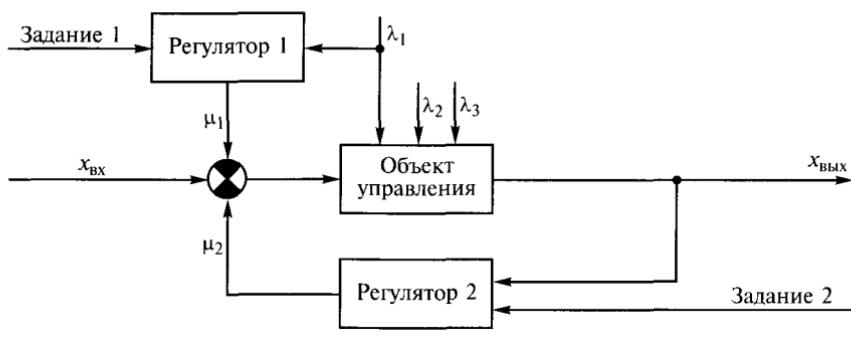
Решая конкретную задачу управления работой паровой машины, И.И.Ползунов и не предполагал, что его схемное решение будет использоваться через 200 лет в 80...90 % промышленных САУ.



а



б



в

Рис. 1.9. Структурные схемы САУ:

а — по отклонению; *б* — по возмущению; *в* — комбинированной

Достоинством САУ по отклонению является то, что она компенсирует влияние любого возмущающего воздействия, которое вызвало отклонение значения ее выходного сигнала ($\pm\Delta x_{\text{вых}}$), изменением через цепь отрицательной ОС значения входного сигнала ($\pm\Delta x_{\text{вх}}$) с помощью сигнала μ , поступающего с регулятора.

Недостаток САУ по отклонению состоит в том, что отклонение выходного сигнала (например, вследствие нарушения технологического режима) должно сначала появиться и только после этого регулятор должен не только компенсировать возмущающее воздействие, но и свести к нулю отклонение от заданного значения регулируемого параметра $x_{\text{вых}}$. При использовании высокочувствительного датчика это отклонение может быть минимальным, но в принципе оно будет иметь место.

Структурная схема системы автоматического управления по возмущению представлена на рис. 1.9, б.

Иногда возмущающее воздействие (например, изменение температуры наружного воздуха) можно измерить, т. е. если λ единственное возмущающее воздействие на объект (например, сигнал поверхностного теплообменника, установленного на открытой площадке), его измеряют и подают на регулятор для сравнения с заданным значением и выработки управляющего сигнала μ , влияющего на значение входного сигнала.

При таком принципе управления изменение возмущающего воздействия компенсируется регулятором до того, как оно нарушит технологический режим работы объекта, что является главным достоинством этого типа САУ. Однако существенный недостаток таких систем — неспособность компенсировать влияние на объект других возмущающих воздействий, которых в современных сложных установках бывает несколько и которые иногда невозможно измерить. Поэтому в промышленности САУ по возмущению используются редко.

В САУ по возмущению выходной сигнал объекта или системы жестко (через цепь элементов) не связан с входным сигналом. Следовательно, САУ по возмущению является разомкнутой, т. е. системой без ОС по выходному сигналу.

Комбинированные САУ (рис. 1.9, в) лишены многих недостатков предыдущих рассмотренных схем. Оператор-технолог обычно знает, откуда ждать наибольшее возмущающее воздействие, и, если его можно измерить, для компенсации устанавливается регулятор 1. Для компенсации влияния остальных возмущающих воздействий в цепь отрицательной ОС подключается регулятор 2. Таким образом, в комбинированных САУ используются и принцип И. И. Ползунова, и принцип Ж. Понселе.

По закону изменения во времени выходного сигнала задатчика различают САУ автоматической стабилизации, программные и следящие. Отличительным признаком

САУ *автоматической стабилизации* является постоянное во времени значение выходного сигнала их задатчика, т.е.

$$x_{\text{вых зад}} = \text{const.}$$

Современные технологии — это в большинстве случаев технологии непрерывных производств, в которых заданный технологический режим не меняется сутками и месяцами. Объекты таких технологий, обладающих высокими технико-экономическими показателями (ТЭП), обычно управляются САУ автоматической стабилизации.

Отличительным признаком *программных САУ* является изменение выходного сигнала задатчика по заранее известной функции времени, т.е. по программе

$$x_{\text{вых зад}} = f(\tau).$$

Программные САУ используются для управления периодическими процессами (металлообработкой, термообработкой изделий и др.). При этом способ задания программы может быть самый различный: от применения механического вращающегося кулачка до программы, записанной в микропроцессор.

В *следящих САУ* выходной сигнал задатчика заранее неизвестен, т.е. он может быть случайной величиной:

$$x_{\text{вых зад}} = \text{Var.}$$

Такая ситуация возникает, когда следящая система является вторичной и отслеживает параметр, значение которого заранее неизвестно, например при необходимости подачи воздуха в определенном соотношении с расходом газа в топку котла. В этом случае расход газа меняется случайным образом под влиянием возмущающих воздействий, но система управления расходом воздуха должна выдерживать определенное их соотношение, т.е. следить за изменением расхода газа, который является для нее заданием.

По закону изменения во времени выходного сигнала регулятора различают САУ дискретные (например, двух-, трехпозиционные) и непрерывные (анalogовые).

Выходной сигнал регулятора в *двуухпозиционных САУ* может принимать два значения: 0—1; включено—отключено; замкнут—разомкнут. Примером двухпозиционной системы является бытовой холодильник с термореле.

На рис. 1.10 приведен временной график работы такой САУ (*а* — выходной сигнал объекта $x_{\text{вых об}}$, *б* — выходной сигнал регулятора $x_{\text{вых рег}}$). При отключенном циркуляционном насосе хладагента температура t в камере холодильника постепенно повышается и, достигнув определенного значения (+6 °C), замыкает термореле, через контакт которого затем включается насос. При циркуляции хлад-

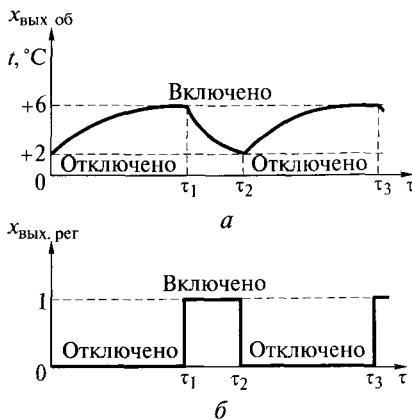


Рис. 1.10. Временной график работы двухпозиционной САУ

агента температура в холодильнике снижается до $+2^{\circ}\text{C}$, термореле размыкает контакт цепи насоса и цикл повторяется.

Двухпозиционные САУ надежны, дешевы, но точность регулирования параметра в них мала.

Реже применяются *трехпозиционные САУ*, в которых выходной сигнал регулятора может принимать три значения: -1 ; 0 ; $+1$, или больше — норма — меньше. Качество работы трехпозиционных САУ выше, но надежность ниже.

В аналоговых САУ выходной сигнал регулятора непрерывно изменяется во времени, иногда по сложному закону в определенном диапазоне. В Государственной системе приборов (ГСП) эти диапазоны стандартизированы.

Диапазон выходных сигналов пневматических регуляторов составляет $0,02 \dots 0,1 \text{ МПа}$.

Электрические регуляторы имеют несколько стандартных диапазонов: $0 \dots 5$, $0 \dots 20$, $4 \dots 20 \text{ mA}$; $0 \dots 10 \text{ В}$ и др.

В дальнейшем рассматриваются методика исследования и математический аппарат, используемый при разработке САУ непрерывного действия, действующие по принципу И. И. Ползунова, так как таких систем в промышленности большинство.

Контрольные вопросы

- Что такое объект управления и каковы различия его технологических и регулируемых параметров?
- Чем отличается система автоматического управления от системы ручного регулирования?
- Что такое возмущающие воздействия, входные и выходные сигналы САУ?
- Поясните общую функциональную схему технологического процесса.

5. Поясните функциональную схему закаливания металла в электропечи.
6. Поясните схему и назначение основных элементов САУ процессом закаливания металла.
7. Поясните схему и назначение элементов системы автоматического регулирования уровня жидкости.
8. Поясните схему и назначение основных устройств замкнутой САУ уровнем жидкости.
9. В чем состоит различие разомкнутой и замкнутой САУ числом оборотов электродвигателя? Поясните назначение элементов этих САУ.
10. Поясните типовую функциональную схему САУ и назначение всех ее элементов.
11. На какие виды подразделяют САУ по классам дифференциальных уравнений?
12. Как классифицируются САУ по принципу действия? Приведите примеры таких САУ.

Глава 2

КЛАССИФИКАЦИЯ И ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ АВТОМАТИКИ

2.1. Основные понятия

Любое *автоматическое устройство* представляет собой комплекс отдельных конструктивных или схемных элементов, каждый из которых выполняет задачу по преобразованию энергии, полученной от предыдущего элемента, и передаче ее последующему элементу. *Элементами автоматики* называются конструктивно завершенные устройства, выполняющие определенные самостоятельные функции преобразования сигнала (информации) в системах автоматического управления и контроля.

На рис. 2.1, *a* схематически изображен элемент автоматики (\mathcal{E}) без усиления энергии, на вход которого подается энергия, обозначенная x . После преобразования этой энергии по значению на выходе такого элемента автоматики получают энергию y .

Иногда возникает необходимость в том, чтобы энергия y на выходе элемента автоматики была больше, чем энергия x на его входе; в этом случае в элемент вводится дополнительная энергия z (рис. 2.1, *б*). При подаче дополнительной энергии возможно усиление небольшой входной энергии x , т. е. получение большой выходной энергии y .

Величины x и y могут быть электрическими (например, напряжение, ток, сопротивление) и неэлектрическими (например, давление, перемещение, температура, скорость). Чаще в автоматике применяются электрические элементы, в которых величины x и y также являются электрическими, но находят применение и неэлектрические элементы автоматики: гидравлические, пневматические, механические и др.

Характеристики элементов оказывают влияние на свойства систем автоматики. Изучение свойств этих элементов помогает

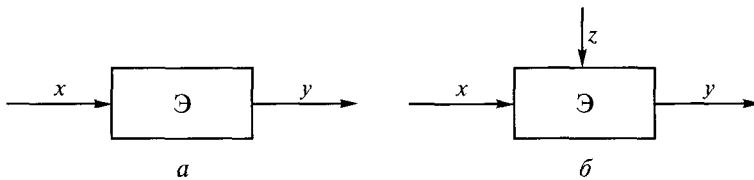


Рис. 2.1. Схемы элементов автоматики:

а — без дополнительной энергии; *б* — с подачей дополнительной энергии

анализировать работу устройств и схем, например точность, чувствительность, инерционность и др.

Комплексы различных устройств и элементов, входящих в состав любых систем управления и соединенных электрическими, механическими и другими связями, на чертежах изображают в виде электрических, гидравлических, пневматических и кинематических схем. Схема обеспечивает концентрированное и достаточно полное представление о составе элементов и связях в любом устройстве (системе).

Согласно единой системе конструкторской документации (ЕСКД) электрические схемы подразделяются на структурные, функциональные, принципиальные (полные), монтажные, схемы подключения, общие, объединенные и др.

Структурная схема служит для определения функциональных частей устройства, их назначения и взаимосвязей.

Функциональная схема предназначена для разъяснения процессов, протекающих в отдельных функциональных цепях или устройстве в целом.

Принципиальная схема, показывающая полный состав элементов устройства в целом и все связи между ними, дает основное представление о принципе работы данного устройства.

Монтажная схема иллюстрирует соединение основных частей устройства с помощью проводов, кабелей, трубопроводов.

Схема подключения показывает внешние подключения устройства.

Общая схема служит для определения составных частей системы и их соединения на месте эксплуатации.

Объединенная схема включает в себя несколько схем разного типа и позволяет более ясно раскрыть содержание и связи элементов системы.

Согласно ЕСКД функциональные части и элементы системы или устройства на структурных и функциональных схемах изображают в виде прямоугольников или специальных графических обозначений, соединенных линиями взаимосвязи. На этих линиях стрелками обозначают направления прохождения информационных потоков, а внутри прямоугольников указывают наименования соответствующих функциональных частей и элементов. На функциональных схемах допускается раскрывать функциональные части частично или для большей информативности полностью до отдельных элементов, изображенных в виде условных графических обозначений.

На принципиальных схемах указывают все электрические элементы в виде условных графических обозначений, рядом с которыми (сверху или справа) проставляют условные буквенно-цифровые обозначения. Принципиальные схемы являются более полными. Они отображают все элементы системы в целом или ее функциональных частей и их связи.

Все условные графические обозначения элементов, входящих в одну цепь, вычерчиваются на схемах последовательно одно за другим на одном уровне, а отдельные цепи — одна под другой или параллельно друг другу.

Коммутирующие и другие устройства изображают на схемах в отключенном состоянии, т.е. при отсутствии тока во всех цепях и внешних принудительных силах, действующих на подвижные контакты.

Схемы соединений и подключений используют при эксплуатации, монтаже и ремонте систем управления. По ним определяются провода, контактные проводники, жгуты, шины и кабели, которыми выполняются сами соединения и подключения, а также места их пайки, соединений и подключений с указанием соответствующих адресов.

Схема расположения составных частей системы управления выполняется в контуре очертания технологической установки. На схеме изображают все составные части системы управления, включая шкафы, панели, приборы и пульты управления, а также показывают расположение токопроводов, жгутов и кабелей, которыми их соединяют. Нередко такие схемы называют функционально-технологическими.

Каждый функциональный элемент в системе выполняет элементарную функцию, которая заключается в получении, преобразовании и передаче информации в виде сигналов определенной физической природы. В системах автоматики и телемеханики функциональные элементы являются звенями одностороннего действия, т.е. передающими сигнал в одном направлении — с входа на выход.

Рассмотрим назначение основных функциональных элементов автоматики на примере одномерной схемы комбинированного управления температурой воздуха в помещении (рис. 2.2). На этой схеме объект управления (ОУ) — помещение, оборудованное калорифером. Для управления объектом предусмотрен исполнитель-

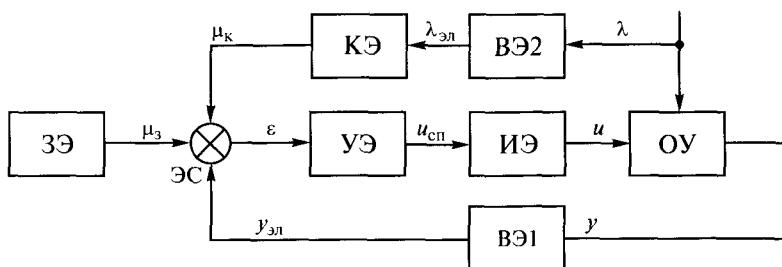


Рис. 2.2. Схема управления температурой воздуха в помещении

ный элемент (ИЭ), содержащий исполнительный механизм (сервопривод) и регулирующий орган (клапан). От положения золотника и клапана, перемещаемого сервоприводом, зависит расход теплоносителя через калорифер, а следовательно, температура у воздуха в помещении. Сигнал управления сервоприводом $u_{\text{сп}}$ формируется управляющим элементом (УЭ) согласно заложенному в нем алгоритму по выходному сигналу элемента сравнения (ЭС):

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2,$$

причем

$$\epsilon_1 = \mu_3 - y_{\text{зл}};$$

$$\epsilon_2 = -\mu_k = -\theta_d(d\lambda_{\text{зл}}/dt),$$

где μ_3 — формируемый задающим элементом (ЗЭ) электрический сигнал, соответствующий требуемому значению температуры воздуха в помещении; $y_{\text{зл}}$ — формируемый первым воспринимающим элементом (ВЭ1) электрический сигнал, соответствующий реальной температуре у воздуха в помещении; μ_k — выходной сигнал корректирующего элемента (КЭ); θ_d — положительная величина, представляющая собой постоянную времени дифференциатора, т. е. корректирующего элемента; $\lambda_{\text{зл}}$ — формируемый вторым воспринимающим элементом (ВЭ2) электрический сигнал, соответствующий температуре λ наружного воздуха.

В рассматриваемой системе КЭ является реальным дифференцирующим звеном, приближенно выполняющим операцию дифференцирования электрического сигнала $\lambda_{\text{зл}}$ по времени t , т. е. выходной сигнал μ_k корректирующего элемента исчезает с исчезновением изменения температуры наружного воздуха λ . В противном случае сигнал КЭ может содержать постоянную составляющую, определяемую установившимся значением температуры λ и воспринимаемую ЭС как сигнал ЗЭ. Другими словами, недопустимо наличие постоянной составляющей в выходном сигнале КЭ, так как эта составляющая формирует алгебраическое слагаемое сигнала задания системы управления. Однако сигнал задания μ_3 системе управления должен формироваться оператором только с помощью ЗЭ.

Наличие постоянной составляющей в выходном сигнале КЭ может быть допустимым, если этот сигнал поступает непосредственно на вход ИЭ. В этом случае КЭ должен содержать необходимый усилитель, приводящий ИЭ в действие, т. е. должен являться управляющим элементом.

Аналогично строятся схемы для других систем управления.

Из рассмотренного примера видно, что каждый элемент в системе управления выполняет вполне определенную функцию.

По выполняемым функциям основные элементы автоматики подразделяются на датчики, усилители, стабилизаторы, реле, рас-

пределители, двигатели, генераторы импульсов, логические элементы, выпрямители и т.д.

По роду физических процессов, используемых в основе устройств, элементы автоматики подразделяются на электрические, ферромагнитные, электротепловые, электромашинные, радиоактивные, электронные, ионные и др.

Рассмотрим некоторые основные элементы, наиболее часто применяемые в автоматике, классифицируя их по выполняемым функциям.

Датчик (измерительный элемент, электрический преобразователь, чувствительный элемент) — устройство, предназначенное для преобразования информации, поступающей на его вход в виде некоторой физической величины, на выходе в другую физическую величину, более удобную для воздействия на последующие элементы.

Большинство датчиков преобразуют неэлектрическую контролируемую величину x в электрическую (например, температуру — в электродвижущую силу (ЭДС) с помощью термопары; механическое перемещение, связанное с изменением положения якоря электромагнита, — в индуктивность его обмотки и т.д.). Основной характеристикой датчика является зависимость выходной величины y от входной x , т. е. $y = f(x)$.

На рис. 2.3, а изображены некоторые распространенные виды основной характеристики датчиков. Функциональная связь может подчиняться любой закономерности, но желательно, чтобы характеристика датчика была линейной.

В зависимости от принципа производимого преобразования различают два вида датчиков:

1) *параметрические* (или *пассивные*), в которых изменение контролируемой величины x сопровождается соответствующим изменением сопротивления (активного, индуктивного и емкостного), а наличие постороннего источника дополнительной энергии z (см. рис. 2.1, б) является обязательным условием;

2) *генераторные* (или *активные*), в которых изменение контролируемой величины x сопровождается соответствующим изменением ЭДС на выходе (возникающем, например, вследствие термо-, пьезо-, фотоэффекта и других явлений, вызывающих появление электрических зарядов). Эти датчики выполняются по схеме, приведенной на рис. 2.1, а, т.е. они не требуют наличия источника дополнительной энергии z , так как выходная энергия элемента полностью берется с входа x (следовательно, мощность их выходного сигнала всегда меньше мощности входного сигнала).

В зависимости от вида контролируемой неэлектрической величины различают датчики механические, тепловые, оптические и др.

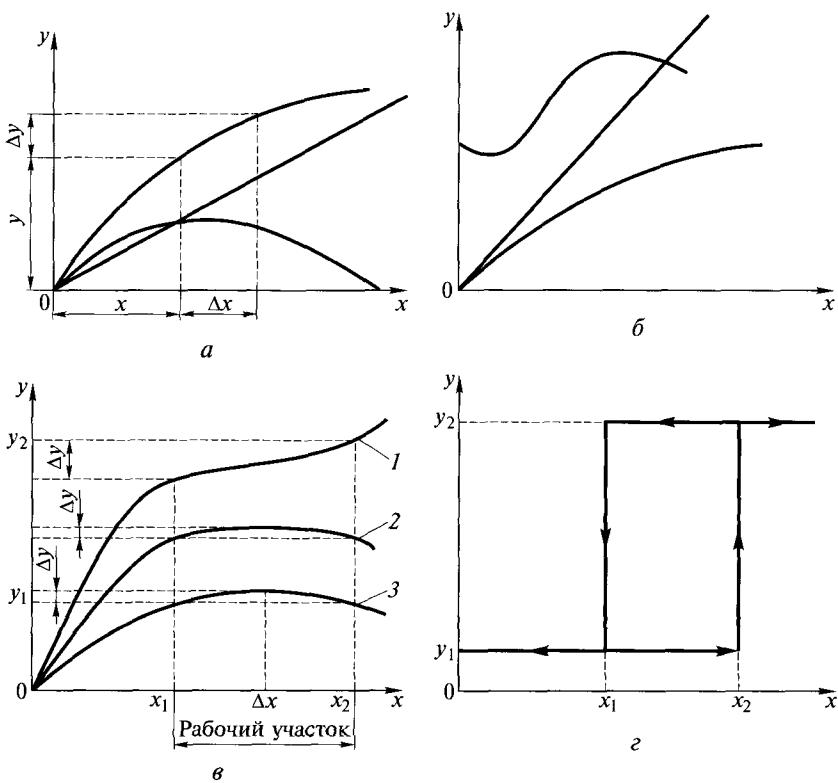


Рис. 2.3. Виды основных характеристик:

a — датчиков; *б* — усилителей; *в* — стабилизаторов; *г* — реле

Часто применяются электрические датчики с промежуточным преобразователем, т. е. механический датчик объединяют с электрическим. Преобразование контролируемой величины в таких датчиках происходит по схеме: измеряемая величина — механическое перемещение — электрическая величина. Элемент, преобразующий измеряемую величину в перемещение, называется *первичным преобразователем* или *первичным измерителем* (ПИ). Например, давление с помощью ПИ преобразуется в перемещение стрелки манометра, которое затем преобразуется в изменение активного сопротивления (в частности, проволочный, резисторный датчики и др.).

Усилитель — элемент автоматики, осуществляющий количественное преобразование (чаще всего усиление) поступающей на вход физической величины (тока, мощности, напряжения, давления и т. п.). Усилитель обязательно должен иметь дополнительный источник энергии *z* (см. рис. 2.1, б). Усилитель характеризуется зависимостью $y = f(x)$; при этом обычно стремятся к получе-

нию линейной или близкой к линейной характеристике на рабочем участке. Величины на входе и выходе усилителя имеют одинаковую физическую природу. На рис. 2.3, б изображены различные характеристики усилителей.

По принципу действия усилители разделяют на электронные, магнитные, электромашинные, диэлектрические, тиатронные, пневматические и гидравлические.

Стабилизатор — элемент автоматики, обеспечивающий постоянство выходной величины u при колебаниях входной величины x в определенных пределах. Эффект стабилизации достигается за счет изменения параметров элементов, входящих в схему стабилизатора; при этом вид энергии на его входе и выходе должен быть один и тот же. Характеристики стабилизаторов показаны на рис. 2.3, в. Здесь характеристика 1 обеспечивает стабилизацию выходной величины u хуже, чем характеристика 2. В случае если характеристика не имеет в заданном диапазоне горизонтального участка, а имеет максимум (кривая 3) или минимум, стабильность выходной величины будет выше, чем в случае, характеризуемом кривой 1.

В зависимости от вида стабилизируемой величины различают стабилизаторы напряжения и тока, обеспечивающие постоянство напряжения или тока в нагрузке при колебаниях входного напряжения и сопротивления нагрузки.

Реле — элемент автоматики, в котором при достижении входной величиной x определенного значения выходная величина u изменяется скачком. Зависимость $u = f(x)$ реле неоднозначна и имеет форму петли (рис. 2.3, г). При изменении входной мощности от 0 до x_2 выходная величина u изменяется незначительно (или остается постоянной и равной u_1). При достижении входной величиной x значения x_2 , т.е. при $x = x_2$, выходная величина изменяется скачком от значения u_1 до u_2 . Впоследствии при увеличении x выходная величина изменяется незначительно или остается постоянной (имеет установившееся значение). Пока входная величина уменьшается до значения x_1 , выходная величина остается также неизменной и почти равной u_2 . В момент, когда величина x становится равной x_1 , выходная величина скачком уменьшается до значения u_1 и затем сохраняется приблизительно неизменной при уменьшении x до нуля.

Скачкообразное изменение выходной величины u в момент, когда $x = x_2$, называется *величиной срабатывания* (например, это ток срабатывания или напряжение срабатывания для электрических реле). Скачкообразное изменение выходной величины u в момент, когда $x = x_1$, называется *величиной отпускания* (например, это ток отпускания, напряжение отпускания). Отношение величины x_1 к величине срабатывания x_2 называется *коэффициентом возврата*: $K_B = x_1/x_2$. Так как обычно $x_1 < x_2$, то $K_B < 1$.

Существуют различные типы реле, но основными являются электромеханические (электромагнитные, магнитоэлектрические, электродинамические и др.), в которых изменение выходной электрической величины вызывает замыкание или размыкание контактов.

Бывают бесконтактные магнитные реле и бесконтактные реле электронного типа.

Распределитель (*шаговый искатель*) — элемент автоматики, осуществляющий поочередное подключение одной величины к ряду других цепей. При этом подключаемые цепи обычно электрические.

Распределители используются при необходимости управления несколькими объектами от одного и того же управляющего органа и по способу передачи импульсов в управляемые цепи подразделяются на электромеханические (контактные), электронные и ионные (бесконтактные).

Исполнительные устройства — это электромагниты с втяжным и поворотным якорями, электромагнитные муфты, а также электродвигатели, которые относятся к электромеханическим исполнительным элементам автоматических устройств.

Электромагниты преобразуют электрический сигнал в механическое движение; их применяют для перемещения рабочих органов, например клапанов, вентилей, золотников и т. п.

Электромагнитные муфты используют в электроприводах и устройствах управления для быстрого включения и выключения приводимого механизма, а также для его реверса.

В некоторых случаях электромагнитные муфты применяют для регулирования скорости и ограничения передаваемого момента.

Электродвигатель — устройство, обеспечивающее преобразование электрической энергии в механическую и преодолевающее при этом значительное механическое сопротивление со стороны перемещаемых устройств.

Одним из главных требований, предъявляемых к электродвигателям, является их способность развивать требуемую механическую мощность. Кроме того, электродвигатель должен обеспечивать реверс, а также движение объекта с заданными скоростями и ускорениями.

Наиболее широко в качестве электромеханических исполнительных элементов применяют электродвигатели постоянного и переменного тока.

2.2. Классификация элементов автоматики

Любая самая сложная автоматическая система управления состоит из определенного комплекса элементов. Многообразие автоматических систем порождает многообразие элементов, что, в

свою очередь, приводит к необходимости их классификации. Нередко признаки классификации выбираются произвольно, и в этом случае она не достигает своей цели и даже дезориентирует при выборе требуемого элемента, т. е. большое значение имеют выявление и обоснование признаков, которые должны быть положены в основу классификации. При этом наиболее важны последовательность расположения, выделение главных и вспомогательных признаков, т. е. разработка соответствующей иерархической структуры.

Этим вопросам пока еще не уделяется достаточного внимания, вероятно, из-за некоторой неопределенности представления о многих элементах, но именно эти разработки могут помочь провести научную классификацию элементов и способствовать тем самым укреплению основ теории элементов автоматики.

В основу классификационной схемы могут быть положены *функциональные признаки*. В этом случае различают следующие классы элементов (рис. 2.4): сравнение, усиление, распределение, вычисление, память, логика.

Известная доля неопределенности заключена в классе вспомогательных элементов, из которых в будущем должны быть сформированы классы элементов с более конкретными функциональными признаками.

Предлагаемый набор классов элементов позволяет собрать любую автоматическую систему измерения, контроля, регулирования и управления. При этом каждый класс элементов в зависимости от выбранных основных и вспомогательных признаков, в свою очередь, может подразделяться на подклассы, группы, подгруппы, виды, подвиды и т. д.

Элементы автоматики могут быть построены на различной физической и конструктивной основе, поэтому основными их признаками являются *функциональная зависимость* и *принцип формирования элемента*. Для дальнейшего подразделения могут быть приняты такие признаки, как состояние вещества, из которого состоит элемент (твердое, жидкое, газообразное), и характер измеряемой величины (или состояния), т. е. механическая, акустическая, тепловая, электрическая, магнитная, химическая и др. Каждому характеру измеряемой величины соответствует множество конкретных измеряемых величин и состояний (табл. 2.1).

Любые величины и состояния могут быть реализованы двумя путями. Первый путь связан с физическими принципами формирования элемента, второй — с конструктивными. Кроме того, важно знать в качестве признака характер выходного параметра элемента: механический, акустический, тепловой, оптический, электрический, магнитный, радиоактивный. На рис. 2.4 приведены основные классификационные признаки элементов автоматики.

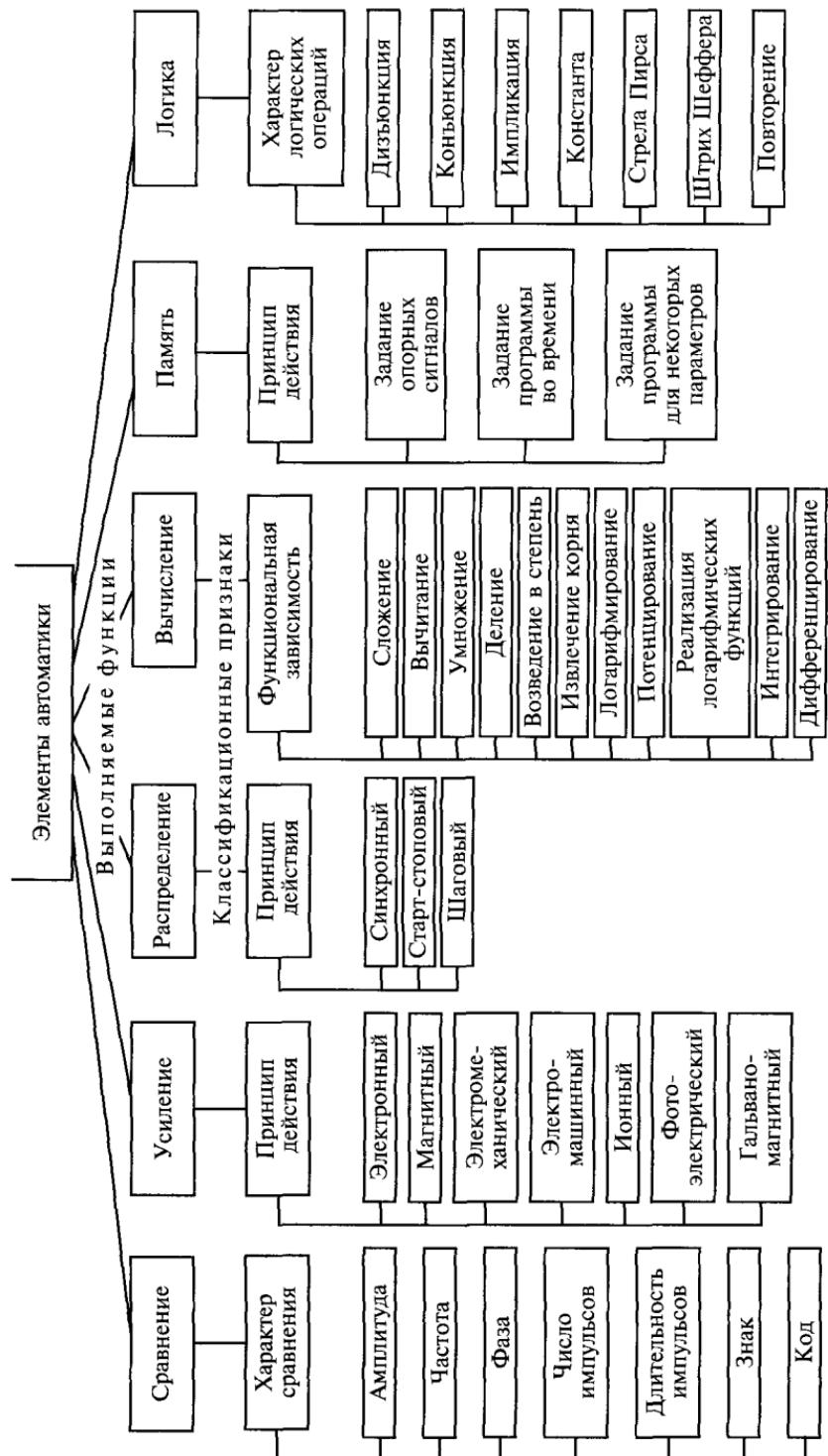


Рис. 2.4. Классификационные признаки элементов автоматики

Таблица 2.1

Виды измеряемых элементами автоматики величин и состояний

Характер измеряемой величины	Измеряемая величина	Измеряемое состояние
Механическая	Перемещение (длина, ширина, высота, толщина, уровень), положение, скорость, ускорение, время, объем, количество, расход, давление, работа, мощность, момент и т. д.	Плотность, удельный вес, пористость, проницаемость, капиллярность, поверхностное натяжение, диффузионный потенциал, консистентность, вязкость, пластиичность, текучесть, упругость, твердость, точность и т. д.
Акустическая	Давление и скорость звука, частота, фаза и длина волны, сопротивление, энергия, работа звука	Удельное сопротивление, поглощение звука, отражение, скорость звука в веществе
Тепловая	Температура, тепловой поток, тепловая проводимость, количество теплоты, параметр сгорания, зажигания и т. д.	Теплопроводность, теплоторвная способность, удельная теплоемкость, тепловое расширение, плавление, кипение, усадка и т. д.
Оптическая	Яркость, освещенность, световой поток, частота волны света, энергия и т. д.	Поглощение света, отражение, поляризация, люминесценция, интерференция и т. д.
Электрическая	Ток, напряжение, напряженность поля, мощность, спектр тока и т. д.	Электропроводность, диэлектрическая проницаемость, электрическая прочность, электрострикция и т. д.
Магнитная	Намагничающая сила, напряженность магнитного поля, магнитный поток, магнитное сопротивление, магнитная индуктивность, взаимоиндуктивность и т. д.	Магнитные восприимчивость и проницаемость, магнитная индукция, магнитострикция и т. д.
Радиоактивная	Поток радиации, интенсивность радиации, энергия радиации и т. д.	Поглощение, трансформация излучения и т. д.

Любой элемент может иметь характер преобразования — электрический, пневматический, гидравлический или механический. Таким образом, у элементов сравнения основными классификационными признаками являются характер действия (электрический, пневматический, гидравлический) и характер сравнения (амплитуда сигнала, частота, фаза, продолжительность знак, число импульсов, код). В свою очередь, каждая величина (амплитуда, частота и т. д.) имеет свою разветвленную классификационную схему.

Основными признаками элементов распределения могут быть также характер действия (электрический, пневматический, гидравлический) и принцип действия, лежащий в основе их классификации. Такой признак, как характер действия, относится почти ко всем элементам и в дальнейшем, если не будет особо оговорено, его следует рассматривать как признак каждого элемента.

В схеме на рис. 2.4 перечисляются только основные классификационные признаки ряда элементов, т. е. она не является полной и может уточняться и развиваться. Например, элементы усиления подразделяют прежде всего по выполняемым функциям: усилили тока, напряжения, мощности как постоянного, так и переменного тока. В то же время в зависимости от принципа действия различают следующие электрические усилители: электронные, магнитные, ионные, электромашинные, электромеханические, фотоэлектрические, гальваномагнитные и на основе использования различных нелинейностей.

В свою очередь, усилители любого принципа действия имеют также разветвленную схему классификации.

Для элементов вычисления главным признаком является функциональная зависимость, т. е. то математическое действие, для которого они предназначены, — сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня, логарифмирование, потенцирование, реализация тригонометрических функций, дифференцирование по времени и параметру, интегрирование по времени и параметру.

Элементы памяти классифицируются как по выполняемым функциям, так и по принципу их действия. Это прежде всего элементы для задания опорных сигналов, программы, различных временных функций и других параметров.

Элементами исполнения могут быть простейшие и сложные устройства, классифицировать которые можно по принципу действия, имея в виду также разделение их в зависимости от характера действия.

К классу вспомогательных можно отнести элементы, не получившие еще окончательного конструктивного оформления.

Вопросы классификации при формировании научного направления и массовой автоматизации имеют большое значение, поэтому важна дальнейшая разработка признаков разделения элементов

и группирования их с одновременным решением вопросов определения особенностей расчета и исследования каждой группы.

Еще большее значение имеет унификация разрабатываемых классификационных схем, поскольку это позволяет достичь определенного их совершенства.

2.3. Общие характеристики элементов автоматики

Каждый из элементов характеризуется какими-либо свойствами, которые определяются характеристиками. Некоторые из этих характеристик являются общими для большинства элементов.

Главной общей характеристикой элементов является *коэффициент преобразования* (или *коэффициент передачи*), представляющий собой отношение выходной величины элемента y к входной величине x или отношение приращения выходной величины Δy (или dy) к приращению входной величины Δx (или dx). В первом случае $K = y/x$ называется *статическим* коэффициентом преобразования, а во втором случае $K' = \Delta y/\Delta x \approx dy/dx$ при $\Delta x \rightarrow 0$ — *динамическим*.

Связь между значениями x и y определяется функциональной зависимостью (см. рис. 2.3). Значения коэффициентов K и K' зависят от формы характеристики элемента или вида функции $y = f(x)$, а также от того, при каких значениях величин их подсчитывают. В большинстве случаев выходная величина изменяется пропорционально входной и коэффициенты преобразования равны между собой, т. е. $K = K' = \text{const}$.

Статический и динамический коэффициенты преобразования характеризуются величинами, имеющими размерность. Например, если размерность входной величины $^{\circ}\text{C}$, а выходной a , то размерность коэффициента преобразования будет $a/^{\circ}\text{C}$. Коэффициенты K и K' могут быть также выражены в относительных (безразмерных) величинах.

Безразмерным является *относительный коэффициент преобразования*, представляющий собой отношение относительного приращения выходной величины $\Delta y/y$ к относительному приращению входной величины $\Delta x/x$:

$$\eta_{\Delta} = \frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = \frac{\Delta y/\Delta x}{y/x}.$$

При $\Delta x \rightarrow 0$

$$\eta_{\Delta} = \frac{dy/y}{dx/x} = \frac{dy/dx}{y/x} = K' \frac{1}{K}.$$

Например, если изменение входной величины на 2 % вызывает изменение выходной величины на 3 %, то относительный коэффициент преобразования $\eta_{\Delta} = 3/2 = 1,5$. Из последней формулы видно, что относительный коэффициент преобразования равен отношению динамического коэффициента преобразования к статическому. Следовательно, относительный коэффициент преобразования η_{Δ} размерности не имеет. Для преобразователя с пропорциональной характеристикой $\eta_{\Delta} = \eta = 1$.

Применительно к различным элементам автоматики коэффициенты преобразования K' , K , η_{Δ} и η имеют определенный физический смысл и свое название. Например, для датчика коэффициент преобразования называется *чувствительностью* (статической, динамической, относительной), которая должна быть как можно больше. Для усилителей коэффициент преобразования принято называть *коэффициентом усиления* и желательно также, чтобы он был как можно больше. Для большинства усилителей (в том числе и электрических) величины x и y являются однородными, поэтому коэффициент усиления представляет собой безразмерную величину.

При работе элемента выходная величина y может отклоняться от требуемого значения за счет изменения внутренних его свойств (износа, старения материалов и т. п.) или внешних факторов (колебаний напряжения питания, окружающей температуры и др.), при этом происходит изменение характеристики элемента (кривая y' на рис. 2.5, а). Возникающее отклонение называется погрешностью, которая может быть абсолютной или относительной.

Абсолютной погрешностью (ошибкой) называется разность между полученным значением выходной величины y' и ее расчетным (желаемым) значением:

$$\Delta y = y' - y.$$

Относительной погрешностью называется отношение абсолютной погрешности Δy к номинальному (расчетному) значению выходной величины y . В процентах относительная погрешность определяется как

$$\gamma = \frac{\Delta y}{y} 100.$$

В зависимости от причин, вызывающих отклонение, различают температурную, частотную, токовую и другие погрешности.

Иногда пользуются *приведенной погрешностью*, под которой понимается отношение абсолютной погрешности к наибольшему значению выходной величины. В процентах приведенная погрешность

$$\gamma_{\text{прив}} = \frac{\Delta y}{y_{\max}} 100.$$

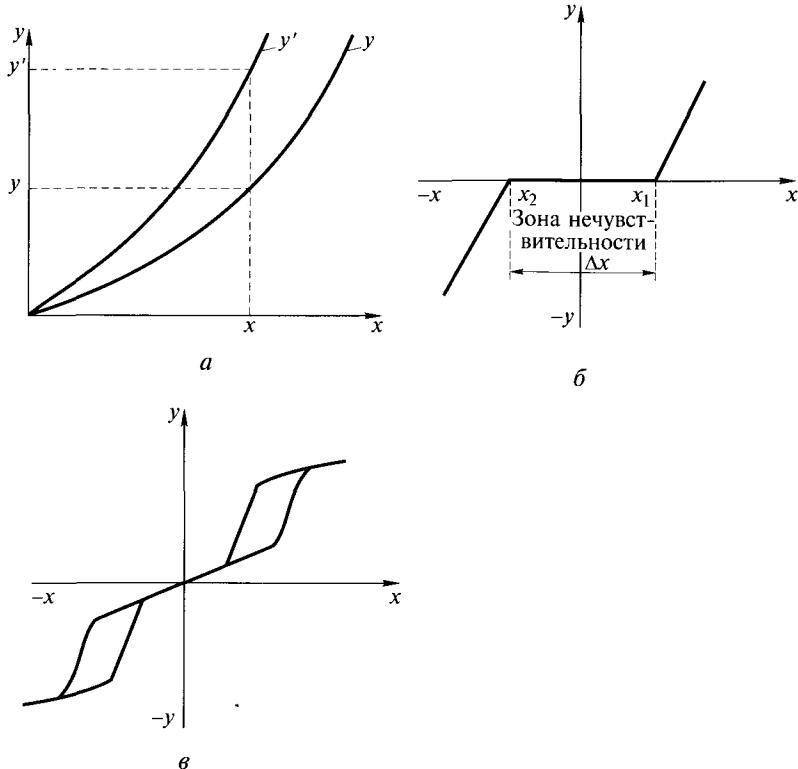


Рис. 2.5. Погрешности элементов:

- a* — нарастающей; *б* — характеристика элемента с зоной нечувствительности; *в* — характеристика элемента при наличии у него релейных свойств

Если абсолютная погрешность постоянна, то приведенная погрешность также постоянна.

Погрешность, вызванная изменением характеристик элемента со временем, называется *нестабильностью элемента*.

Порогом чувствительности называется минимальная величина на входе элемента, которая вызывает изменение выходной величины (т.е. уверенно обнаруживается с помощью данного датчика). Появление порога чувствительности обусловлено как внешними, так и внутренними факторами (трением, люфтами, гистерезисом, внутренними шумами, помехами и др.).

На рис. 2.5, *б* показана характеристика элемента при наличии «мертвого» хода. Из характеристики видно, что когда входная величина x изменяется в пределах от x_1 до x_2 , то выходная величина y не изменяется и равна нулю. Значения x_1 и x_2 называются *порогами чувствительности*, а расстояние между x_1 и x_2 , равное Δx , — *зоной нечувствительности*. При наличии релейных свойств у эле-

мента характеристика может приобретать реверсивный характер (рис. 2.5, в). В этом случае она также обладает порогом чувствительности и зоной нечувствительности.

2.4. Динамический режим работы элементов

Динамическим режимом называется процесс перехода элементов и систем из одного установившегося состояния в другое, т.е. такое условие их работы, когда входная величина x , а следовательно, и выходная величина y изменяются во времени. Элементы автоматики и телемеханики могут обладать инерционностью. В этом случае наблюдается запаздывание изменения y по отношению к изменению x . При отсутствии инерционности процесс изменения x и y может характеризоваться графиком, приведенным на рис. 2.6, а, где t_n — момент подачи входного сигнала. При наличии инерционности и скачкообразном изменении входной величины от 0 до x_0 выходная величина y достигает установившегося значения $y_{\text{уст}}$ (рис. 2.6, б, в) не сразу, а по истечении промежутка времени, в течение которого происходит переходный процесс. При этом переходный процесс может быть апериодическим (неколебательным) затухающим (см. рис. 2.6, б) или колебательным затухающим (см. рис. 2.6, в).

Время установления $t_{\text{уст}}$, в течение которого выходная величина y достигает установившегося значения, зависит от инерционности элемента. В простейшем случае установление величины y происходит по показательному закону:

$$y = y_0[1 - \exp(-1/T_0)],$$

где T_0 — постоянная времени элемента, зависящая от параметров, связанных с его инерционностью.

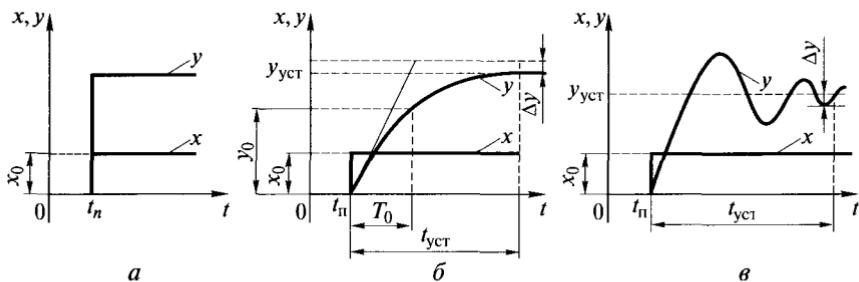


Рис. 2.6. Переходные процессы в элементе при скачкообразном изменении входной величины:

а — при отсутствии инерционности; б, в — при наличии инерционности

Установление выходной величины у тем продолжительнее, чем больше T . Время установления $t_{уст}$ выбирается в зависимости от необходимой точности измерения датчика и составляет обычно $(3 \dots 5)T$, что дает ошибку измерения в динамическом режиме его работы не более $5 \dots 1\%$. Степень приближения Δu (см. рис. 2.11, б, в) обычно оговаривается и в большинстве случаев составляет от $1 \dots 2$ до $5 \dots 10\%$ установленного значения.

Разность между значениями выходной величины в динамическом и статическом режимах называется ее *динамической погрешностью*. Желательно, чтобы она была как можно меньше.

В электромеханических и электромашинных элементах инерционность в основном определяется механической инерцией движущихся и вращающихся частей. В электрических элементах инерционность определяется электромагнитной индукцией или другими подобными факторами. Инерционность может быть причиной нарушения устойчивой работы элемента или системы в целом.

Контрольные вопросы

1. Что называется элементом САУ?
2. Из каких типовых элементов состоит САУ?
3. Чем отличаются генераторные датчики от параметрических?
4. Какие функции выполняют различные элементы САУ?
5. Какие классификационные признаки являются наиболее важными для различных типов элементов?
6. Что такое статический и динамический коэффициенты преобразования?
7. Что называется абсолютной и относительной погрешностью элемента?
8. Что такое порог чувствительности и зона нечувствительности элемента?
9. Какие виды переходных процессов характеризуют динамический режим работы элементов?
10. Что такое время установления и постоянная времени элемента?

Глава 3

КЛАССИФИКАЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

3.1. Общие сведения о преобразователях

Ни одна система управления не может работать без информации о состоянии объекта управления и его реакции на управляющие воздействия. Элементами систем, обеспечивающими получение такой информации, являются измерительные преобразователи. Специалисты по автоматике также используют термины «первичный преобразователь» и «датчик». Далее термин «первичный преобразователь» будем употреблять при описании принципа действия того или иного измерительного устройства, а термин «датчик» — при описании его конструктивного исполнения.

Автоматизация производственных процессов, научных экспериментов и исследований требует все большего объема измерений различных физических величин. Об их числе можно судить по системе СИ, которая включает в себя более 120 физических единиц измерения.

В настоящее время в промышленности существует примерно следующее распределение средств измерений: температуры — 50 %, расхода (объемного и массового) — 15 %, давления — 10 %, уровня — 5 %, количества (массы, объема) — 5 %, времени — 4 %, электрических и магнитных величин — 5 %. Объем выполняемых измерений может быть очень большим.

Число типов измерительных преобразователей (ИП) значительно превосходит число измеряемых величин, так как одну и ту же физическую величину можно измерять различными методами и датчиками разных конструкций.

Для большинства ИП характерно измерение электрическими методами не только электрических и магнитных, но и других физических величин. При этом используется предварительное преобразование неэлектрических величин в электрические. Это обусловлено следующими достоинствами электрических измерений: электрические сигналы можно просто и быстро передавать на большие расстояния, а также легко, быстро и точно преобразовывать в цифровой код, обеспечивая тем самым высокую точность и чувствительность ИП.

Необходимо отметить, что не всегда ИП выполняет непосредственно функции измерения. В ряде случаев его можно использо-

вать в качестве преобразователя одной физической величины в другую (чаще всего из неэлектрической в электрическую). Например, при измерении уровня жидкости в емкости поплавок может быть рычажно связан с реостатным преобразователем, включенным в электрическую цепь. В этом случае изменение уровня, измеряемое перемещением поплавка, будет преобразовываться в изменение электрического сигнала (напряжения, тока).

Наряду с широким развитием электрических методов и средств измерений и управления разрабатываются и производятся средства автоматизации на основе других источников энергии — пневматические и гидравлические. Применение пневматических средств автоматизации целесообразно, например, в опасных условиях эксплуатации (в частности, в химической, нефтеперерабатывающей, пищевой промышленности), при недостаточном уровне квалификации обслуживающего персонала (так как пневматика проще в обслуживании, чем электроника), в целях снижения стоимости систем автоматики.

Для эффективного функционирования ИП должны отвечать ряду требований, основными из которых являются:

высокая статистическая и динамическая точность работы, обеспечивающая формирование выходного сигнала с минимальными искажениями;

высокая избирательность (датчик должен реагировать только на изменения той величины, для которой он предназначен);

стабильность характеристик во времени;

отсутствие влияния нагрузки в выходной цепи на режим входной цепи;

высокая надежность при работе в неблагоприятных условиях внешней среды;

повторяемость характеристик (взаимозаменяемость);

простота и технологичность конструкции;

удобство монтажа и обслуживания;

низкая стоимость.

С помощью ИП получают необходимую для управления информацию о состоянии объекта и внешних воздействиях в виде значений отдельных физических величин.

В отличие от измерительных приборов, где информация, необходимая для управления, представлена в форме, легкой для непосредственного восприятия оператором, информация от ИП поступает в виде определенной физической величины, удобной для передачи и дальнейшего преобразования в системе автоматики. Эту величину называют *сигналом*, и она однозначно связана с контролируемой физической величиной или параметром того или иного технологического процесса.

Измерительные преобразователи могут соединяться, образуя следующие структурные схемы: однократного прямого преобра-

зования; последовательного прямого преобразования; дифференциальную; с обратной связью (компенсационную).

Простейшие ИП состоят из одного преобразователя. При последовательном соединении нескольких первичных преобразователей выходная величина предыдущего преобразователя является входной величиной последующего. Последовательное соединение ИП применяют в том случае, когда однократное преобразование не дает удобного для использования выходного сигнала. При дифференциальной схеме устраняется влияние на результат преобразования искажающих внешних факторов благодаря сопоставлению (сравнению) преобразованной и некоторой эталонной величин, одинаково подверженных действию этих факторов. Схема ИП с ОС характеризуется высокой точностью, универсальностью и малой зависимостью коэффициента преобразования от внешних возмущений.

Измерительные преобразователи бывают с выходным естественным и унифицированным сигналами.

Естественный выходной сигнал формируется первичными ИП естественным путем и может представлять собой угол поворота, перемещение, усилие, напряжение (постоянное и переменное), сопротивление (активное и комплексное), электрическую емкость, частоту и др. Преобразователи с естественным выходным сигналом (термопары, терморезисторы, тензодатчики и др.) широко применяют при автоматизации простых объектов.

Унифицированный сигнал имеет определенную физическую природу и изменяется в конкретных фиксированных пределах независимо от вида измеряемой величины, метода и диапазона ее измерения. Из унифицированных сигналов наибольшее распространение получили электрические сигналы постоянного и переменного тока, напряжения и частоты, а также пневматические сигналы.

К основным видам аналоговых унифицированных сигналов относят:

электрические сигналы постоянного тока: 0...20; -5...0...5 мА;

электрические сигналы постоянного напряжения: 0...10; 0...20; -10...0...10 мВ и 0...1; -1...0...1 В;

электрические сигналы переменного напряжения: 0...2; -1...0...1 В;

электрические сигналы переменного тока с частотой 4...8 и 2...4 кГц;

пневматические сигналы с давлением 20...100 кПа.

Преобразователи, служащие для изменения масштаба сигнала, называют *масштабными*. Для получения унифицированных аналоговых сигналов применяют *нормирующие* измерительные преобразователи. Специфика контролируемой величины существенно влияет на метод преобразования, используемый в первичном

ИП. Преобразователи, предназначенные для передачи сигнала измерительной информации на расстояние, называют *передающими*.

3.2. Классификация измерительных преобразователей

В настоящее время существует множество разнообразных по принципу действия и назначению ИП. Развитие науки и технологий приводит к появлению все новых преобразователей.

В качестве классификационных признаков ИП можно принять многие характеристики преобразователей: вид функции преобразования, вид входной и выходной величин, принцип действия, конструктивное исполнение и т.д.

По *виду используемой энергии* ИП подразделяют на электрические, механические, пневматические и гидравлические.

По *соотношению между входной и выходной величинами* различают ИП:

неэлектрических величин в неэлектрические (рычаги, редукторы, мембранны, пружины и др.);

неэлектрических величин в электрические (потенциометры, термопары, емкостные и индуктивные ИП и т.д.);

электрических величин в электрические;

электрических величин в неэлектрические (измерительные механизмы электроизмерительных приборов).

В зависимости от *вида выходного сигнала* выделяют аналоговые ИП, дискретные, релейные, с естественным или унифицированным выходным сигналом.

По *виду функции преобразования* ИП подразделяют следующим образом:

масштабные, изменяющие в определенное число раз входную величину без изменения ее физической природы;

функциональные, осуществляющие однозначное функциональное преобразование входной величины с изменением или без изменения ее физической природы;

операционные, выполняющие над входной величиной математические операции высшего порядка (дифференцирование или интегрирование по временному параметру).

По *виду структурной схемы* различают ИП прямого однократного преобразования, последовательного прямого преобразования, дифференциальные, с обратной связью (компенсационной схемой).

По *характеру преобразования входной величины в выходную ИП* подразделяют на параметрические, генераторные, частотные и фазовые, а по *виду измеряемой физической величины* — на ИП ли-

нейных и угловых перемещений, давления, температуры, концентрации вещества и т.д.

По *динамическим характеристикам* ИП подразделяют в соответствии с видом передаточной функции.

В зависимости от *вида статической характеристики* ИП делятся на реверсивные (двухтактные), у которых знак выходного сигнала определяется знаком входного сигнала, и нереверсивные (однотактные), у которых знак выходного сигнала не зависит от знака входного сигнала.

Даже столь развернутая классификация по ряду признаков не является исчерпывающей, так как за каждым определением стоит группа преобразователей с разными техническими конструктивными характеристиками.

3.3. Статические и динамические характеристики измерительных преобразователей

Статическая характеристика ИП — это функциональная зависимость между входной x и выходной y величинами в установленном режиме. Как и любую функцию, статическую характеристику можно представить аналитически (уравнением), в виде графика или таблично. Обычно в уравнение преобразования входят конструктивные параметры. Для реального преобразователя статическую характеристику можно получить экспериментально. Для более наглядного восприятия очень широко используют графическую форму представления статической характеристики (рис. 3.1).

В общем случае статические характеристики ИП не отличаются от аналогичных характеристик обобщенных звеньев систем управления, так как сами входят в их число.

Статическая характеристика может быть линейной и нелинейной (см. рис. 3.1, а, б). При этом необходимо отличать нелинейность как требуемую функциональную зависимость (например, экспоненциальную, логарифмическую) от собственно нелинейности как погрешности линейности.

В общем случае уравнение преобразования для *линейной статической характеристики* имеет вид

$$y = f(x) = \pm B + Kx,$$

где B — постоянная; K — коэффициент преобразования.

Если $B = 0$, то график уравнения проходит через начало координат и ИП не имеет ни выходного сигнала холостого хода y_0 , ни зоны нечувствительности $0 \dots x_0$ (рис. 3.1, а).

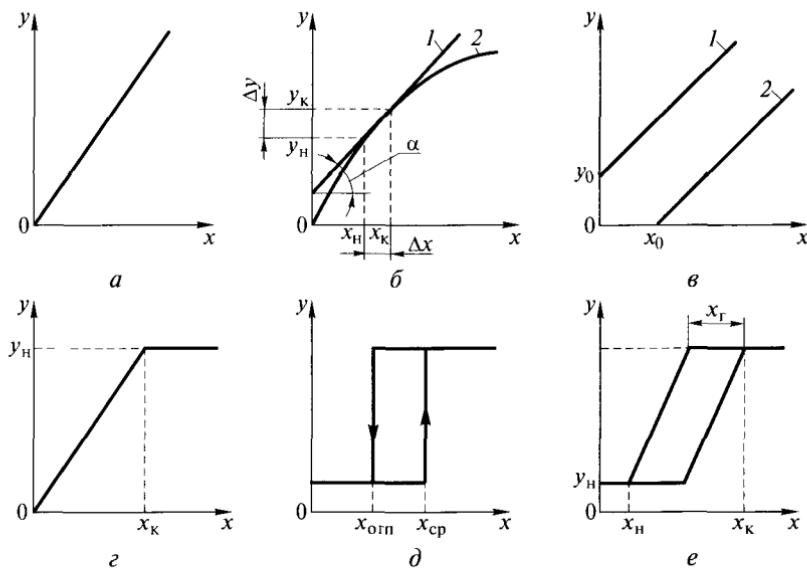


Рис. 3.1. Статические характеристики датчиков:

а — линейная; *б* — нелинейная; *в* — с сигналом холостого хода; *г* — с участком насыщения; *д* — релейного характера; *е* — с петлей гистерезиса

При $B > 0$ характеристика смещена относительно начала координат по оси ординат на величину выходного сигнала холостого хода $y_0 = B$ (см. рис. 3.1, *в*, прямая 1).

При $B < 0$ характеристика имеет зону нечувствительности $0 \dots x_0$, в пределах которой при изменении входной величины x выходная величина $y = 0$ (см. рис. 3.1, *в*, прямая 2).

Статическая характеристика может иметь участок насыщения (см. рис. 3.1, *г*), в этом случае она описывается двумя уравнениями: на участке $0 \dots x_K$ вида $y = Kx$, на участке $x > x_K$ вида $y = y_H$.

При $K = \infty$ характеристика релейна (см. рис. 3.1, *д*), что свойственно для датчиков позиционного регулирования, и определяется коэффициентом возврата:

$$K_B = x_{отп} / x_{ср},$$

где $x_{отп}$, $x_{ср}$ — значения входного сигнала, обеспечивающие отпускание и срабатывание датчика (реле) соответственно.

Ряд датчиков имеет неоднозначность хода статической характеристики при увеличении и уменьшении входной величины x (см. рис. 3.1, *е*). Это явление носит название *гистерезиса* и характеризуется соответствующим коэффициентом:

$$K_r = x_r / (x_k - x_h),$$

где x_r — ширина зоны неоднозначности (гистерезиса); x_k и x_n — значения соответственно конца и начала рабочего диапазона входной величины.

На рис. 3.1 представлены характеристики однотактных (нереверсивных) датчиков.

Характеристики двухтактных датчиков имеют вторую аналогичную ветвь, расположенную в третьем квадранте симметрично началу координат.

Нелинейную статическую характеристику можно преобразовать в линейную (линеаризовать) или функциональную посредством аппроксимации.

Простейшим способом линеаризации является кусочно-линейная аппроксимация нелинейной характеристики линейными участками. В этом случае рабочий участок характеристики выбирают на линейном участке. Более сложная линеаризация — структурная — связана с введением в структурную схему и соответственно в конструкцию датчика дополнительных звеньев. Такой способ позволяет получить линейную или близкую к линейной характеристику в достаточно широком диапазоне изменения входной величины.

Функциональная аппроксимация — это аппроксимация нелинейной характеристики определенной функциональной зависимостью, желательно стандартной математической функцией.

Для нелинейных характеристик коэффициент преобразования не является постоянной величиной, поэтому для них используют дифференциальный коэффициент преобразования K_d , под которым понимают предел отношения выходной величины у к входной x:

$$K_d = \frac{dy}{dx} = \left. \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|_{\Delta x \rightarrow 0} .$$

Дифференциальный коэффициент преобразования в общем случае меняется от точки к точке и определяется углом α наклона касательной к характеристике в рабочей точке, т. е. $K_d = \operatorname{tg} \alpha$.

Коэффициент преобразования характеризует *чувствительность датчика* K_s и в зависимости от наименования входной и выходной величин может быть представлен в размерном или безразмерном виде.

Если на характеристике выделить линейный участок, в пределах которого работает преобразователь, то разность между верхним и нижним значениями входного и выходного сигналов определяет рабочие диапазоны Δx и Δy их изменения, а отношение $\Delta y / \Delta x$ — динамический диапазон $\operatorname{tg} \alpha$ (см. рис. 3.1, б).

Порог чувствительности — это минимальное значение входного сигнала x, вызывающего появление заметного выходного сигнала y.

Погрешности датчиков подразделяются на основные и дополнительные. *Основная погрешность датчика* — это максимальная разность между измеренным значением выходного сигнала $y_{из}$ и его значением $y_{ид}$, определяемым по идеальной статической характеристике для данной входной величины при нормальных эксплуатационных условиях. Она может выражаться как в абсолютных единицах: $\Delta = y_{из} - y_{ид}$, так и в относительных. В последнем случае она равна отношению абсолютной погрешности к истинному значению выходного сигнала:

$$\delta = (y_{из} - y_{ид})/y_{ид} = \Delta/y_{ид}.$$

Можно использовать *относительную приведенную погрешность* γ , равную отношению максимальной абсолютной погрешности Δ_{\max} в диапазоне измеряемой величины к величине этого диапазона y_{\max} в процентах:

$$\gamma = \frac{\Delta_{\max}}{y_{\max}} \cdot 100.$$

Дополнительные погрешности — это погрешности, вызываемые условиями внешней среды и внутренними процессами в деталях преобразователя. К этим процессам относятся изменения температуры, влажности, колебания напряжения источника питания, механические воздействия, старение и износ материалов. Дополнительная погрешность выражается обычно в процентах изменения выходной величины на определенное значение возмущающего параметра.

В зависимости от специфики применения погрешности датчиков нормируются либо абсолютным значением, либо относительным, либо классом точности, являющимся обобщенной характеристикой основной приведенной и дополнительных погрешностей.

Статические характеристики позволяют оценить работу преобразователей в установившемся режиме. Однако в реальных условиях датчикам иногда приходится работать в условиях быстро меняющихся процессов, т. е. в динамическом режиме, когда на вход поступают сигналы, изменяющиеся во времени. В этих случаях начинают проявляться явления отставания выходного сигнала от входного, изменения его частоты, фазы и амплитуды. Связь между входными и выходными величинами в преобразователе в динамическом режиме описывается в общем случае нелинейными дифференциальными уравнениями.

Для описания динамических свойств ИП можно использовать его передаточную функцию, которая представляет собой дифференциальное уравнение, связывающее входную и выходную величины, в операторной форме; переходную характеристику $u = f(t_0)$

при единичном изменении входной величины x , а также частотные характеристики. При описании работы ИП в динамических режимах чаще всего используют характеристики типовых звеньев автоматических систем.

По динамическим характеристикам большинство ИП относятся к усилительным, апериодическим и колебательным звеньям первого и более высоких порядков. Наиболее используемые характеристики датчиков — это частотная характеристика и передаточная функция, а параметры — постоянная времени, время задерживания, коэффициент преобразования.

3.4. Структурные схемы измерительных преобразователей

Несмотря на все многообразие ИП их структурные схемы (рис. 3.2) можно свести к нескольким типам (табл. 3.1).

Структурная схема *прямого однократного преобразования* реализуется во многих ИП с естественными выходными сигналами (например, в термопарах, датчиках давления и разрежения), в которых измеряемая величина преобразуется непосредственно в электрический сигнал, перемещение или усилие. Статическая характеристика, погрешность и другие свойства в этом случае полностью определяются параметрами самого чувствительного элемента.

В тех случаях, когда первичное преобразование не позволяет получить удобный или требуемый для дальнейшего использования сигнал, применяют структурные схемы *последовательного прямого преобразования* (например, при необходимости получения унифицированного выходного сигнала, преобразования неэлектрической величины в электрическую, коррекции статической или динамической характеристик преобразователя). Суммарный коэффициент усиления в таком преобразователе равен произведению коэффициентов усиления отдельных звеньев.

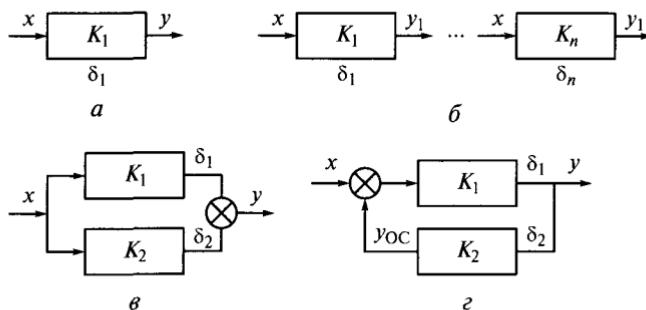


Рис. 3.2. Типовые структурные схемы ИП:
 а — прямого (однократного) преобразования; б — последовательного прямого преобразования; в — дифференциальная; г — с ОС (компенсационная)

Таблица 3.1

Типовые структурные схемы измерительных преобразователей

Тип схемы	Статическая характеристика	Погрешность преобразования
Прямое (однократное преобразование (см. рис. 3.2, а)	$y = K_1 x$	$\delta_n = \delta_1$
Последовательное прямое преобразование (см. рис. 3.2, б)	$y = \prod_{i=1}^n K_i x$	$\delta_n = \sum_{i=1}^n \delta_i$
Дифференциальная (см. рис. 3.3, в)	$y = (K_1 - K_2)x$	$\delta_n = \delta_1 \frac{K_1}{K_1 + K_2} + \delta_2 \frac{K_2}{K_1 + K_2}$
С обратной связью (компенсационная) (см. рис. 3.2, г)	$y = \frac{K_1}{1 + K_1 K_2} x$	$\delta_n = \delta_1 \frac{1}{1 + K_1 K_2} - \delta_2 \frac{1}{1 + 1/(K_1 K_2)}$

ффициент преобразования (общая чувствительность), равный произведению коэффициентов преобразования отдельных звеньев ИП, можно получить достаточно высоким, однако при этом увеличивается общая погрешность преобразования, равная сумме погрешностей составляющих звеньев.

В датчиках, построенных по *дифференциальной* схеме, измеряемая величина подается одновременно на два идентичных преобразователя.

Выходной сигнал такого датчика пропорционален разности выходных сигналов ИП каждого из каналов. При этом, если выходные сигналы имеют одинаковые знаки, орган сравнения выполняет операцию вычитания, если же знаки разные, — операцию суммирования.

Возможны варианты, когда на один из входов подается эталонный сигнал и сравнение осуществляется с ним или когда информация преобразуется по одному каналу в реальных условиях, а по другому — в эталонных.

К достоинствам дифференциальных схем построения датчиков следует отнести:

значительное уменьшение аддитивных (постоянных) составляющих общей погрешности, обусловленных воздействием возмущающих факторов;

увеличение чувствительности вдвое при подаче входного сигнала на оба входа;

получение реверсивной статической характеристики;

снижение нелинейности статической характеристики и постоянных составляющих выходного сигнала по сравнению с характеристиками отдельных ИП, входящих в дифференциальную схему.



Рис. 3.3. Структурная схема цепи последовательного преобразования

Наиболее совершенной является схема ИП с *обратной связью*, или *компенсационная* схема. В датчиках, построенных по этой схеме, обеспечивается автоматическое уравновешивание контролируемой величины компенсирующей величиной того же рода непосредственно или после предварительного преобразования. Основное достоинство такой схемы состоит в ее способности компенсировать значительные изменения параметров измерительно-го тракта. Кроме того, основная часть энергии, необходимой для работы датчика, берется от дополнительных источников, а не от измерительного элемента.

Преобразователи с отрицательной ОС принципиально точнее, чем схемы прямого последовательного преобразования. Отрицательная обратная связь существенно снижает влияние погрешностей звеньев прямой цепи на результат преобразования. Любые ошибки и возмущения звена, не охваченного ОС, полностью передаются на выход преобразователя, поэтому при построении ИП целесообразно стремиться к тому, чтобы охватить такой связью как можно больше звеньев. При $K_1 K_2 = 20 \dots 30$, что нетрудно обеспечить на практике, общая погрешность преобразования практически определяется только погрешностью δ_2 обратной связи, вследствие чего требования к погрешности δ_1 прямого канала можно значительно снизить (см. табл. 3.1).

Датчики с ОС обладают высокой чувствительностью и позволяют легко изменять параметры настройки путем изменения коэффициентов преобразования обратной цепи.

Структурные схемы реальных ИП могут представлять собой любую комбинацию из рассмотренных ранее типовых структур. В цепи последовательного преобразования измерительного сигнала принято различать первичный ИП (чувствительный элемент) и промежуточные преобразователи (рис. 3.3). Измеряемая величина воздействует непосредственно на первичный преобразователь. Очень часто метод первичного преобразования всего ИП или прибора. Промежуточные преобразователи могут выполнять функции усиления, линеаризации, преобразования типа сигнала и др.

3.5. Унификация и стандартизация измерительных преобразователей

В отечественном приборостроении вопросы унификации и стандартизации ИП решаются в рамках Государственной системы приборов (ГСП). Для того чтобы создавать сложные информационные системы (управляющие, измерительные), необходимо в первую очередь обеспечить информационную совместимость технических средств. С этой целью в рамках ГСП сначала были унифицированы, а затем и стандартизированы выходные сигналы ИП.

По виду выходных сигналов различают измерительные преобразователи с естественным и унифицированным выходными сигналами. Первые представляют собой устройства, в которых осуществляется первичное (обычно однократное) преобразование измеряемой физической величины. Естественное формирование сигнала здесь обеспечивается методом преобразования и конструкцией ИП. Такие преобразователи чаще всего применяют в устрой-



Рис. 3.4. Виды сигналов измерительных преобразователей

ствах прямого регулирования либо при централизованном контроле сравнительно простых объектов. В ГСП приняты 10 видов естественных выходных сигналов (рис. 3.4).

При создании относительно сложных систем с использованием ЭВМ и необходимости передачи сигналов на большие расстояния применяют преобразователи естественных сигналов в унифицированные. Для этих целей разрабатываются специальные нормирующие преобразователи, параметры выходных сигналов которых приведены на рис. 3.4.

Контрольные вопросы

1. Что представляют собой измерительный преобразователь, первый преобразователь и датчик?
2. Какие виды энергии используются в преобразователях?
3. Какие основные требования предъявляются к преобразователям?
4. По каким признакам классифицируют ИП?
5. Какие виды статических характеристик характерны для ИП?
6. Что такая основная и дополнительная погрешности датчика?
7. Что такая относительная приведенная погрешность и класс точности датчика?
8. Каковы структурная схема, статическая характеристика и погрешность прямого (однократного) преобразования?
9. Каковы схема последовательного прямого преобразования, его статическая характеристика и погрешность?
10. Что представляет собой и в каких случаях применяется дифференциальная схема преобразования?
11. Как построена и какие имеет преимущества схема преобразования с ОС?

Глава 4

ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

4.1. Режимы работы объекта управления. Возмущающие воздействия

Для исследования ОУ используется метод математического моделирования. При этом объект рассматривается как простой преобразователь входного сигнала в выходной без учета физико-химической сущности процесса, протекающего в нем, т. е. целью исследования объекта управления является формирование его математической модели — уравнения взаимосвязи выходного сигнала объекта (регулируемого параметра) с входным сигналом.

Объект управления может работать в двух режимах: статическом и динамическом.

При *статическом режиме* приток энергии или вещества в объект равен оттоку и объект находится в состоянии равновесия. Например, это движение поезда по горизонтальной плоскости с постоянной скоростью, когда сила тяги уравновешена силой трения.

При *динамическом режиме* нарушено равновесие между притоком и оттоком энергии или вещества.

Математическая модель объекта или уравнение математической взаимосвязи его выходного и входного сигналов в динамическом режиме работы называется *динамической характеристикой*.

Поскольку в динамическом режиме работы выходной и входной сигналы объекта изменяются во времени или пространстве, то его динамическая характеристика, как правило, описывается дифференциальным уравнением. В настоящее время дифференциальные уравнения являются основным инструментом при математическом описании всего, что изменяется во времени и пространстве: от процесса набухания почек растения до перемещения космических тел.

К сожалению, большинство дифференциальных уравнений не имеет общего решения, а частные решения (для заданных условий) с помощью, например, численных методов Эйлера требуют много вычислений.

Если при исследовании не учитывать физико-химическую сущность технологических процессов, протекающих в объекте (т. е. рассматривать его как «черный ящик»), оказывается, что различные по своему объему, конфигурации и назначению объекты управления в динамическом режиме описываются одними и теми же типами уравнений взаимосвязи выходного и входного сигналов.

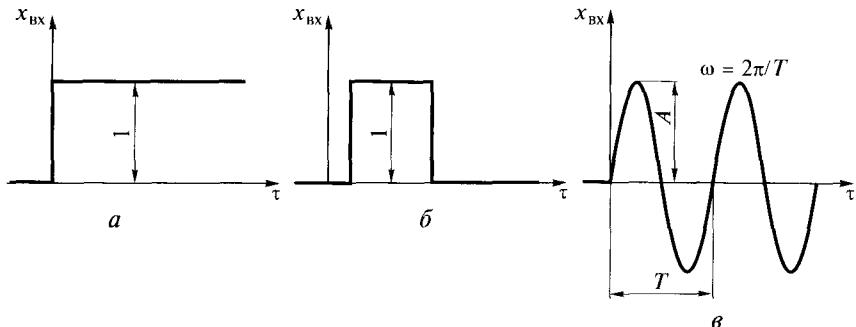


Рис. 4.1. Типовые возмущающие воздействия динамического звена:
а — единичный скачок; б — единичный импульс; в — синусоидальные колебания

В ТАУ удачно подобраны всего шесть типов уравнений взаимосвязи выходного и входного сигналов объектов (или элементов) САУ, которые названы *типовыми динамическими звеньями* (ТДЗ) и составляют математический аппарат, используемый при исследовании объектов в целях получения математических моделей.

Методика применения ТДЗ заключается в следующем. На действующий объект управления (то что объект уже должен работать, является недостатком данного метода) по входному каналу подается одно из трех типовых возмущающих воздействий (рис. 4.1):

- 1) единичный скачок (см. рис. 4.1, а);
- 2) единичный импульс (см. рис. 4.1, б);
- 3) синусоидальные колебания с различными частотой ω или периодом T (см. рис. 4.1, в).

Амплитуда A синусоидальных колебаний может быть постоянной, но по значению она должна быть достаточной, чтобы выходной сигнал также был синусоидальным.

На практике чаще всего используют возмущающее воздействие в виде единичного скачка. Реакция объекта на это возмущение (график изменения во времени выходного сигнала объекта после подачи его на вход возмущения в виде единичного скачка) называется *переходной характеристикой*.

На рис. 4.2 схематично изображено типовое динамическое звено. Схема ТДЗ похожа на схему исследования управляемого объекта; принципиальное их различие состоит в том, что объект — это

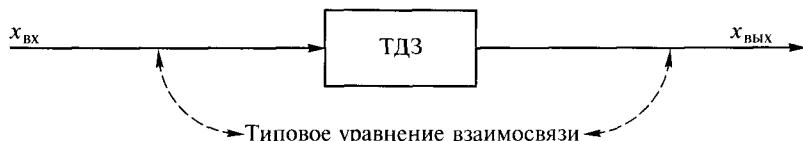


Рис. 4.2. Схема типового динамического звена

материальное воплощение технологического процесса, а ТДЗ — математическая абстракция, за которой нет ничего кроме типового уравнения взаимосвязи его выходного и входного сигналов.

Каждое ТДЗ имеет свою типовую переходную и ряд других типовых характеристик.

Полученную на действующем объекте экспериментальную переходную характеристику сравнивают с набором шести переходных характеристик ТДЗ и при совпадении принципа изменения во времени экспериментальной и какой-либо типовой переходной характеристики проводят замену (аппроксимацию) исследуемого объекта соответствующим ТДЗ.

Таким образом, типовое уравнение взаимосвязи выходного и входного сигналов ТДЗ становится уравнением взаимосвязи соответствующих сигналов объекта, или искомой математической моделью. Коэффициенты, входящие в уравнение ТДЗ, находят по экспериментальной переходной характеристике объекта.

Более удобный и практичный математический аппарат, чем совокупность из шести ТДЗ, используемых в ТАУ, трудно найти, т.е. любые объекты управления можно исследовать и получить их математические модели — динамические характеристики (с достаточной для практики точностью), используя всего шесть ТДЗ.

4.2. Апериодическое (инерционное, статическое) звено

Типовое дифференциальное уравнение взаимосвязи выходного и входного сигналов апериодического ТДЗ имеет вид

$$T_0 \frac{dx_{\text{вых}}}{d\tau} + x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}},$$

где T_0 — постоянная времени; k — коэффициент передачи.

Дифференциальное уравнение является неудобной формой математической модели звена или объекта, так как решение большинства дифференциальных уравнений — это сложная вычислительная процедура. Более удобна математическая модель объекта, записанная в виде передаточной функции.

Передаточной функцией называется преобразованное по Лапласу исходное дифференциальное уравнение, т.е. уравнение, записанное в виде отношения преобразованных по Лапласу выходного и входного сигналов звена (объекта).

В преобразовании по Лапласу исходное дифференциальное уравнение называется *оригиналом*, а преобразованное и записанное в операторной форме уравнение — его *изображением*. Суть преобразования Лапласа заключается в замене функций веществ-

ственных переменных $x_{\text{вых}}(\tau)$ и $x_{\text{вх}}(\tau)$ на функции комплексных переменных $x_{\text{вых}}(p)$ и $x_{\text{вх}}(p)$, где p — оператор Лапласа (комплексное число $p = \pm m \pm in$). Эти функции связаны между собой интегралом Лапласа:

$$x_{\text{вых}}(p) = \int_0^{\infty} x_{\text{вых}}(\tau) \exp(-p\tau) d\tau;$$

$$x_{\text{вх}}(p) = \int_0^{\infty} x_{\text{вх}}(\tau) \exp(-p\tau) d\tau.$$

Для большинства дифференциальных уравнений, используемых в ТДЗ, чисто формальным условием перехода от оригинала к изображению будут следующие замены:

$$d/d\tau \text{ на } p; \quad d^2/d\tau^2 \text{ на } p^2 \text{ и т.д.}$$

Таким образом, легко можно получить из оригинала изображение, т. е. операторную форму записи дифференциального уравнения апериодического ТДЗ.

Дифференциальное уравнение апериодического звена — оригинал — имеет вид

$$T_0 \frac{dx_{\text{вых}}}{d\tau} + x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}},$$

а операторная форма записи — изображение этого уравнения:

$$T_0 p x_{\text{вых}}(p) + x_{\text{вых}}(p) = kx_{\text{вх}}(p).$$

Огромное преимущество такого преобразования заключается в том, что записанное в операторной форме исходное дифференциальное уравнение становится алгебраическим. Если бы все дифференциальные уравнения можно было преобразовать по Лапласу, это была бы революция в развитии математики, так как решать алгебраические уравнения значительно проще. К сожалению, это возможно только для небольшого их числа, например для дифференциальных уравнений ТДЗ.

Поскольку уравнение изображения апериодического звена алгебраическое, его можно преобразовать следующим образом:

$$(T_0 p + 1)x_{\text{вых}}(p) = kx_{\text{вх}}(p).$$

Из этого выражения легко получить отношение $x_{\text{вых}}(p)/x_{\text{вх}}(p)$, которое называется *передаточной функцией* и для апериодического звена имеет вид

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{k}{T_0 p + 1}.$$

Каждое типовое динамическое звено имеет ряд типовых частотных характеристик: амплитудно-частотную (АЧХ); фазочастотную (ФЧХ); амплитудно-фазовую частотную АФЧХ (или АФХ); логарифмическую амплитудно-частотную (ЛАЧХ); логарифмическую фазочастотную (ЛФЧХ).

На практике чаще используют АФЧХ (или АФХ).

Амплитудно-фазовая характеристика является вектором, а график АФХ — годографом этого вектора, т. е. кривой на комплексной плоскости, которую описывает конец вектора при изменении частоты ω от 0 до ∞ . Вектор характеризуют две величины: направление (градиент) и длина (скаляр, или вектор по модулю).

Вектор аналитически можно записать в виде двух проекций на действительную и мнимую оси, и выразить эти проекции через угол α :

$$W = \pm m \pm i n = |W| \cos \alpha + |W| i \sin \alpha = |W| (\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

или, используя формулу Эйлера:

$$W = |W| \exp(i\alpha),$$

где $|W|$ — вектор по модулю, или длина вектора; i — мнимое число, $i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i\sqrt{-1}$, $i^4 = +1$.

Аналитическое выражение вектора АФХ любого ТДЗ легко получить через передаточную функцию, заменив в ней оператор Лапласа p на выражение $i\omega$, где ω — частота колебаний, $\omega = 2\pi/T$; T — период колебаний.

Для апериодического звена АФХ имеет вид

$$W(i\omega) = \frac{k}{T_0(i\omega) + 1}.$$

Чтобы записать вектор АФХ в виде суммы проекций на действительную и мнимую оси, необходимо провести следующие преобразования:

$$\begin{aligned} W(i\omega) &= \frac{k}{T_0(i\omega) + 1} \frac{T_0(i\omega) - 1}{T_0(i\omega) - 1} = \frac{k [T_0(i\omega) - 1]}{T_0^2(i\omega)^2 - 1} = \\ &= \frac{-k}{T_0^2(-1)\omega^2 - 1} + i \frac{k T_0 \omega}{T_0^2(-1)\omega^2 - 1} = \underbrace{\frac{k}{T_0^2 \omega^2 + 1}}_{m(\omega)} - i \underbrace{\frac{k T_0 \omega}{T_0^2 \omega^2 + 1}}_{m'(\omega)}. \end{aligned}$$

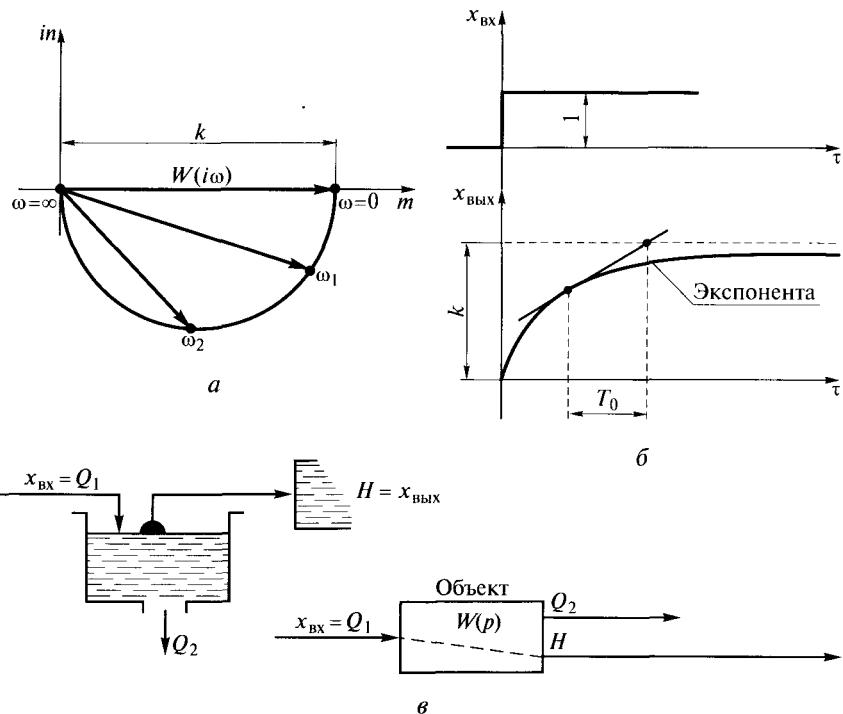


Рис. 4.3. Апериодическое звено:

а — амплитудно-фазовая характеристика; *б* — входной сигнал и переходная функция; *в* — пример реализации

Изменяя частоту ω от 0 до ∞ , можно построить на комплексной плоскости график вектора АФХ — его годограф (рис. 4.3, *а*), представляющий собой полуокружность, расположенную в четвертом квадранте комплексной плоскости, диаметр которой равен коэффициенту k .

На рис. 4.3, *б* приведена типовая переходная функция апериодического звена, которая называется экспонентой. Любая экспонента обладает одним замечательным свойством: если к любой ее точке провести касательную, а затем точку касания и точку пересечения касательной с асимптотой, к которой с течением времени приближается экспонента, спроектировать на ось времени, то получится один и тот же отрезок на оси времени. Эта проекция, называемая *постоянной времени*, соответствует коэффициенту T_0 в передаточной функции и АФХ апериодического звена, а ордината асимптоты, к которой стремится экспонента, — коэффициенту k в его передаточной функции. Таким образом, по переходной функции легко найти коэффициенты k и T_0 в передаточной функции апериодического звена.

Примером реализации апериодического звена является электродвигатель небольшой мощности, который после включения в электросеть (подачи единичного скачка) набирает обороты по экспоненте. Также примером реализации апериодического звена может быть установка, изображенная на рис. 4.3, в.

В бак поступает поток воды с расходом Q_1 ; из бака вытекает свободно поток воды с расходом Q_2 . Регулируемый параметр $x_{\text{вых}}$ — уровень H воды в баке.

При подаче единичного скачка Q_1 уровень H в баке повышается; при этом увеличивается гидростатическое давление и возрастает Q_2 . Затем уровень воды H стабилизируется (т. е. экспонента приближается к асимптоте). Эта способность самостоятельно восстанавливать равновесие, присущая объектам, аппроксимируемым апериодическим ТДЗ, за счет притока или стока энергии или вещества называется *самовыравниванием*. Количественно самовыравнивание определяется коэффициентом p , равным обратному значению коэффициента k в передаточной функции звена, т. е. $p = 1/k$.

В литературе объекты с передаточной функцией апериодического звена называют *статическими*.

4.3. Интегрирующее звено

Типовое дифференциальное уравнение этого звена имеет вид

$$T \frac{dx_{\text{вых}}}{d\tau} = x_{\text{вх}}.$$

Это уравнение можно решить в общем виде, взяв интегралы левой и правой его частей:

$$\int T \frac{dx_{\text{вых}}}{d\tau} = \int x_{\text{вх}} d\tau \text{ или } Tx_{\text{вых}} = x_{\text{вх}}.$$

Посредством преобразования Лапласа получим передаточную функцию интегрирующего звена.

Операторная форма записи дифференциального уравнения

$$Tp x_{\text{вых}}(p) = x_{\text{вх}}(p).$$

Передаточная функция имеет вид

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{1}{Tp}.$$

Из передаточной функции легко получить аналитическое выражение вектора АФХ интегрирующего звена путем замены оператора Лапласа p на выражение $i\omega$:

$$W(i\omega) = \frac{1}{T(i\omega)} = \frac{1}{T(i\omega)} \frac{i}{i} = \frac{i}{T(-1)\omega} = \frac{0}{m(\omega)} - i \frac{1}{T\omega}.$$

Разделив после преобразования вектор АФХ на действительную m и мнимую in части, легко построить его годограф, изменяя частоту ω от 0 до ∞ (рис. 4.4, а).

Конец вектора АФХ перемещается по отрицательной мнимой полуоси комплексной плоскости, которая и будет графиком АФХ для астатического звена.

На рис. 4.4, б изображена переходная функция интегрирующего звена. По этому графику видно, что объект, аппроксимируемый астатическим ТДЗ, не обладает свойством самовыравнивания.

По переходной функции легко определить коэффициент T в передаточной функции астатического звена:

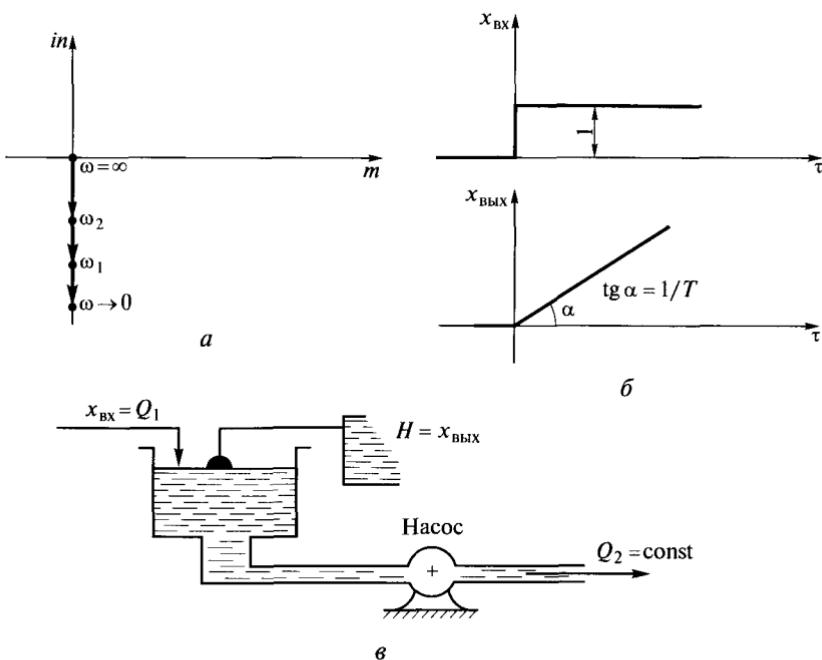


Рис. 4.4. Интегрирующее звено:

а — амплитудно-фазовая характеристика; б — входной сигнал и переходная функция; в — пример реализации

$$T = 1/\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{arctg} \alpha.$$

В литературе передаточную функцию интегрирующего звена иногда записывают в виде

$$W(p) = \frac{k}{p},$$

а после преобразования

$$W(p) = \frac{k}{p} = \frac{1}{\frac{k}{p} p} = \frac{1}{Tp}.$$

Примером реализации интегрирующего ТДЗ является любой бункер — накопитель в технологической цепи машиностроительного производства. Также примером реализации астатического ТДЗ может быть цилиндрический бак, из которого вода откачивается насосом постоянной производительности (рис. 4.4, в).

Равновесие в системе наступает только при равенстве входного потока Q_1 производительности насоса Q_2 . В остальных случаях будет непрерывное наполнение или опорожнение бака в соответствии с переходной характеристикой типового интегрирующего звена.

Объекты, которые аппроксимируются интегрирующим звеном, называют *астатическими*. Они не обладают свойством самовыравнивания.

4.4. Колебательное (апериодическое 2-го порядка) звено

Типовое дифференциальное уравнение этого звена имеет вид

$$T_1 \frac{d^2 x_{\text{вых}}}{dt^2} + T_2 \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}}.$$

Формально заменив d^2/dt^2 на p^2 , а d/dt на p , получим операторную форму записи этого дифференциального уравнения, преобразованного по Лапласу в алгебраическое:

$$T_1 p^2 x_{\text{вых}}(p) + T_2 p x_{\text{вых}}(p) + x_{\text{вых}}(p) = kx_{\text{вх}}(p).$$

Поскольку это уравнение алгебраическое, можно $x_{\text{вых}}(p)$ вынести за скобки:

$$(T_1 p^2 + T_2 p + 1)x_{\text{вых}}(p) = kx_{\text{вх}}(p).$$

Преобразуя последнее уравнение в отношение выходного сигнала к входному, получим передаточную функцию колебательного звена:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{k}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}.$$

Из передаточной функции можно получить аналитическое выражение вектора АФХ колебательного звена, заменив оператор Лапласа p на выражение $i\omega$:

$$W(i\omega) = \frac{k}{T_1(i\omega)^2 + T_2(i\omega) + 1}.$$

Чтобы выделить действительную и мнимую части в выражении вектора АФХ, проведем следующие алгебраические преобразования:

$$\begin{aligned} W(i\omega) &= \frac{k}{T_1(i\omega)^2 + T_2(i\omega) + 1} = \frac{k}{\underbrace{1 - T_1\omega^2}_a + \underbrace{iT_2\omega}_b} \frac{a - b}{a - b} = \\ &= \frac{k(1 - T_1\omega^2 - iT_2\omega)}{(1 - T_1\omega^2)^2 - (-1)T_2^2\omega^2} = \underbrace{\frac{k(1 - T_1\omega^2)}{(1 - T_1\omega^2)^2 + T_2^2\omega^2}}_{m(\omega)} - i \underbrace{\frac{kT_2\omega}{(1 - T_1\omega^2)^2 + T_2^2\omega^2}}_{in(\omega)}. \end{aligned}$$

Изменяя частоту от 0 до ∞ в действительной $m(\omega)$ и мнимой $in(\omega)$ частях вектора АФХ данного звена, легко построить его годограф (рис. 4.5, а).

Переходные функции колебательного и апериодического 2-го порядка звеньев представлены на рис. 4.5, б. Различие приведенных кривых определяет соотношение коэффициентов T_1 и T_2 в исходном типовом дифференциальном уравнении: если $T_2^2 < 4T_1$, то система ведет себя как колебательное звено, если же $T_2^2 \geq 4T_1$ — как апериодическое звено 2-го порядка.

Из рис. 4.5 видно, что объекты, аппроксимируемые колебательным или апериодическим звеном 2-го порядка, обладают свойством самовыравнивания, т.е. способностью самостоятельно восстанавливать состояние равновесия после возмущающего воздействия.

Примером реализации колебательного звена может служить механическая система (подвес колесной пары вагона), изображенная на рис. 4.5, в, апериодического звена 2-го порядка — система из двух проточных емкостей (рис. 4.5, г), в которой регули-

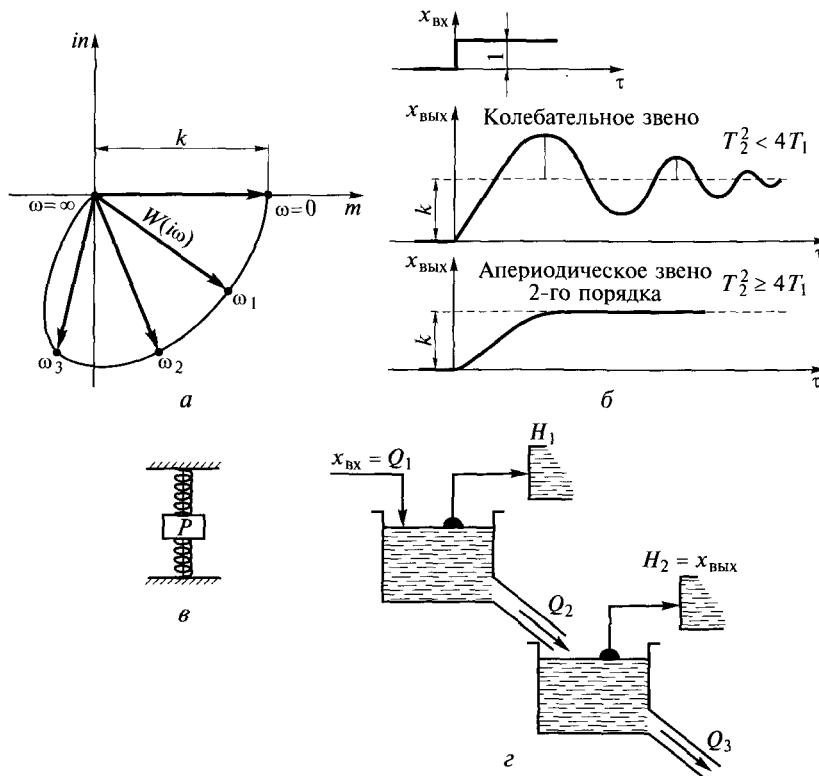


Рис. 4.5. Колебательное (апериодического 2-го порядка) звено:

а — амплитудно-фазовая характеристика; *б* — входной сигнал и переходные функции; *в* — пример реализации колебательного звена; *г* — пример реализации апериодического звена 2-го порядка

руемым параметром $x_{\text{вых}}$ является уровень воды H_2 во второй емкости.

По переходным характеристикам колебательного и апериодического звеньев легко найти коэффициент k в их передаточной функции. Определить же коэффициенты T_1 и T_2 значительно сложнее.

4.5. Пропорциональное (усилительное, безынерционное) звено

Типовое уравнение взаимосвязи выходного и входного сигналов пропорционального звена является алгебраическим, т.е. оно может служить операторной формой записи уравнения звена:

$$x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}}$$

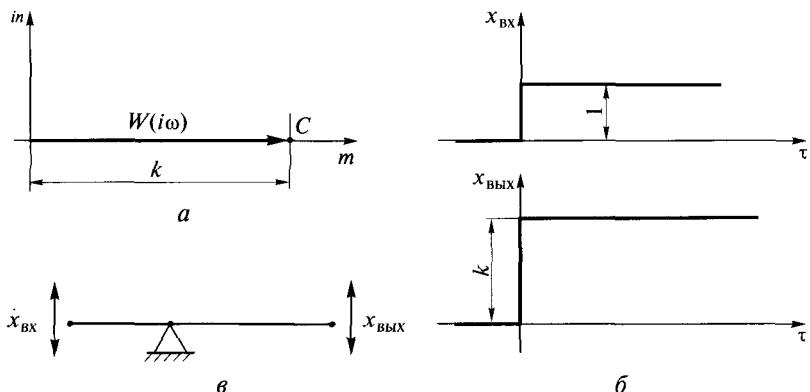


Рис. 4.6. Пропорциональное звено:

а — амплитудно-фазовая характеристика; *б* — входной сигнал и переходная функция; *в* — пример реализации

Передаточная функция пропорционального звена имеет вид

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{x_{\text{вых}}}{x_{\text{вх}}} = k.$$

Аналитическое выражение вектора АФХ этого звена

$$W(i\omega) = k = k + i \cdot 0.$$

Поскольку АФХ пропорционального звена не зависит от изменения частоты ω , годограф ее вектора (рис. 4.6, *а*) превращается в точку *C*, находящуюся на действительной положительной полуоси комплексной плоскости на расстоянии k от начала координат.

Пропорциональное звено мгновенно (без инерции) реагирует на возмущающее воздействие. По переходной функции, показанной на рис. 4.6, *б*, видно, что выходной сигнал этого звена пропорционален входному сигналу и ордината выходного сигнала равна коэффициенту пропорциональности k .

Примером реализации пропорционального звена может служить жесткий стержень, лежащий на опоре (рис. 4.6, *в*), при перемещении одного конца которого ($x_{\text{вх}}$) мгновенно перемещается другой его конец ($x_{\text{вых}}$).

4.6. Дифференцирующее звено

Различают идеальное дифференцирующее и реальное дифференцирующее ТДЗ.

Сначала рассмотрим *идеальное дифференцирующее звено*, типовое дифференциальное уравнение которого имеет вид

$$x_{\text{вых}} = k \frac{dx_{\text{вх}}}{d\tau}.$$

Операторная форма записи этого дифференциального уравнения

$$x_{\text{вых}}(p) = kp x_{\text{вх}}(p).$$

Передаточная функция идеального дифференцирующего звена

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = kp.$$

Аналитическое выражение вектора АФХ такого звена

$$W(i\omega) = k(i\omega) = \frac{0}{m(\omega)} + ik\omega.$$

Изменяя частоту ω от 0 до ∞ в последнем выражении, легко построить график вектора АФХ идеального дифференцирующего звена (рис. 4.7, а). Конец вектора АФХ идеального дифференциру-

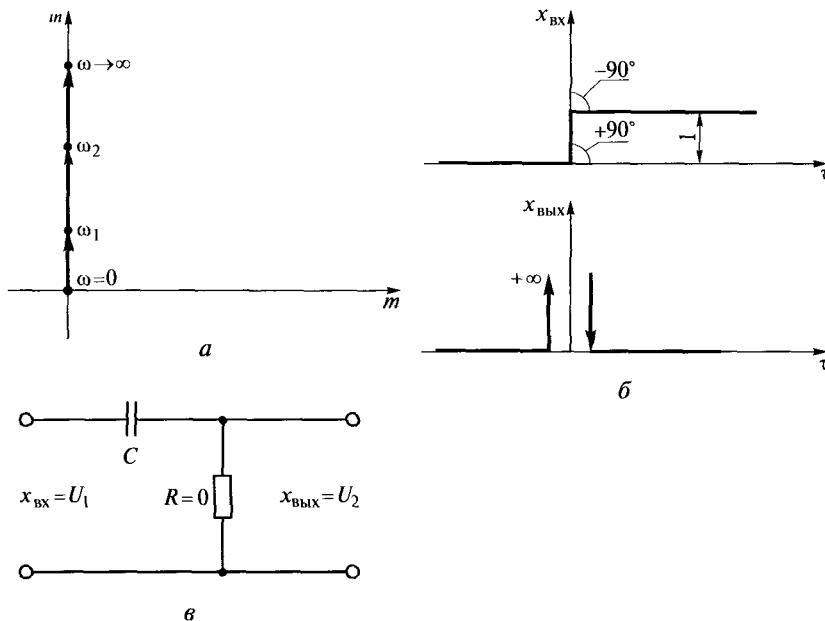


Рис. 4.7. Идеальное дифференцирующее звено:

а — амплитудно-фазовая характеристика; *б* — входной сигнал и переходная функция; *в* — пример реализации

ящего звена перемещается из начала координат по положительной мнимой полуоси комплексной плоскости, уходя при $\omega = \infty$ в бесконечность.

Переходная функция идеального дифференцирующего звена своеобразна (рис. 4.7, б). Выходной сигнал этого звена пропорционален первой производной входного сигнала, т. е. тангенсу угла наклона вектора АФХ. В момент подачи входного воздействия этот угол равен $+90^\circ$, а $\operatorname{tg}(+90^\circ) = +\infty$, но далее входное воздействие устанавливается равным единице, при этом угол наклона становится равным -90° , а $\operatorname{tg}(-90^\circ) = -\infty$.

Следовательно, выходной сигнал идеального дифференцирующего звена в момент подачи входного воздействия принимает значение $+\infty$. Тут же из $+\infty$ вычитается $-\infty$ и выходной сигнал возвращается в исходное нулевое состояние (см. рис. 4.7, б).

Примером реализации идеального дифференцирующего звена может быть электрическая цепь, состоящая из конденсатора с емкостью C и резистора R , обладающего сверхпроводимостью ($R = 0$). Схема такой RC -цепи изображена на рис. 4.7, в.

Теперь рассмотрим *реальное дифференцирующее звено*. Его типовое дифференциальное уравнение имеет вид

$$T_0 \frac{dx_{\text{вых}}}{d\tau} + x_{\text{вых}} = k \frac{dx_{\text{вх}}}{d\tau}.$$

Операторная форма записи этого уравнения:

$$T_0 p x_{\text{вых}}(p) + x_{\text{вых}}(p) = k p x_{\text{вх}}(p).$$

В этом алгебраическом уравнении $x_{\text{вых}}(p)$ можно вынести за скобки:

$$(T_0 p + 1)x_{\text{вых}}(p) = k p x_{\text{вх}}(p),$$

а затем получить аналитическое выражение передаточной функции реального дифференцирующего звена:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{kp}{T_0 p + 1}.$$

Заменив p на $i\omega$ в передаточной функции, получим аналитическое выражение вектора АФХ данного звена:

$$\begin{aligned} W(i\omega) &= \frac{k(i\omega)}{T_0(i\omega) + 1} = \frac{k(i\omega)}{T_0(i\omega) + 1} \frac{T_0(i\omega) - 1}{T_0(i\omega) - 1} = \frac{k(i\omega)[T_0(i\omega) - 1]}{T_0^2(-1)\omega^2 - 1} = \\ &= \frac{(-1)kT_0\omega^2}{(-1)(T_0^2\omega^2 + 1)} + \frac{(-1)k(i\omega)}{(-1)(T_0^2\omega^2 + 1)} = \underbrace{\frac{kT_0\omega^2}{T_0^2\omega^2 + 1}}_{m(\omega)} + i \underbrace{\frac{k\omega}{T_0^2\omega^2 + 1}}_{m(\omega)}. \end{aligned}$$

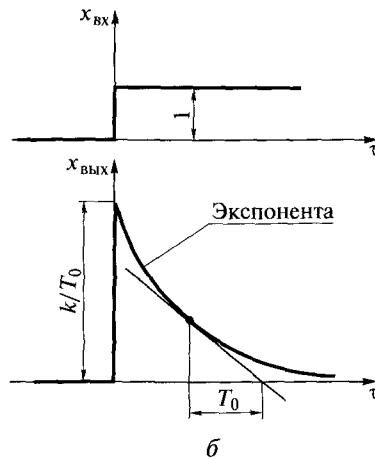
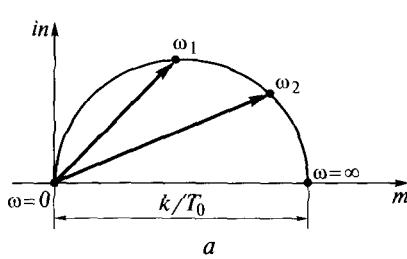


Рис. 4.8. Реальное дифференцирующее звено:

а — амплитудно-фазовая характеристика; *б* — входной сигнал и переходная функция

После проведенных алгебраических преобразований, изменения частоту ω от 0 до ∞ в действительной $m(\omega)$ и мнимой $in(\omega)$ частях вектора АФХ, легко построить годограф реального дифференцирующего звена (рис. 4.8, *а*).

При $\omega = \infty$ единицу в знаменателе $m(\omega)$ можно отбросить, тогда, сократив дробь

$$\frac{kT_0\omega^2}{T_0^2\omega^2},$$

получим $m(\omega) = k/T_0$.

Следовательно, графиком вектора АФХ этого звена является полуокружность в первом квадранте комплексной плоскости, диаметр которой равен k/T_0 .

Переходная функция реального дифференцирующего звена, изображенная на рис. 4.8, *б*, показывает, что после подачи на его вход возмущения в виде единичного скачка выходной сигнал мгновенно увеличивается на величину k/T_0 , а затем по экспоненте постепенно приближается к нулю. Таким образом, по переходной характеристике легко определить коэффициенты T_0 и k передаточной функции звена, т. е. сначала с помощью касательной (см. описание апериодического ТДЗ) находят значение T_0 , а затем, умножив ординату величины k/T_0 на T_0 , получают значение k .

Примером реализации реального дифференцирующего звена будет RC -цепь, в которой сопротивление $R \neq 0$, что реально имеет место.

4.7. Запаздывающее звено

Рассмотрение этого звена начнем с его реализации, примером которой может служить ленточный транспортер длиной L , перемещающийся со скоростью V (рис. 4.9, *a*). Если расход сыпучего материала в начале такого транспортера принять $Q_1 = x_{\text{вх}}$, а расход ссыпающегося в конце с транспортера материала $Q_2 = x_{\text{вых}}$, то время движения материала Δt будет равно $L/V = \tau_{\text{зап}}$ (где $\tau_{\text{зап}}$ — время запаздывания).

Если на вход ленточного транспортера подать возмущение в виде единичного скачка (т.е. открыть подачу материала), то этот же единичный скачок появится на его выходе через отрезок времени, равный времени запаздывания. Следовательно, переходная функция будет иметь вид, показанный на рис. 4.9, *б*.

Теперь представим, что на вход транспортера подан единичный импульс. Через определенное время запаздывания он же будет на выходе транспортера. То же произойдет и при входном потоке, изменяющемся по синусоиде или какому-либо другому закону во времени. Следовательно, выходной сигнал запаздывающего звена повторяет входной сигнал, но с некоторым временем запаздывания. Исходя из этого общее уравнение взаимосвязи

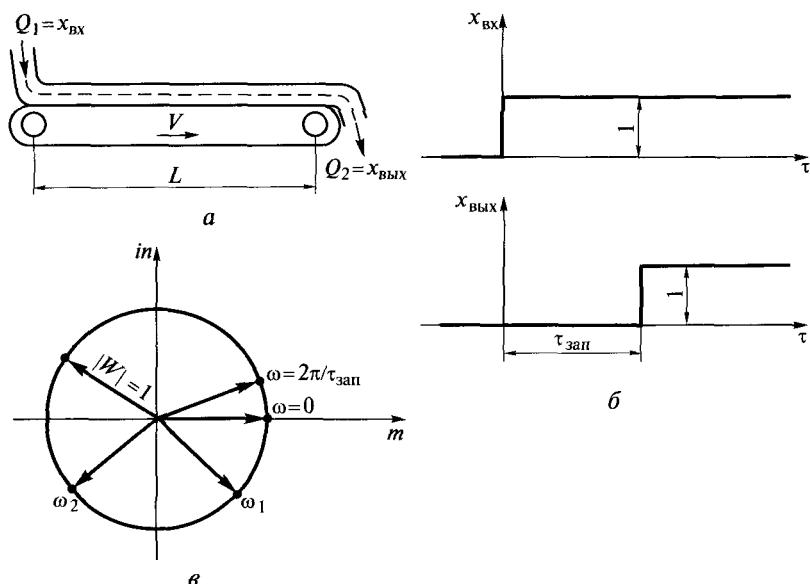


Рис. 4.9. Запаздывающее звено:

а — пример реализации; *б* — входной сигнал и переходная функция; *в* — амплитудно-фазовая характеристика

входного и выходного сигналов запаздывающего звена в динамическом режиме работы можно записать в виде

$$x_{\text{вх}}(\tau) = x_{\text{вых}}(\tau + \tau_{\text{зап}}),$$

или

$$x_{\text{вых}}(\tau + \tau_{\text{зап}}) = x_{\text{вх}}(\tau).$$

В литературе, как правило, уравнение взаимосвязи входного и выходного сигналов запаздывающего звена имеет вид

$$x_{\text{вых}}(\tau) = x_{\text{вх}}(\tau - \tau_{\text{зап}}).$$

Однако трудно представить отрицательное время запаздывания. Время — особый фактор реальности, и движется оно от нуля только вперед. Также в природе не бывает отрицательных давления и концентрации газа. Так формальная математика вступает в противоречие с законами реального мира.

Итак, типовое уравнение взаимосвязи входного и выходного сигналов запаздывающего звена имеет следующий вид:

$$x_{\text{вых}}(\tau + \tau_{\text{зап}}) = x_{\text{вх}}(\tau).$$

Для получения из этого уравнения передаточной функции запаздывающего звена в общем виде необходимо использовать интегралы Лапласа (см. подразд. 4.2):

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{\int_0^{\infty} x_{\text{вых}}(\tau + \tau_{\text{зап}}) \exp[-p(\tau + \tau_{\text{зап}})] d(\tau + \tau_{\text{зап}})}{\int_0^{\infty} x_{\text{вх}}(\tau) \exp(-p\tau) d\tau} = \\ &= \frac{\int_0^{\infty} x_{\text{вх}}(\tau) \exp(-p\tau) \exp(-p\tau_{\text{зап}}) d\tau}{\int_0^{\infty} x_{\text{вх}}(\tau) \exp(-p\tau) d\tau} = \\ &= \frac{\exp(-p\tau_{\text{зап}}) \int_0^{\infty} x_{\text{вх}}(\tau) \exp(-p\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} x_{\text{вх}}(\tau) \exp(-p\tau) d\tau} = \exp(-p\tau_{\text{зап}}). \end{aligned}$$

Из аналитического выражения передаточной функции запаздывающего звена путем замены p на $i\omega$ получим аналитическое выражение для вектора АФХ этого звена:

$$W(i\omega) = \exp(-i\omega\tau_{\text{зап}}).$$

Чтобы разделить это выражение на действительную и мнимую части, воспользуемся формулой Эйлера:

$$\exp(-i\omega) = \cos \alpha - i \sin \alpha,$$

тогда

$$W(i\omega) = \exp(-i\omega\tau_{\text{зап}}) = \underbrace{\cos(\omega\tau_{\text{зап}})}_{m(\omega)} - \underbrace{i \sin(\omega\tau_{\text{зап}})}_{in(\omega)}.$$

Изменяя частоту ω от 0 до ∞ в действительной и мнимой частях этого выражения, можно построить голограф вектора АФХ запаздывающего звена (рис. 4.9, в), который будет представлять собой бесконечное число окружностей с единичным радиусом вокруг начала координат комплексной плоскости. Первая окружность замыкается, когда $\omega\tau_{\text{зап}} = 2\pi$ или при частоте $\omega = 2\pi/\tau_{\text{зап}}$.

4.8. Логарифмические частотные характеристики динамических звеньев

Удобной формой представления частотных характеристик являются логарифмические характеристики, включающие в себя логарифмическую амплитудную характеристику (ЛАХ) и логарифмическую фазовую характеристику (ЛФХ).

В теории автоматического управления при исследовании динамических свойств САУ (главным образом, устойчивости) пользуются логарифмическими частотными характеристиками (ЛЧХ). Также эти характеристики широко применяются при определении структуры и параметров регуляторов, формирующих заданный переходный процесс в САУ.

Логарифмируя левую и правую части уравнения АФЧХ, можно записать

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\phi(\omega).$$

Зависимости $\ln A(\omega)$ и $\phi(\omega)$ представляют собой соответственно логарифмические амплитудную и фазовую характеристики.

Для оценки отношения двух однородных величин принято использовать логарифмическую единицу децибел (дБ). Связь между числом L и числом A выражается формулой $L = 20 \lg A$. Например, если число $A = 10$, то $L = 20 \lg A = 20$ дБ, так как $\lg 10 = 1$.

В этом случае ЛАХ и ЛФХ представляются в виде графиков в прямоугольной системе координат. По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе, а по оси ординат — значения амплитуд ЛАХ в децибелях и углы ЛФХ в градусах (или радианах) в равномерном масштабе.

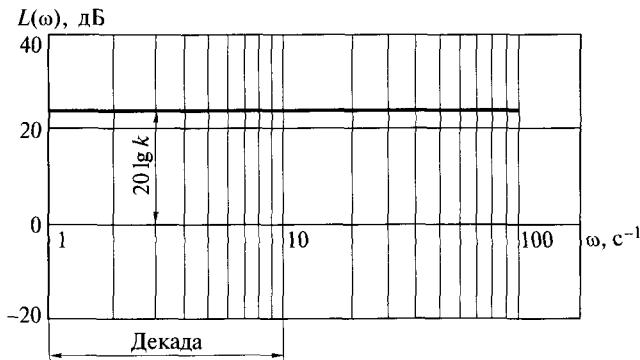


Рис. 4.10. Логарифмическая амплитудная характеристика безынерционного звена

Безынерционное звено. Логарифмируя АФЧХ этого звена, получим $L(\omega) = 20 \lg k$. Так как k от частоты не зависит, ЛАХ безынерционного звена будет представлять собой прямую, параллельную оси абсцисс (рис. 4.10).

Апериодическое звено. Логарифмируя АФЧХ этого звена, получим

$$L(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{\omega^2 T^2 + 1};$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega T.$$

Рассмотрим вторую составляющую ЛАХ:

$$L_2 = -20 \lg \sqrt{\omega^2 T^2 + 1}.$$

Из этого выражения, полагая, что $\omega^2 T^2 \ll 1$, получим $L_2(\omega) = 0$, так как $\lg 1 = 0$. Если $\omega^2 T^2 \gg 1$, то, пренебрегая единицей, найдем $L_2(\omega) = -20 \lg \omega T$. При $\omega T = 1$ подкоренное выражение будет равно двум, а $L_2(\omega) = 3$ дБ. Логарифмическую амплитудную характеристику в этом случае можно представить в виде двух прямых (асимптот), сопряженных в точке $\omega_s = 1/T$. При этом частота ω_s называется *сопрягающей*; одна из асимптот $L_2(\omega) = 0$ совпадает с осью абсцисс, а вторая $L_2(\omega) = -20 \lg T$ наклонена по отношению к ней.

Угол наклона второй прямой найдем на основании следующих соображений. При частоте $\omega = \omega_l$ ордината прямой равна $-20 \lg \omega_l T$, а при частоте, например, $\omega = 2\omega_l$ она составит $-20 \lg 2\omega_l T$. Найдем разность этих ординат, дБ:

$$-(20 \lg 2\omega_l T - 20 \lg \omega_l T) = -20 \lg \frac{2\omega_l T}{\omega_l T} = -20 \lg 2 = -6.$$

Таким образом, при двухкратном изменении частоты прямая имеет наклон -6 дБ на октаву. Под *октавой* понимается интервал на оси абсцисс, соответствующий двухкратному изменению частоты. Разность ординат при десятикратном изменении частоты составит, дБ:

$$-(20 \lg 10\omega_l T - 20 \lg \omega_l T) = -20 \lg \frac{10\omega_l T}{\omega_l T} = -20 \lg 10 = -20.$$

Наклон прямой в этом случае -20 дБ на декаду (-20 дБ/дек.). Под *декадой* понимается интервал на оси абсцисс, соответствующий десятикратному изменению частоты. Знак «минус» показывает, что при возрастании частоты ординаты ЛАХ убывают (отрицательный наклон).

На рис. 4.11 показано сопряжение двух асимптот. Первая представляет собой прямую, параллельную оси абсцисс и отстоящую от нее на расстоянии $20 \lg k$. Вторая наклонена по отношению к ней на -20 дБ/дек. Суммируя L_1 и L_2 , получим результирующую ЛАХ апериодического звена $L(\omega)$. В окрестности частоты ω_c сопряжение асимптот может быть произведено плавной кривой, проходящей через точку, лежащую ниже точки их пересечения на 3 дБ. Частота ω_c , при которой ЛАХ пересекает ось абсцисс, называется *частотой среза*.

Логарифмическая фазовая характеристика $\phi(\omega) = -\operatorname{arctg} \omega T$ может быть построена по точкам. Ее характерными точками являются: $\phi(0) = 0$; $\phi(\omega_s) = -45^\circ$; $\phi(\infty) = -90^\circ$.

Колебательное звено. Для построения ЛАХ колебательного звена целесообразно его уравнение представить в следующем виде:

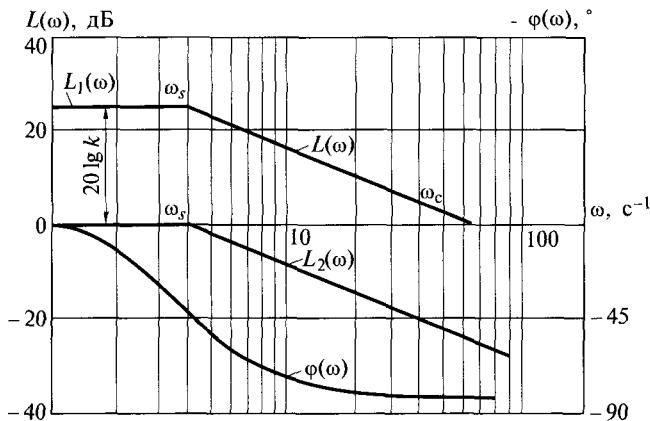


Рис. 4.11. Апериодическое звено:
 а – ЛАХ; б – ЛФХ

$$K(j\omega) = \frac{k\omega_0^2 \exp\left(\frac{-j\arctg 2\xi\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2}},$$

$$\text{где } \omega_0^2 = \frac{1}{T_1 T_2}; \xi^2 = \frac{T_1}{2T_2}.$$

Прологарифмировав это выражение, получим уравнения логарифмических амплитудной и фазовой характеристик:

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega_0^2 - 20 \lg \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2};$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Семейство кривых ЛАХ и АФХ для одного и того же значения ω_0 и различных значений ξ , построенное по этим уравнениям, приведено на рис. 4.12. Эти кривые построены без учета первого и второго слагаемых уравнения для $L\omega$, так как они являются постоянными величинами. В отличие от предыдущих графиков для придания универсальности кривым по оси абсцисс откладывают значения ω/ω_0 .

При значениях ξ от 0,35 до 0,75 с достаточной точностью вместо кривых АФХ можно использовать две прямые асимптоты, сопрягающиеся в точке $\omega/\omega_0 = 0$. Действительно, при $\omega/\omega_0 \ll 1$

$$20 \lg \omega_0^2 - 20 \lg \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2} \approx 0;$$

при $\omega/\omega_0 \gg 1$

$$20 \lg \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2} = -20 \lg \omega^2.$$

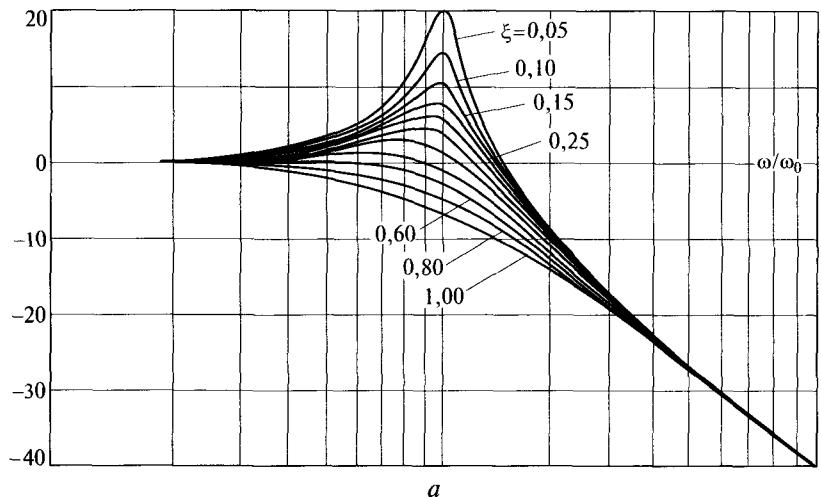
Наклон второй асимптоты, определяемый уравнением $-20 \lg \omega^2$, составляет -12 дБ на октаву, или -40 дБ/дек. При любых других значениях ξ характеристики $L(\omega)$ необходимо строить по точкам.

Дифференцирующее звено. Прологарифмировав уравнение этого звена, найдем:

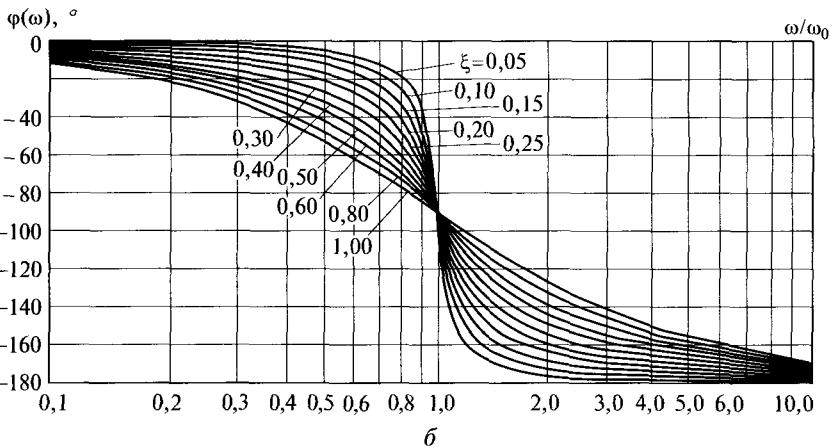
$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega T - 20 \lg \sqrt{\omega^2 T^2 + 1};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg 1/(\omega T).$$

$L(\omega)$, дБ



a



b

Рис. 4.12. Колебательное звено:

a — ЛАХ; *б* — ЛФХ

Логарифмическая амплитудная характеристика $L(\omega)$ строится по трем составляющим (рис. 4.13). Первая составляющая $L_1(\omega) = 20 \lg k$ — это прямая, параллельная оси абсцисс; вторая составляющая $L_2(\omega) = 20 \lg \omega T$ — прямая, имеющая положительный наклон 20 дБ/дек и проходящая через точку на оси абсцисс, соответствующую сопрягающей частоте $\omega_s = 1/T$. Третья составляющая $L_3(\omega) = -20 \lg \sqrt{\omega^2 T^2 + 1}$ имеет две асимптоты, сопрягающиеся в точке $\omega_s = 1/T$, одна из которых совпадает с осью абсцисс, а вторая имеет отрицательный наклон: -20 дБ/дек. Просуммировав эти

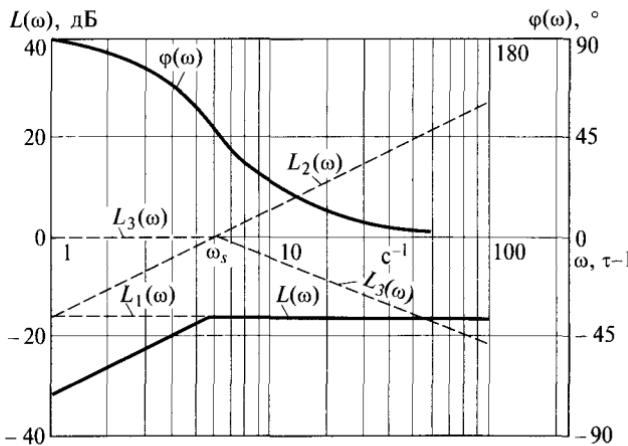


Рис. 4.13. Дифференцирующее звено

три составляющие, получим результирующую ЛАХ дифференцирующего звена $L(\omega)$.

Логарифмическая фазовая характеристика $\phi(\omega)$ строится по точкам. Ее характерными точками являются: $\phi(0) = 90^\circ$; $\phi(\omega_s) = 45^\circ$; $\phi(\infty) = 0$.

Интегрирующее звено. Логарифмическая амплитудная характеристика этого звена строится по уравнению $L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\omega$, а уравнение ЛФХ имеет вид $\phi(\omega) = -\pi/2$.

Логарифмическая амплитудная характеристика (рис. 4.14) представляет собой прямую, проходящую через точку $\omega = 1$ на расстоянии $20\lg k$ от оси абсцисс и имеющую наклон -20 дБ/дек . Логарифмическая фазовая характеристика выражается прямой, параллельной оси абсцисс и отстоящей от нее на расстоянии $-\pi/2 (-90^\circ)$.

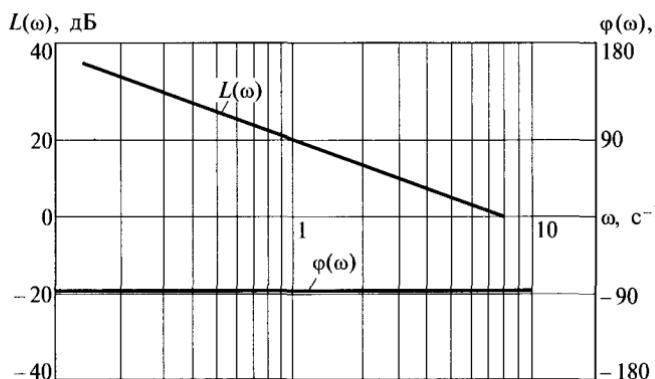


Рис. 4.14. Интегрирующее звено

Запаздывающее звено. Уравнения логарифмических амплитудной и фазовой характеристик этого звена соответственно имеют вид $L(\omega) = 20\lg k$; $\phi(\omega) = -\omega t$.

Таким образом, ЛАХ запаздывающего звена аналогична ЛАХ безынерционного звена, а ЛФХ представляет собой кривую с неограниченным возрастанием угла $\phi(\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞ .

Контрольные вопросы

1. Что представляют собой статический и динамический режимы работы объекта и какие существуют типовые возмущающие воздействия?
2. Какие реальные физические объекты можно представить апериодическим звеном? Что такое передаточная функция апериодического звена?
3. Что представляют собой АФХ и типовая переходная функция апериодического звена?
4. Какие объекты можно представить как интегрирующее (астатическое) звено? Какова передаточная функция такого звена?
5. Что представляют собой АФХ и типовая переходная функция интегрирующего звена?
6. Приведите примеры реализации колебательного и апериодического 2-го порядка звеньев. Какова передаточная функция колебательного звена?
7. Что представляет собой АФХ колебательного звена?
8. Что представляют собой типовые переходные функции колебательного и апериодического 2-го порядка звеньев?
9. Приведите примеры реализации пропорционального звена. Каковы АФХ и типовая переходная функция этого звена?
10. Приведите примеры идеального дифференцирующего звена. Какова его передаточная функция?
11. Каковы АФХ и переходные функции идеального и реального дифференцирующих звеньев?
12. Приведите пример реализации и поясните АФХ и типовую переходную функцию запаздывающего звена.
13. Что представляют собой логарифмические частотные характеристики динамических звеньев?
14. Поясните ЛАХ и ЛФХ безынерционного и апериодического звеньев.
15. Каковы ЛАХ и ЛФХ колебательного звена и какие факторы влияют на изменение этих характеристик?
16. Поясните ЛАХ и ЛФХ дифференцирующего и интегрирующего звеньев.

Глава 5

ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

5.1. Свойства объектов регулирования

Различные устройства для осуществления производственных процессов, энергетические и силовые установки, летательные аппараты и транспортные механизмы, специальные установки и устройства, в которых выполняется регулирование определенных физических величин по заданным законам управления, называются *объектами регулирования*. Проектирование систем автоматического регулирования начинается с детального изучения свойств и характеристик объектов регулирования.

Объект регулирования является основным элементом в любой автоматической системе регулирования. На процесс регулирования воздействуют как свойства регулирующей части системы, так и свойства самого объекта регулирования.

Любое устройство характеризуется количеством вещества, проходящего через это устройство. Это в полной мере относится к объектам регулирования. Режим работы объекта регулирования определяется как внутренними процессами, так и внешними воздействиями. В САУ часть внешних воздействий дает ей информацию о задачах регулирования, поэтому их называют *полезными (регулирующими) воздействиями*. Они либо вырабатываются регулятором, либо задаются оператором. Воздействия на объект, не связанные с задачей регулирования, — *возмущающие*. Именно из-за существования возмущений возникает необходимость регулирования. Природа возмущений всегда носит случайный характер.

В каждом объекте регулирования имеется определенное число физических величин, которые в своей совокупности полностью определяют режим его работы в соответствии с требуемым законом управления по энергетическим и экономическим показателям. К *энергетическим показателям*, характеризуемым количеством энергии, относятся: мощность, сила тяги, количество теплоты и другие величины, которые в ряде случаев могут быть выбраны как регулируемые. В число *экономических показателей* входит количество рабочего вещества, проходящего через объект регулирования. В ряде случаев непосредственное определение энергетических и экономических показателей в процессе автоматического регулирования затруднено, поэтому управление объектом регулирования ведут, учитывая физические величины, которые косвенно

характеризуют состояние объекта регулирования по энергетическим и экономическим показателям. К таким косвенным параметрам относятся величины с различной физической природой, которые в совокупности полностью или частично определяют свойства объекта регулирования. Поэтому в практике автоматизации производственных процессов и различных устройств в основном встречаются объекты регулирования с несколькими регулируемыми величинами, которые связаны между собой так, что с изменением одной величины вследствие изменения свойств объекта регулирования изменяются и другие регулируемые величины.

Так как количество энергии и количество вещества полностью определяют состояние объекта регулирования, то, используя уравнения механики, основанные на законе сохранения вещества и энергии, изменение каждой регулируемой величины можно описать определенным дифференциальным уравнением. Для объекта регулирования с несколькими регулируемыми величинами получим систему нелинейных дифференциальных уравнений, которая характеризует статические и динамические свойства рассматриваемого объекта регулирования. При составлении дифференциальных уравнений неизбежна определенная идеализация изучаемых процессов в объекте регулирования, причем она связана с учетом существенных явлений и связей в объектах регулирования и оценкой влияния несущественных явлений и связей, которыми пренебрегают. При этом учитываются основные регулируемые величины, а также регулирующие, управляющие и возмущающие воздействия.

Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамические свойства объекта и системы регулирования, затруднено. Это усложняет решение задачи объединения (синтеза) систем регулирования. Однако в ряде случаев при малых отклонениях физических величин возможна определенная идеализация, выражаяющаяся в пренебрежении несущественными связями и возможности использования линеаризации дифференциальных уравнений. Подобную линеаризацию допускает широкий класс объектов регулирования.

Работа большинства объектов регулирования заключается в преобразовании по определенному закону материальных или энергетических потоков. Рассмотрим основные свойства объекта регулирования с одной регулируемой величиной.

Свойства объекта регулирования можно разделить на статические и динамические. *Статические свойства* определяют способность объекта сохранять состояние равновесия и связь между различными состояниями его равновесия. Эта связь выражается различными статическими характеристиками объекта, представляющими собой зависимость между входной и выходной величинами в установившемся режиме. Эта зависимость может быть как линейной, так и нелинейной.

Динамические свойства объекта регулирования обусловливают характер протекания его переходного процесса, т.е. процесса переходов объекта из одного состояния равновесия в другое.

Статические и динамические свойства объектов оцениваются аналитически по результатам решения дифференциальных уравнений, составленных на основании материального и энергетического балансов объектов, или экспериментально по снятым с объектов характеристикам.

Подавляющее большинство объектов обладает способностью постепенно уменьшать отклонение выходной величины от первоначального значения, т.е. в них вновь устанавливается равновесие. Однако это будет уже новое установленное состояние: равновесие наступит при изменившихся расходах энергии и других параметров, а также при новом значении выходной величины объекта.

Свойство объектов восстанавливать нарушенное равновесие называется *свойством самовыравнивания*, а объекты такого рода — *статическими (устойчивыми)*. Простейшим примером статического объекта регулирования может служить напорный бак (рис. 5.1, а). Жидкость поступает в него по трубе 1 через вентиль 2 и свободно вытекает по сливной трубе 3. Входным параметром для этого объекта является расход жидкости $Q_{\text{вх}}$ через вентиль 2, а выходным параметром — уровень H . Если поступление и расход жидкости равны, то количество жидкости в баке остается постоянным и ее уровень не изменяется. Это статический режим работы объекта, который описывается уравнением материального баланса

$$Q_{\text{вх}} - Q_{\text{вых}} = 0,$$

где $Q_{\text{вх}}$ и $Q_{\text{вых}}$ — расход жидкости на входе и выходе объекта регулирования соответственно.

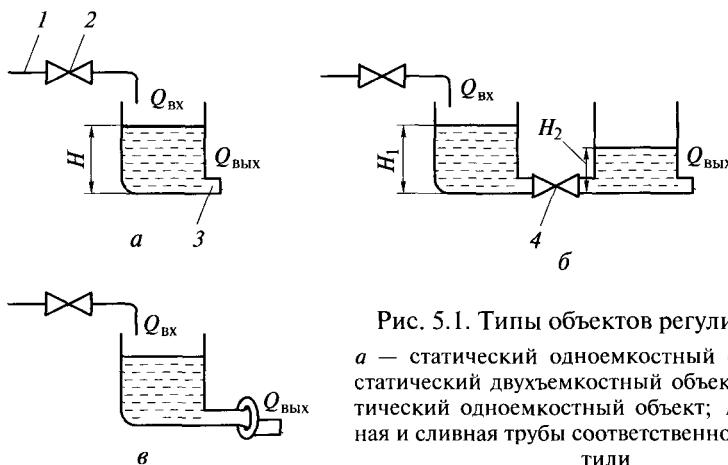


Рис. 5.1. Типы объектов регулирования:
 а — статический одноемкостный объект; б — статический двухемкостный объект; в — астатический одноемкостный объект; 1, 3 — входная и сливная трубы соответственно; 2, 4 — вентили

Этот объект обладает свойством самовыравнивания. При увеличении расхода жидкости $Q_{\text{вх}}$ увеличивается высота уровня в баке. В результате повышается напор жидкости, это приводит к увеличению объема вытекающей жидкости. В результате уровень жидкости в баке стабилизируется на новом значении. Самовыравнивание — это автоматическое регулирование, заложенное в конструкции объекта.

Статические объекты всегда представляют собой последовательное соединение различных физических емкостей и сопротивлений для поступления энергии или рабочего вещества. Число пар сопротивление — емкость определяет характер динамических характеристик объекта. В зависимости от их числа принято различать одноемкостные и многоемкостные объекты. К подобным объектам относятся сообщающиеся сосуды, разделенные вентилем 4 (рис. 5.1, б). С увеличением сопротивления вентиля разность между уровнями H_1 и H_2 возрастает.

Наибольший интерес представляет зависимость выходного параметра объекта от входного: при соединении элементов автоматики с объектом выходная величина подается на вход последующего звена, поэтому можно говорить о передаче сигнала в системе. Режим работы, при котором входной и выходной параметры постоянны, называется *статическим (установившимся)*. Характеристики, описывающие этот режим, называются *статическими*.

Статическими характеристиками обладают все элементы автоматической системы. Все характеристики можно разделить на линейные и нелинейные. *Линейные характеристики* бывают двух видов, которые можно описать следующими аналитическими выражениями:

$$Y = KX; \quad Y = -KX + B, \quad (5.1)$$

где K — коэффициент преобразования; X, Y — входной и выходной параметры объекта регулирования; B — постоянная величина.

Эти выражения связывают значения входной величины X со значениями выходной величины Y . Основным параметром этих характеристик является статический коэффициент преобразования K . Для определения коэффициента преобразования устанавливают определенное значение входного параметра X_1 и измеряют соответствующее ему выходное значение Y_1 . По результатам нескольких опытов может быть построена статическая характеристика. В этой характеристике отсутствует зависимость коэффициента преобразования от входной величины. Если эта зависимость существует, то статическая характеристика становится *нелинейной* (рис. 5.2, а). Ее пологий участок соответствует величине насыщения $Y_{\text{нас}}$. Кроме этой характеристики существуют другие, которые имеют следующие особенности:

зона нечувствительности X_n (рис. 5.2, б);

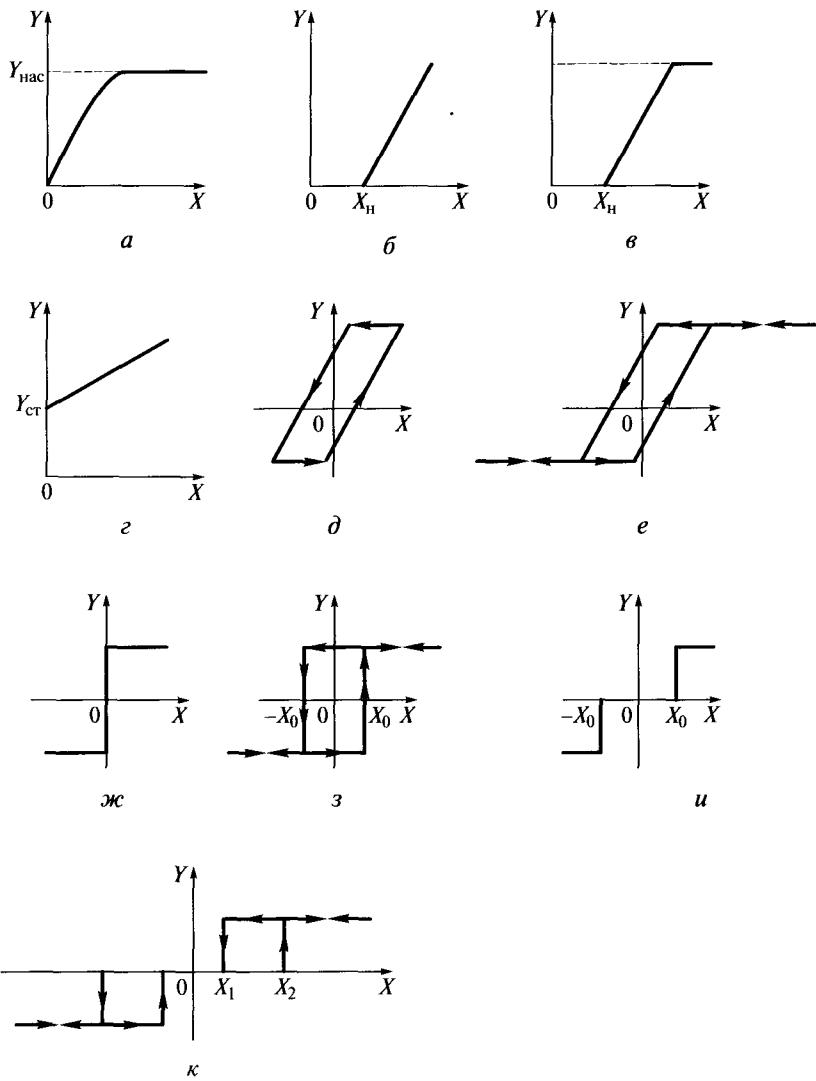


Рис. 5.2. Статические характеристики звеньев системы:

а — с уровнем насыщения; *б* — с зоной нечувствительности; *в* — с уровнем насыщения и зоной нечувствительности; *г* — со ступенькой; *д* — с люфтом; *е* — люфт с ограничением; *ж* — релейная; *з* — с зоной неоднозначности; *и* — релейная с зоной нечувствительности; *к* — релейная с зоной нечувствительности и неоднозначности

зона нечувствительности X_h и насыщения $Y_{нас}$ (рис. 5.2, *в*);
ступенька (рис. 5.2, *г*);
люфт (рис. 5.2, *д*);

люфт с ограничением (рис. 5.2, *e*);
 релейность (рис. 5.2, *ж*);
 релейность с зоной неоднозначности (рис. 5.2, *з*);
 релейность с зоной нечувствительности (рис. 5.2, *и*);
 релейность с зонами нечувствительности и неоднозначности (рис. 5.2, *к*).

Выходной параметр равен нулю для характеристик с зоной нечувствительности при малых значениях входного параметра. Только при $X > X_h$ начинается изменение выходного параметра. В этом случае значение $X = X_h$ называют *порогом чувствительности*.

Объекты, в которых изменение выходной величины при возмущении происходит неограниченно и устанавливается лишь постоянная скорость ее изменения, т.е. объекты, не обладающие свойством самовыравнивания, называются *астатическими*. Астатическим объектом может служить бак, на выходе которого установлен насос с подачей $Q_{\text{вых}}$ (см. рис. 5.1, *в*). Если приток жидкости в бак будет больше подачи насоса, т.е. $Q_{\text{вх}} > Q_{\text{вых}}$, то уровень жидкости будет подниматься с постоянной скоростью за счет разности

$$\Delta Q = Q_{\text{вх}} - Q_{\text{вых}}.$$

Таким образом, в зависимости от того, имеет или не имеет система ошибку регулирования в установившемся состоянии при внешних воздействиях, удовлетворяющих определенным условиям, системы делятся на статические и астатические.

Система автоматического регулирования называется *статической*, если при воздействии, величина которого с течением времени стремится к некоторому установившемуся постоянному значению, ошибка регулирования также стремится к постоянному значению, зависящему от величины воздействия.

Статическая система регулирования обладает следующими характерными особенностями:

- 1) равновесие системы может быть при различных значениях регулируемой величины;
- 2) каждому значению регулируемой величины соответствует единственное положение регулирующего органа;
- 3) контур регулирования системы должен состоять из статических звеньев, осуществляющих функциональную связь между значениями входного и выходного параметров.

Система автоматического регулирования называется *астатической*, если при воздействии выходная величина с течением времени не стремится к некоторому установившемуся значению.

Для астатической системы регулирования характерны следующие особенности:

- 1) равновесие системы астатического регулирования наступает при единственном значении регулируемой величины, равном заданному;

2) регулирующий орган в астатической системе должен иметь возможность занимать различные положения при одном и том же значении регулируемой величины.

Следует различать системы статические и астатические по отношению к возмущающему и управляющему воздействиям. В системах, статических по отношению к возмущающим воздействиям, неодинаковым по постоянной величине, возмущающим воздействиям соответствует различное значение регулируемой величины.

В системах, астатических по отношению к возмущающим воздействиям, значение регулируемой величины не зависит от величины возмущающего воздействия и остается постоянным, равным заданному.

В системах, статических по отношению к управляющим воздействиям, постоянным значениям этого воздействия соответствует постоянная ошибка системы, значение которой зависит от величины управляющего воздействия.

В системах, астатических по отношению к управляющим воздействиям, после окончания переходного процесса ошибка равна нулю.

Переход системы из одного установившегося режима в другой с иными значениями входного и выходного параметров называется *динамическим режимом (переходным процессом)*. В динамическом режиме отношение выходной величины к входной может быть не равно коэффициенту преобразования. Поведение объекта или других звеньев системы в переходном процессе может быть описано с помощью переходных функций. *Переходной функцией* называют зависимость выходного параметра от времени при скачкообразном изменении входного сигнала.

Динамические свойства объектов проявляются, когда возникают возмущающие воздействия на объект. Эти воздействия бывают двух видов: управляемые и неуправляемые. К *управляемым* относятся воздействия, вызванные изменением режима работы объекта, к *неуправляемым* — все остальные, которые не контролируются системой: изменение окружающей среды, пульсации питающего напряжения, изменение свойств горючих веществ и др. Чтобы определить динамические свойства объекта, рассматривают зависимости изменения регулируемой величины при типовых возмущениях. Обычно пользуются переходными характеристиками.

Переходной характеристикой объекта называется функция изменения во времени выходного параметра переходного процесса, вызванного однократным ступенчатым возмущением на входе. На рис. 5.3 представлены переходные характеристики, соответствующие параметрам на выходах статического (см. рис. 5.3, а) и астатического (см. рис. 5.3, б) объектов. Возмущение ΔX поступает по управляющему каналу.

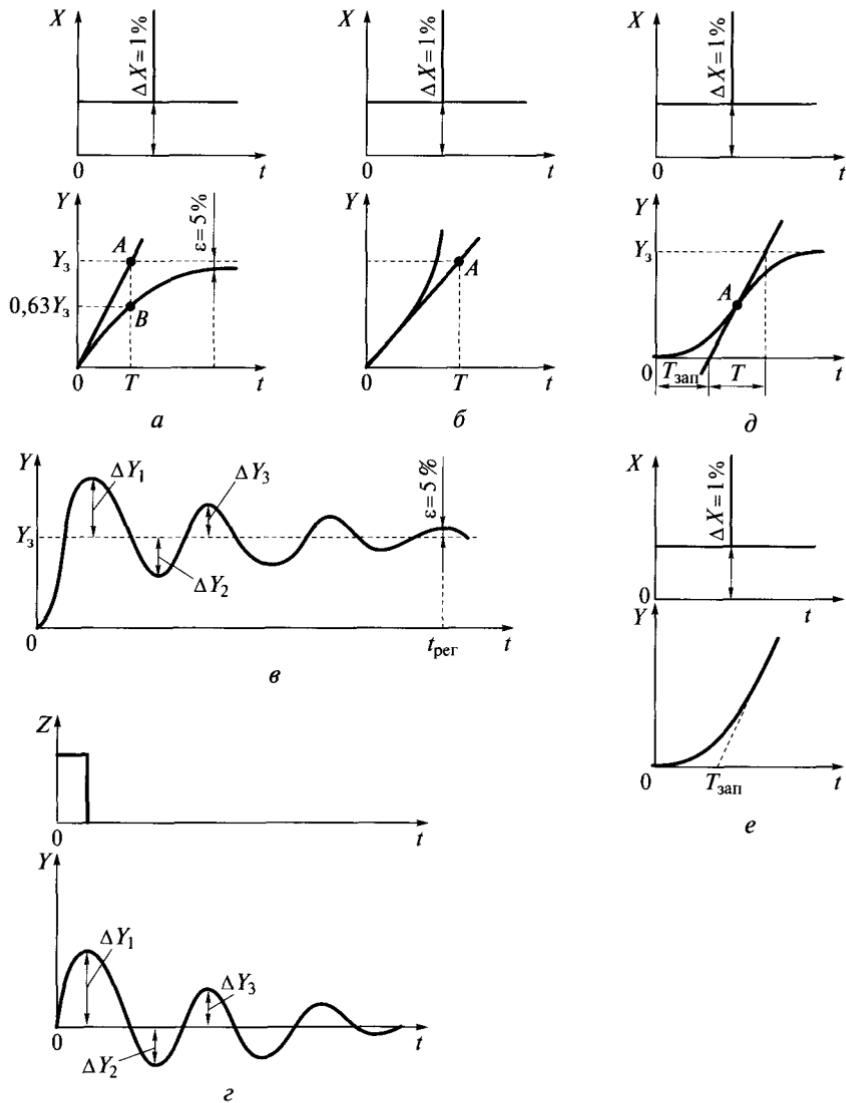


Рис. 5.3. Функции переходных процессов одноемкостных объектов:

а — для статического объекта; *б* — для астатического объекта; *в* — колебательного типа при ступенчатом возмущении; *г* — колебательного типа при импульсном возмущении; *д* — с запаздыванием для статических объектов; *е* — с запаздыванием для астатических объектов

Поведение статического объекта в переходном режиме описывается дифференциальным уравнением

$$T \frac{dY}{dt} + Y = KX,$$

где T — постоянная времени объекта; Y — выходной параметр; K — коэффициент усиления; X — входной параметр.

Решением этого дифференциального уравнения является выражение

$$Y = Y_0[1 - \exp(-t/T)],$$

где Y_0 — заданное значение выходного параметра; $\exp(-t/T) = e^{-t/T}$, e — основание натурального логарифма, $e = 2,718$; t — текущее время; T — постоянная времени объекта.

Для описания переходных процессов в астатическом объекте применяется дифференциальное уравнение

$$T \frac{dY}{dt} - Y = KX.$$

Решением этого дифференциального уравнения является выражение

$$Y = K \exp(t/T).$$

Для статического объекта выходное значение никогда не достигает заданного значения Y_0 . Практически приняли, что процесс считается установившимся, когда выходной параметр достигает значений 95 % величины Y_0 . Разницу между значениями выходного параметра в динамическом и установившемся режимах называют *динамической погрешностью*. Для ее уменьшения стремятся снизить постоянную времени T . Обычно на практике считают, что за время $t = (3 \dots 5)T$ выходной параметр достигает нового установившегося значения Y_0 .

Эта переходная характеристика имеет некоторые особенности поведения. Если провести касательную прямую в начальной точке $(0,0)$, то она пересечет уровень Y_0 в точке A (см. рис. 5.3, *a*). Опустим перпендикуляр из этой точки на ось t , получим момент времени T , который является постоянной времени процесса. По пути этот перпендикуляр пересечет кривую переходного процесса в точке B . Из этой точки проведем горизонтальную прямую, которая пересечет ось Y в точке $0,63Y_0$. Инерционность переходного процесса характеризуется значением постоянной времени T , выраженной в секундах. За время T выходной параметр достигает 63 % своего нового установившегося значения.

Во время переходного процесса могут возникнуть колебания выходного параметра. График колебательного затухающего переходного процесса показан на рис. 5.3, *в*. Эти процессы возникают

в сложных объектах, которые описываются дифференциальными уравнениями 2-го порядка. Изменение выходного параметра происходит относительно значения Y_3 . Амплитуда этих колебаний постепенно уменьшается, затухает. Для количественной оценки этого процесса вводят понятие *коэффициента затухания*, который определяется выражением

$$\Psi = 1 - \frac{\Delta Y_3}{\Delta Y_1},$$

где ΔY_1 , ΔY_3 — соседние амплитуды колебаний выходного параметра.

При незатухающем колебательном процессе коэффициент затухания равен нулю. Если же коэффициент затухания стремится к единице, то переходный процесс будет апериодическим.

Другим параметром переходного процесса является перерегулирование, которое определяется выражением

$$\sigma = \frac{\Delta Y_1}{Y_3} 100.$$

Основным показателем, характеризующим качество регулирования в установившемся режиме, является точность, с которой поддерживается постоянство регулируемого параметра. Когда амплитуда колебательного процесса достигает величины ϵ , равной 5 % значения Y_3 , считается, что процесс установился. Этот отрезок времени определяет время регулирования или время переходного процесса.

Все предыдущие рассуждения касались переходного процесса от управляющего воздействия, однако на объект регулирования действуют импульсные помехи, которые дестабилизируют состояние объекта. На рис. 5.3, г приведен переходный процесс при импульсном воздействии на объект. Для этого переходного процесса существуют те же параметры, что описаны ранее, за исключением перерегулирования, которое определяется выражением

$$\sigma = \frac{\Delta Y_2}{\Delta Y_1} 100.$$

Время завершения переходного процесса определяется значением амплитуды колебания выходного параметра. Это значение описывается выражением

$$\Delta Y_\epsilon = \Delta Y_{1\epsilon}/\sigma,$$

где ΔY_ϵ — действительное значение отклонения выходного параметра.

Процесс считается удовлетворительным, если $\sigma > 20\%$.

Колебательность переходного процесса N характеризуется числом колебаний выходного параметра за время регулирования $T_{\text{рел}}$.

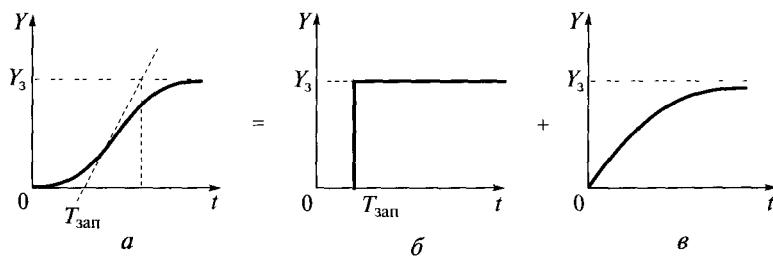


Рис. 5.4. Разложение переходной функции с запаздыванием на две составляющие:

a — переходная функция с запаздыванием; *б* — ступенчатая функция с запаздыванием; *в* — переходная функция без запаздывания

Процесс, у которого $N = 1 \dots 2$, называется *слабоколебательным*. Обычно допустимо $N = 2 \dots 3$. При $N > 3$ система требует коррекции.

При ступенчатом изменении нагрузки в объектах с самовыравниванием устанавливается новое значение регулирующего параметра. Этот процесс происходит не мгновенно, а с некоторым запаздыванием; чтобы определить время перехода из одного установленного состояния в другое, надо знать переходную функцию объекта. На рис. 5.3, *δ* приведена переходная функция, которая имеет временное запаздывание. Для статических объектов по характеристике определяется точка перегиба. Из этой точки проводится касательная, которая пересекает горизонтальную (пунктирную) линию, соответствующую уровню Y_3 , и ось t . В результате на временной оси образуются два отрезка, которые определяют время запаздывания $T_{\text{зап}}$ и постоянную времени T . Для астатического объекта (см. рис. 5.3, *ε*) определяется наклон функции переходного процесса. Если продолжить эту характеристику до оси времени, то получим точку $T_{\text{зап}}$.

Для анализа переходных функций с запаздыванием необходимо разложить исходную функцию на две составляющие (рис. 5.4). Первая составляющая (рис. 5.4, *б*) характеризует изменение времени появления ступенчатого сигнала на вход — он сдвинут на $T_{\text{зап}}$. Вторая составляющая представляет собой переходную функцию (рис. 5.4, *в*) статического объекта без запаздывания, которая описывается приведенными ранее дифференциальными уравнениями.

В настоящее время в промышленности широко применяют различные системы автоматического регулирования, в которых используют ЭВМ. Это привело к тому, что появилось множество разнообразных схем автоматических систем регулирования, поэтому дать законченную классификацию всех систем в условиях, когда создаются все новые и новые системы, достаточно трудно.

5.2. Соединение звеньев в системах автоматического управления

Типовые соединения звеньев. В реальных промышленных САУ соединение элементов между собой может быть довольно сложным. Однако любую сложную схему можно разбить на отдельные блоки с одним из трех типовых соединений: последовательным, параллельно-согласованным или параллельно-встречным.

Схема последовательного соединения звеньев представлена на рис. 5.5, а. Так как передаточная функция представляет собой отношение преобразованных по Лапласу выходного сигнала звена к входному, т. е.

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)},$$

то можно записать

$$x_{\text{вых}}(p) = W(p)x_{\text{вх}}(p).$$

Следовательно, выходной сигнал каждого из звеньев в последовательной цепи можно выразить через его передаточную функцию:

$$x_1(p) = W_1(p)x_{\text{вх}}(p);$$

$$x_2(p) = W_2(p)x_1(p);$$

$$x_{\text{вых}}(p) = x_3(p) = W_3(p)x_2(p).$$

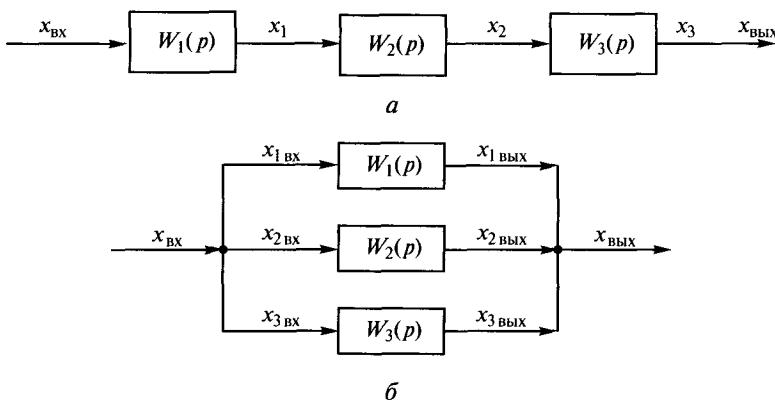


Рис. 5.5. Соединения звеньев:

a — схема цепи с последовательным соединением; *б* — схема цепи с параллельно-согласованным соединением

Последовательно подставляя в последнее уравнение выражение выходных сигналов, получим

$$x_{3\text{вых}}(p) = W_3(p)W_2(p)W_1(p)x_{\text{вх}}(p),$$

т.е. передаточная функция цепи последовательно соединенных звеньев имеет вид

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = W_1(p)W_2(p)W_3(p).$$

Чтобы получить выходной сигнал цепи, нужно умножить произведение передаточных функций ее звеньев на входной сигнал. Если вместо передаточной функции использовать дифференциальные уравнения, придется каждое из них решать отдельно, получая при этом, как правило, не общее, а только частное для заданных условий решение.

Схема параллельно-согласованного соединения звеньев приведена на рис. 5.5, б. Для этого типового соединения принимается, что входной сигнал цепи обладает достаточной мощностью, т.е. не уменьшается при разделении его на параллельные ветви, а выходной сигнал равен сумме выходных сигналов всех звеньев:

$$x_{\text{вх}} = x_{1\text{вх}} = x_{2\text{вх}} = x_{3\text{вх}},$$

$$x_{\text{вых}} = x_{1\text{вых}} + x_{2\text{вых}} + x_{3\text{вых}}.$$

Выразим выходной сигнал каждого звена этой цепи через его передаточную функцию:

$$x_{1\text{вых}}(p) = W_1(p)x_{1\text{вх}}(p);$$

$$x_{2\text{вых}}(p) = W_2(p)x_{2\text{вх}}(p);$$

$$x_{3\text{вых}}(p) = W_3(p)x_{3\text{вх}}(p).$$

С учетом принятых условий для этой цепи просуммируем последние три уравнения:

$$\begin{aligned} x_{1\text{вых}}(p) + x_{2\text{вых}}(p) + x_{3\text{вых}}(p) &= x_{\text{вых}}(p) = \\ &= [W_1(p) + W_2(p) + W_3(p)]x_{\text{вх}}(p). \end{aligned}$$

Взяв отношение выходного сигнала цепи к входному, получим передаточную функцию цепи параллельно-согласованных звеньев:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = W_1(p) + W_2(p) + W_3(p).$$

Таким образом, передаточная функция как форма записи математической модели звена или элемента очень удобна при проектировании промышленных САУ.

Схема цепи с *отрицательной обратной связью* в случае *параллельно-встречного соединения* звеньев приведена на рис. 5.6, а. Из нее видно, что $x_{1\text{вых}} = x_{\text{вых}} - x_{2\text{вых}}$.

При введении отрицательной ОС $x_{1\text{вых}} = x_{\text{вх}} - x_{2\text{вых}}$, тогда можно записать:

$$\begin{aligned}x_{1\text{вых}}(p) &= x_{\text{вых}}(p) = W_1(p)x_{\text{вх}}(p) = W_1(p)[x_{\text{вх}}(p) - x_{2\text{вых}}(p)] = \\&= W_1(p)[x_{\text{вх}}(p) - W_2(p)x_{2\text{вх}}(p)] = W_1(p)[x_{\text{вх}}(p) - W_2(p)x_{\text{вых}}(p)].\end{aligned}$$

Раскрыв квадратные скобки, получим

$$x_{\text{вых}}(p) = W_1(p)x_{\text{вх}}(p) - W_1(p)W_2(p)x_{\text{вых}}(p),$$

или

$$x_{\text{вых}}(p) = [1 + W_1(p)W_2(p)] = W_1(p)x_{\text{вх}}(p).$$

Таким образом, передаточная функция цепи с параллельно-встречным соединением звеньев с отрицательной ОС будет иметь вид

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}.$$

На рис. 5.6, б дана схема соединения двух звеньев с положительной ОС. В этом случае $x_{1\text{вых}} = x_{\text{вх}} + x_{2\text{вых}}$.

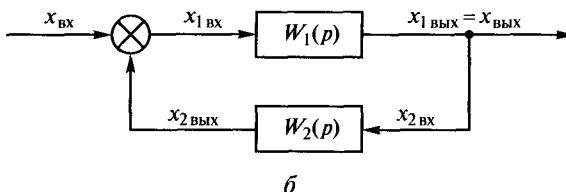
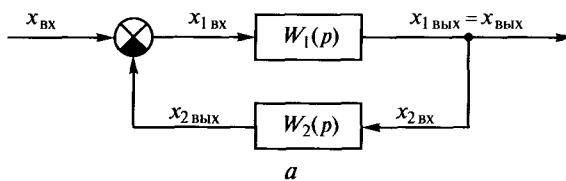


Рис. 5.6. Схемы цепей с ОС:
а — отрицательной; б — положительной

Используя предыдущие рассуждения, получим следующую передаточную функцию цепи с параллельно-встречным соединением звеньев с положительной ОС:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{W_1(p)}{1 - W_1(p)W_2(p)}.$$

Сложные соединения звеньев. На рис. 5.7 изображена схема сложного соединения звеньев в САУ, на которой нетрудно увидеть типовые соединения. Первое и второе звенья здесь объединены в блок I с параллельно-согласованным соединением, пятое и шестое — в блок III с последовательным соединением. В блок II выделено четвертое звено, охваченное собственной положительной ОС. Условно можно принять, что в эту ОС включено пропорциональное звено с коэффициентом усиления, равным единице. Запишем передаточные функции выделенных блоков:

$$W_1(p) = W_1 + W_2(p);$$

$$W_{\text{II}}(p) = \frac{W_4(p)}{1 - W_4(p)};$$

$$W_{\text{III}}(p) = W_5(p)W_6(p).$$

В свою очередь, блок I, третье звено и блок II соединены последовательно, а блок III включен в цепь отрицательной ОС. Используя приведенные ранее формулы, запишем передаточную функцию всей САУ:

$$\begin{aligned} W_{CFE}(p) &= \frac{[W_1(p) + W_2(p)]W_3(p) \frac{W_4(p)}{1 - W_4(p)}}{1 + [W_1(p) + W_2(p)]W_3(p) \frac{W_4(p)}{1 - W_4(p)} W_5(p)W_6(p)} = \\ &= \frac{[W_1(p) + W_2(p)]W_3(p)W_4(p)}{1 - W_4(p) + [W_1(p) + W_2(p)]W_3(p)W_4(p)W_5(p)W_6(p)}. \end{aligned}$$

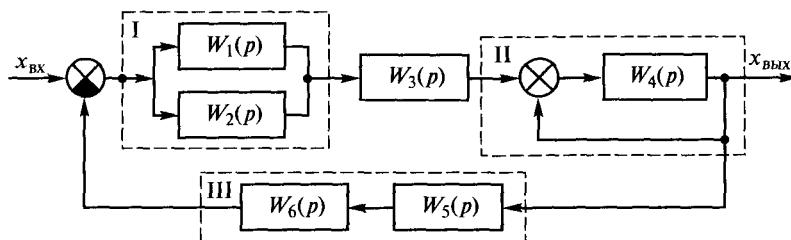
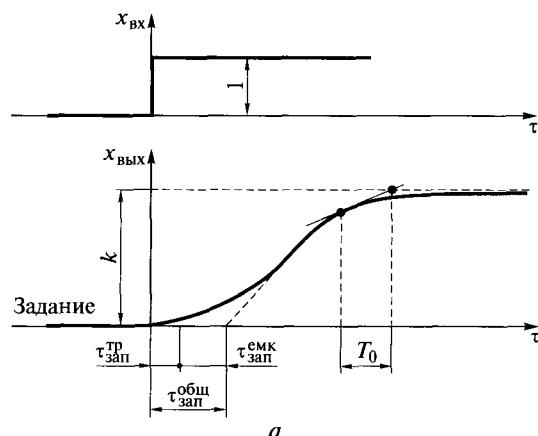


Рис. 5.7. Схема сложного соединения элементов в САУ

Аппроксимация сложных объектов совокупностью нескольких типовых звеньев. Предположим, что на действующем объекте получена экспериментальная переходная функция (рис. 5.8, а). По этой переходной функции видно, что сначала на выходе объекта имеет место чистое (транспортное) запаздывание — $\tau_{\text{зап}}^{\text{тр}}$, а затем выходной сигнал объекта изменяется как выходной сигнал апериодического звена 2-го порядка. Известно, что определение коэффициентов T_1 и T_2 в передаточной функции апериодического звена 2-го порядка — довольно сложная процедура. Поэтому на практике часто выполняют следующее упрощение: к точке перегиба переходной характеристики апериодического звена 2-го порядка проводят касательную и получают на оси времени отрезок $\tau_{\text{зап}}^{\text{емк}}$, называемый *емкостным запаздыванием*; дальнейшее изменение выходного сигнала объекта аппроксимирует апериодическим звеном, коэффициенты передаточной функции которого легко определить по его переходной характеристике.

Таким образом, сложный объект в этом случае заменяется (аппроксимируется) цепью из двух последовательно соединенных



а

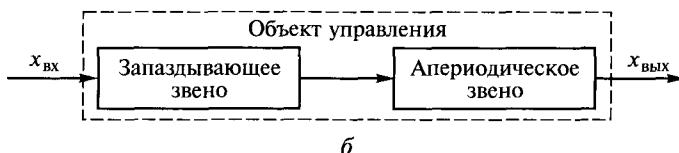


Рис. 5.8. Статический объект с запаздыванием:

а — входной сигнал и экспериментальная переходная функция; б — схема цепи звеньев, полученной при аппроксимации сложного статического объекта с запаздыванием

звеньев: запаздывающего с общим запаздыванием $\tau_{\text{зап}}^{\text{общ}} = \tau_{\text{зап}}^{\text{гр}} + \tau_{\text{зап}}^{\text{емк}}$ и апериодического (рис. 5.8, б).

Передаточная функция данного сложного объекта будет иметь вид

$$W(p) = \exp(-pt) \frac{k}{T_0 p + 1}.$$

Все коэффициенты передаточной функции легко определить по экспериментальной переходной характеристике, показанной на рис. 5.9. Объект в данном случае называется *статическим объектом с запаздыванием*.

Пусть на действующем объекте получена переходная характеристика (см. рис. 5.9, а). По этой переходной характеристике видно, что сначала на выходе объекта имеет место транспортное запаздывание $\tau_{\text{зап}}^{\text{тр}}$, а затем переходная характеристика переходит в прямую линию с углом наклона α к оси абсцисс — оси времени. Продолжив до пересечения с осью времени эту прямую, получим отрезок времени, который называют *емкостным запаздыванием* $\tau_{\text{зап}}^{\text{емк}}$.

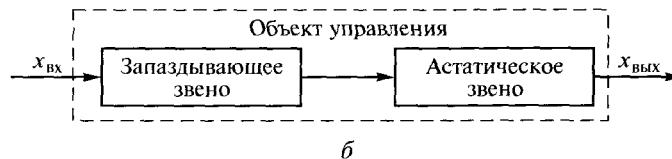
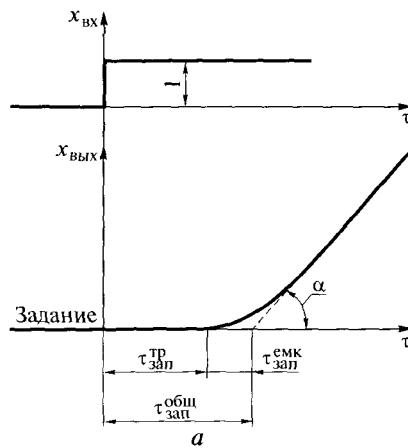


Рис. 5.9. Астатический объект с запаздыванием:

а — входной сигнал и экспериментальная переходная функция; б — схема цепи звеньев, полученной при аппроксимации сложного астатического объекта с запаздыванием

Замена изогнутого участка экспериментальной переходной характеристики на две прямые линии не приводит к большим погрешностям при аппроксимации.

Следовательно, сложный объект в этом случае можно заменить цепью из двух последовательно соединенных звеньев: запаздывающего с общим запаздыванием $\tau_{\text{зап}}^{\text{общ}} = \tau_{\text{зап}}^{\text{тр}} + \tau_{\text{зап}}^{\text{емк}}$ и астатического (см. рис. 5.9, б).

Передаточная функция данного сложного объекта будет иметь вид

$$W(p) = \exp(-pt) \frac{1}{Tp}.$$

Коэффициент T полученной передаточной функции легко определить через тангенс угла α : $T = 1/\text{tg}\alpha$.

Объект в данном случае называется *астатическим объектом с запаздыванием* (запаздывание транспортное или емкостное, а часто и то, и другое, присущее объектам большой емкости или массы).

5.3. Статический режим работы системы

Любая автоматическая система состоит из отдельных связанных между собой элементов. С точки зрения функциональных задач, выполняемых элементами в системе, их можно разделить на воспринимающие, задающие, сравнивающие, корректирующие и т. д. Структурная схема системы представлена на рис. 5.10, а.

Воспринимающие элементы (датчики) Д измеряют физические параметры объекта и преобразуют их в электрический сигнал.

Задающие элементы (задатчики) З служат для задания требуемого значения регулируемого параметра. *Сравнивающие элементы* СЭ сопоставляют заданное значение управляемой величины с действительным значением параметра ОР (объекта регулирования). Полученный на выходе сравнивающего устройства сигнал рассогласования передается через усилитель У на исполнительный механизм ИМ, который, в свою очередь, управляет регулирующим органом РО. Этот орган управляет состоянием объекта. Исполнительный механизм и регулирующий орган изменяют количество энергии (вещества), подводимой к объекту или отводимой от него.

Корректирующие элементы К служат для улучшения качества процесса управления. Эти элементы могут устанавливаться как после усилителя, так и после датчика.

Кроме этой подробной структурной схемы системы в автоматике применяется упрощенная схема, которая состоит из функциональных блоков. Наиболее крупным блоком является регулятор Р, который включает в себя сравнивающее устройство, уси-

литель и корректирующие элементы. Можно объединить исполнительный механизм с регулирующим органом и возложить на него функции управления объектом. Новая структурная схема приведена на рис. 5.10, б.

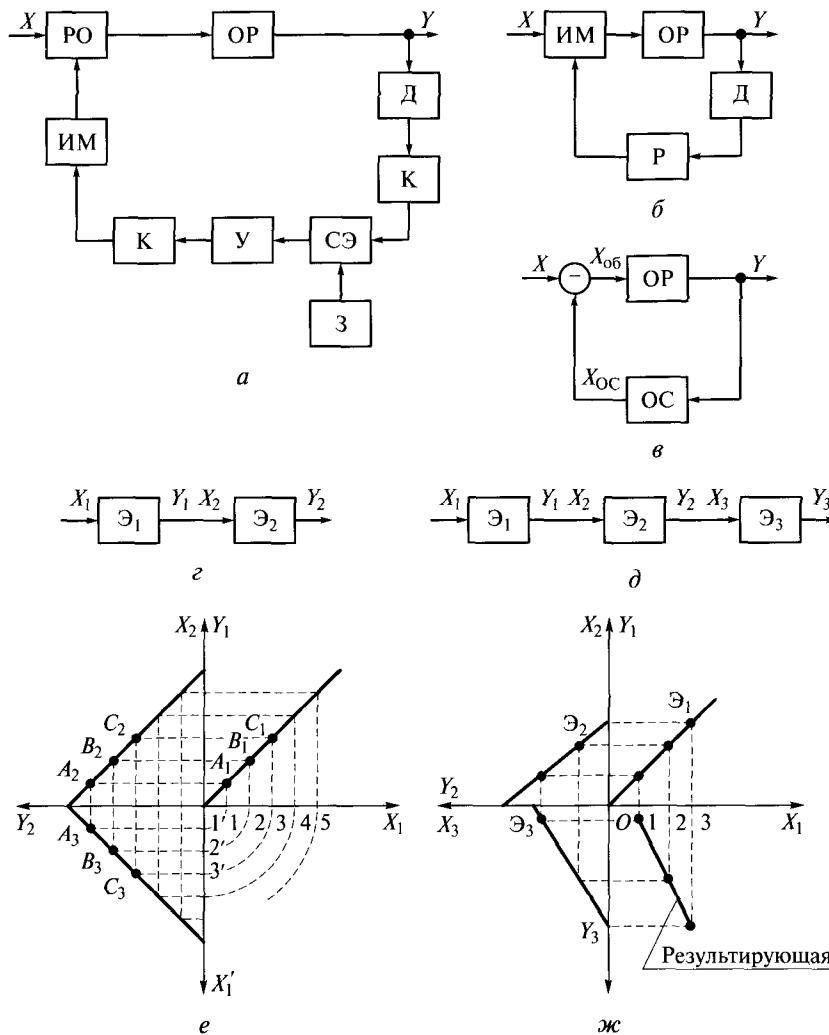


Рис. 5.10. Структурные схемы и статические характеристики:

а — детальная структурная схема системы автоматического регулирования; **б** — четырехэлементная структурная схема; **в** — двухэлементная структурная схема; **г** — последовательное включение двух элементов; **д** — структурная схема включения трех элементов; **е** — результирующая статическая характеристика для двух последовательно включенных элементов; **ж** — система координат со статическими характеристиками

Все элементы автоматики независимо от их назначения обладают определенной совокупностью характеристик и параметров, которые определяют их эксплуатационные и технологические особенности. Основной характеристикой является *статическая характеристика элемента*, которая представляет собой зависимость выходной величины Y от входной X в установившемся режиме, т. е. $Y=f(X)$. Если исключить из рассмотрения все нелинейности, присущие этим характеристикам, то можно описать элементы автоматики линейными характеристиками.

Основным параметром этих характеристик является коэффициент передачи K . В большинстве случаев статический коэффициент передачи называется коэффициентом усиления — в усилителях, коэффициентом редукции — в редукторах, коэффициентом трансформации — в трансформаторах.

Для элементов с нелинейной характеристикой используют дифференциальный коэффициент передачи $K_{\text{диф}} = \Delta X_{\text{вых}} / \Delta X_{\text{вх}}$.

Относительный коэффициент передачи $K_{\text{от}}$ равен отношению относительного изменения выходной величины элемента к относительному изменению входной величины:

$$K_{\text{от}} = \frac{\Delta X_{\text{вых}} / X_{\text{вых}}}{\Delta X_{\text{вх}} / X_{\text{вх}}}.$$

Этот коэффициент является безразмерной величиной и удобен при сравнении элементов, различных по конструкции и принципу действия.

Особенностью автоматических замкнутых систем, в которых используется принцип управления по отклонению, является наличие ОС. Обратная связь бывает положительной и отрицательной, жесткой и гибкой, главной и дополнительной. При *положительной обратной связи* совпадают знаки воздействия ОС и задающего воздействия. В противном случае обратную связь называют *отрицательной*. Если на передаваемое воздействие влияет только значение регулируемого параметра, т. е. она не зависит от времени, то такую связь считают *жесткой*. Жесткая ОС действует как в установившемся, так и в переходном режимах. *Гибкая ОС* действует только в переходном режиме и характеризуется первой или второй производной от изменения управляемой величины по времени. У гибкой ОС сигнал на выходе существует тогда, когда управляемая величина изменяется во времени.

Главная ОС соединяет выход системы управления с ее входом, т. е. связывает управляемую величину с задающим устройством. Остальные ОС считаются *дополнительными (местными)*. Такие связи передают сигнал воздействия с выхода какого-либо элемента системы на вход любого предыдущего элемента. Их используют для улучшения свойств и характеристик отдельных элементов.

Далее при исследовании автоматической системы с ОС упростим ее структурную схему до вида, представленного на рис. 5.10, в. Будем считать, что объект имеет коэффициент передачи $K_{об}$, а коэффициент передачи ОС — M . В этом случае можно написать два уравнения: для объекта $Y = K_{об}X_{об}$, а для ОС $X_{ОС} = MY$. Если ОС положительная, то существует связь $X_{об} = X + X_{ОС}$. Для отрицательной связи имеем $X_{об} = X - X_{ОС}$.

Проведем преобразования, в результате получим

$$Y = K(X + MY).$$

Отсюда

$$Y = XK/(1 - KM).$$

Обозначив через $K_{ОС}$ коэффициент усиления системы с обратной связью, получим

$$K_{ОС} = \frac{Y}{X} = \frac{K}{1 - KM}. \quad (5.2)$$

Из выражения (5.2) следует, что введение положительной ОС увеличивает коэффициент усиления системы цепи с ОС.

При отрицательной ОС на входе системы образуется разностный сигнал. В этом случае получим выражение

$$K_{ОС} = K/(1 + KM). \quad (5.3)$$

Из выражения (5.3) можно сделать вывод, что введение отрицательной ОС уменьшает коэффициент усиления системы цепи ОС.

Однако на практике приходится считаться с непостоянством коэффициента передачи системы без ОС, поэтому рассмотрим влияние изменений K на величину коэффициента усиления при наличии ОС $K_{ОС}$. Для этой цепи определим относительную чувствительность S_q коэффициента $K_{ОС}$ к изменению коэффициента K , считая коэффициент ОС величиной постоянной:

$$S_q = \frac{\Delta K_{ОС}/K_{ОС}}{\Delta K/K} = \frac{dK/dK_{ОС}}{K_{ОС}/K}. \quad (5.4)$$

Эта величина показывает, во сколько раз относительная статическая ошибка коэффициента передачи с ОС отличается от относительной статической ошибки коэффициента передачи без ОС. Дифференцируя выражение (5.2) и подставляя результат в выражение (5.4), получим для положительной ОС:

$$S_q = \frac{1}{1 - KM}. \quad (5.5)$$

Аналогично, дифференцируя выражение (5.3) и подставляя его в выражение (5.4), получим для случая отрицательной ОС:

$$S_{\text{q}} = \frac{1}{1 + KM}. \quad (5.6)$$

Сравнивая выражения (5.5) с (5.2) и (5.6) с (5.3), находим

$$K_{\text{OC}} = S_{\text{q}} K.$$

Из рассмотренного процесса следует важный вывод: введение ОС изменяет относительную статическую ошибку системы во столько же раз, во сколько раз изменяется коэффициент передачи. В связи с этим введение положительной ОС увеличивает коэффициент передачи, но увеличивает и статическую ошибку системы. Отрицательная ОС уменьшает статическую ошибку системы, но уменьшает и коэффициент передачи.

Пусть, например, коэффициент передачи без ОС $K = 6$ и статическая ошибка его вследствие колебания напряжения питания, температуры и прочего $\Delta K/K = 5\%$. Введем ОС с коэффициентом $M = 0,15$. Коэффициент передачи с ОС

$$K_{\text{OC}} = \frac{K}{1 - KM} = \frac{6}{1 - 6 \cdot 0,15}; \quad K_{\text{OC}} = \frac{K}{1 + KM} = \frac{6}{1 + 6 \cdot 0,15}.$$

Относительная статическая ошибка составит

$$\frac{\Delta K_{\text{OC}}}{K_{\text{OC}}} = S_{\text{q}} \frac{\Delta K/K}{1 - KM} = \frac{5}{1 - 6 \cdot 0,15}; \quad \frac{\Delta K_{\text{OC}}}{K_{\text{OC}}} = S_{\text{q}} \frac{\Delta K/K}{1 + KM} = \frac{5}{1 + 6 \cdot 0,15}.$$

Учитывая, что введение положительной ОС увеличивает коэффициент передачи и статическую ошибку в 10 раз, получим $K_{\text{OC}} = 60$ и $\Delta K_{\text{OC}}/K_{\text{OC}} = 50\%$. Введение отрицательной ОС уменьшает коэффициент передачи и статическую ошибку в 1,9 раза, поэтому $K_{\text{OC}} = 3,16$ и $\Delta K_{\text{OC}}/K_{\text{OC}} = 2,6\%$.

Необходимо отметить, что при положительной ОС возникает опасность неустойчивости работы системы, она переходит в релейный режим работы.

Таким образом, анализируя коэффициент передачи системы с ОС, все элементы связи заменили одним эквивалентным элементом. При этом новый элемент должен обладать определенной статической характеристикой. Возникает естественный вопрос: какой вид имеет эта характеристика? Чтобы ответить на него, рассмотрим процесс формирования статической характеристики двух последовательно включенных элементов. Эта статическая характеристика определяется двумя способами: аналитическим и графическим. Пусть первый элемент \mathcal{E}_1 имеет статическую харак-

ристику, которая описывается уравнением $Y_1 = K_1 X_1$, для второго элемента \mathcal{E}_2 имеем $Y_2 = -K_2 X_2 + B$. Схема включения элементов показана на рис. 5.10, *г*, а статические характеристики двух элементов приведены на рис. 5.10, *д*.

Согласно рис. 5.10, *д* значения переменной Y_1 равняются значениям переменной X_2 ($Y_1 = Y_2$). Следовательно, если уравнение, описывающее статическую характеристику первого элемента, подставить в уравнение, определяющее статическую характеристику второго элемента, то получим общее уравнение для двух элементов

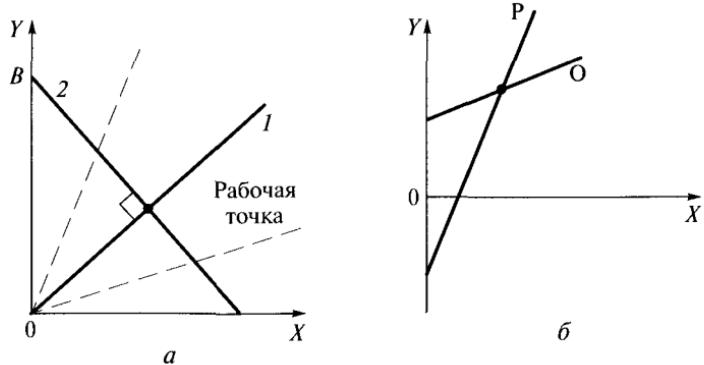
$$Y_2 = -K_2(K_1 X_1) + B, \text{ или } Y_2 = -K_1 K_2 X_1 + B,$$

где B — максимальное значение выходного параметра.

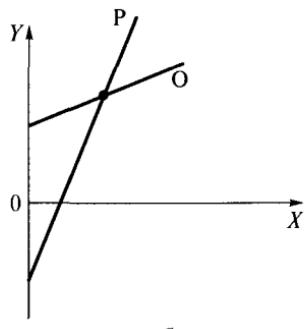
Графически это представляется в следующем виде (рис. 5.10, *е*): строится система координат $Y_1 - X_1$. Вдоль оси Y_1 проводится ось X_2 и перпендикулярно этой оси — ось Y_2 . Оси X_1 и Y_2 располагаются на одной прямой. Повернем ось X_1 на 90° вниз, и она займет положение оси X'_1 . Оси X'_1 и Y_1 (X_2) лежат на одной прямой.

Разделим ось X_1 на равные отрезки, которые отмечены цифрами 1, 2, 3 и т. д. Ось X'_1 будет иметь аналогичную шкалу. Из точек 1, 2, 3, ... и проведем вертикальные линии, пересекающие функцию в точках A_1, B_1, C_1, \dots . Из этих точек проведем горизонтальные прямые, пересекающие вторую функцию в точках A_2, B_2, C_2, \dots . Из них построим вертикальные прямые, проходящие в системе координат $Y_2 OX'_1$. Из точек 1', 2', 3', ... проведем горизонтальные линии, пересекающие вертикальные линии. Точки пересечения имеют маркировку A_3, B_3, C_3, \dots . В результате образуются замкнутые контуры: 1— A_1 — A_2 — A_3 —1'—1; 2— B_1 — B_2 — B_3 —2'—2 и т. д. Соединим точки A_3, B_3, C_3, \dots . Эта линия будет статической характеристикой двух последовательно включенных элементов. Аналогичным образом можно построить общую статическую характеристику для трех элементов (см. рис. 5.10, *ж*). Этот процесс позволяет определить общую статическую характеристику для трех основных элементов системы автоматического регулирования: датчика, регулятора и исполнительного механизма с регулирующим органом (рис. 5.10, *ж*). При практической реализации этого метода определения общей статической характеристики необходимо обращать внимание на равенство масштабов совмещенных осей.

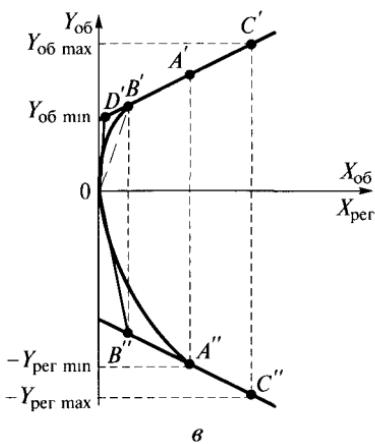
Таким образом, систему автоматического регулирования можно представить в виде двух элементов (звеньев): объекта регулирования и регулятора. Эти два звена включены встречно-параллельно. Каждое звено имеет свою статическую характеристику. Эти характеристики должны взаимодействовать друг с другом таким образом, чтобы получилась рабочая точка системы. Оптимальное взаимодействие характеристик возможно только при их пересечении,



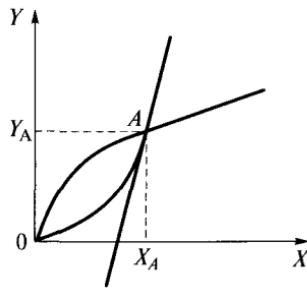
а



б



в



г

Рис. 5.11. Статические характеристики объекта и регулятора:

а — взаимно-перпендикулярное положение статических характеристик объекта и цепи обратной связи; б — взаимодействие статических характеристик объекта (О) и обратной связи (Р); в — аппроксимация нелинейных статических характеристик; г — характеристики объекта и регулятора, рабочая точка и динамический диапазон

как показано на рис. 5.11, а. Если прямая 2 является характеристикой объекта, то прямая 1 — характеристикой регулятора. Положим, объект имеет линейную передаточную характеристику с коэффициентом K_1 , тогда

$$Y = B - K_1(X_1 + X_{\text{пер}}),$$

где B — максимальное значение выходного параметра Y .

Передаточная функция регулятора также линейна и описывается уравнением

$$X_{\text{пер}} = K_2 Y.$$

Подставим второе уравнение в первое и получим выражение

$$Y = B - K_1 X - K_1 K_2 Y$$

или

$$Y = \frac{B - K_1 X}{1 + K_1 K_2} = \frac{B}{1 + K_1 K_2} - \frac{K_1 X}{1 + K_1 K_2}.$$

В этой формуле существует линейная связь между входными и выходными величинами.

Рассмотрим другой случай, когда объект описывается уравнением

$$Y = K_1(X_1 + X_{\text{per}}),$$

а характеристика регулятора — выражением

$$X_{\text{per}} = B - K_2 Y.$$

Подставим это выражение в предыдущее и получим

$$Y = K_1 X + K_1(X_{\text{per}} - K_2 Y)$$

или

$$Y = \frac{K_1(B + X)}{1 + K_1 K_2} = \frac{K_1 B}{1 + K_1 K_2} + \frac{K_1 X}{1 + K_1 K_2}.$$

В этом выражении также существует линейная зависимость между входной и выходной величинами.

Полученные выражения дают основание утверждать, что для анализа системы неважно, какие характеристики имеют объект и регулятор. Главное то, что эти характеристики должны пересекаться в одной точке, которая является рабочей. Задатчик (см. рис. 5.11, а), подключенный к регулятору, управляет положением рабочей точки, перемещая ее по статической характеристике объекта. Это перемещение возможно только за счет изменения угла наклона статической характеристики регулятора.

При пересечении характеристик образуется угол, близкий к прямому. Это идеальный случай. Система имеет максимальную статическую стабильность. Если угол находится в диапазоне 90...60°, то стабильность хорошая, в диапазоне 60...30° — удовлетворительная. При плохой стабильности угол находится в диапазоне 30...0°.

Ранее были приведены статические характеристики, имеющие разные углы наклона к осям координат. Такое положение характеристики не является обязательным условием стабильности рабо-

чей точки. Можно получить удовлетворительные результаты, когда характеристики имеют одинаковые углы наклона (рис. 5.11, б). Эти характеристики также пересекаются. Если характеристика объекта описывается выражением

$$Y = K_1(X + X_{\text{per}}),$$

а характеристика регулятора — выражением

$$X_{\text{per}} = K_2 Y - B,$$

то их пересечение даст уравнение вида

$$Y = \frac{K_1 X}{1 - K_1 K_2} - \frac{B}{1 - K_1 K_2}.$$

В этом случае нормальная работа системы зависит от произведения $K_1 K_2$, которое должно быть меньше единицы $K_1 K_2 < 1$. При $K_1 K_2 = 1$ получим $Y = \infty$, что невозможно. Система не будет устойчивой.

Рассмотрим случай взаимодействия объекта и цепи ОС (регулятора) с нелинейными характеристиками. Пусть объект имеет статическую характеристику, которая отображается в первом квадранте (рис. 5.11, в) и описывается выражением

$$Y_{\text{об}} = K_1(X_{\text{об}})^{1/2}.$$

Входным параметром объекта является $X_{\text{об}}$. Регулятор имеет статическую характеристику, которая отображается в четвертом квадранте (см. рис. 5.11, в) и описывается выражением

$$X_{\text{per}} = K_2 Y_{\text{per}}^2.$$

Входным параметром регулятора является Y_{per} . Причем $Y_{\text{per}} = Y_{\text{об}}$. Оси $X_{\text{об}}$ и X_{per} совпадают. Если повернуть координатные оси характеристики регулятора на 90° относительно начала координат, то ось X_{per} совпадет с осью $Y_{\text{об}}$, а ось Y_{per} — с осью $X_{\text{об}}$. Отображая эти характеристики в единой системе координат (рис. 5.11, г) $Y = f(X)$, получим две статические характеристики, которые пересекаются в рабочей точке A . В этом случае статическая характеристика регулятора будет описываться выражением

$$Y = K_1 X^2,$$

а статическая характеристика объекта — выражением

$$Y = K_2(X)^{1/2}.$$

Если составить уравнение вида

$$K_2(X)^{1/2} - K_1 X^2 = 0,$$

то можно определить значение координаты X_A рабочей точки

$$K_2 X = K_1^2 X^4 \text{ или } X_A = (K_2 K_1^2)^{1/3}.$$

Координата Y_A рабочей точки определяется выражением

$$Y_A = K_1 (K_3^2 / K_1^4)^{1/3} \text{ или } Y_A = (K_3^2 / K_1^2)^{1/3}.$$

При управлении объектом рабочая точка регулятора A'' (см. рис. 5.11, в) перемещается по статической характеристике. Линейный участок этой характеристики лежит в диапазоне значений $\Delta Y_{\text{пер}} = Y_{\text{пер max}} - Y_{\text{пер min}}$. Точка $B'' = -Y_{\text{пер min}}$ определяется пересечением двух касательных (касательной к линейному участку и касательной, которая проводится из начала координат). Точка $C'' = Y_{\text{пер max}}$ определяет максимально допустимое значение регулятора. При определении линейного участка по статической характеристике объекта можно получить точку D' . Линейный участок статической характеристики объекта более длинный, чем у регулятора. Однако он не полностью используется с целью регулирования. Динамический участок работы объекта равен $\Delta Y_{\text{об}} = Y_{\text{об max}} - Y_{\text{об min}}$.

В результате можно составить выражение

$$D = \Delta Y_{\text{об}} / \Delta Y_{\text{пер}}.$$

Динамический коэффициент D может меняться в широком диапазоне значений $D < 1$ и $D > 1$. В идеальном случае $D = 1$. Поскольку можно принять, что $\Delta Y_{\text{пер}} = K_1(\Delta X_{\text{об}})^{1/2}$, а $\Delta Y_{\text{пер}} = K_2 \Delta X_{\text{пер}}^2$, крутизна каждой из этих характеристик определяется коэффициентами K_1 и K_2 . В результате получим

$$D = K_1 (\Delta X_{\text{об}})^{1/2} / (K_2 \Delta X_{\text{пер}}^2).$$

Меняя в этом выражении отношение коэффициентов K_1/K_2 , можно регулировать величину D и тем самым получить значение $D = 1$. Если при расчетах динамического диапазона получается значение D , не равное единице, то целесообразно в цепь между датчиком и регулятором поставить усилительное звено с коэффициентом K_{yc} , что приведет к выравниванию значения коэффициента D :

$$D = \Delta Y_{\text{об}} / \Delta Y_{\text{пер}} K_{yc}.$$

Коэффициент K_{yc} может принимать значения $K_{yc} < 1$ и $K_{yc} > 1$.

5.4. Динамический режим работы системы

Для решения любой задачи, связанной с расчетом автоматической системы управления, необходимо прежде всего дать математическое описание исследуемой системы с помощью алгебраических и дифференциальных уравнений. Различают два рода уравнений: уравнения статики, или уравнения установившихся режимов, и уравнения динамики, или уравнения переходных процессов.

Уравнения статики, при которых возмущающие и задающие воздействия принимаются постоянными, обычно являются алгебраическими, а *уравнения динамики* — дифференциальными. Они определяют поведение системы в переходном процессе при действии возмущающих сил или после прекращения их действия. Для составления уравнений динамики автоматическую систему разбивают на элементы (звенья) и для каждого из них составляют соответствующее уравнение на основании того физического закона, от которого зависит процесс, происходящий в данном звене. Структура уравнений динамики, определенных для всех звеньев автоматической системы, определяет процесс автоматического управления.

Составление уравнений динамики звеньев автоматической системы управления на основе физических законов является самой ответственной задачей при расчете автоматической системы, поскольку неточность в исходных предпосылках может исказить результаты последующих расчетов. В промышленных установках проходит множество процессов, поэтому дать какие-либо общие рекомендации (кроме уже упомянутых) по составлению уравнений динамики звеньев не представляется возможным. В каждом случае необходим индивидуальный подход к конкретной промышленной установке, поэтому, как правило, уравнения динамики промышленных объектов зависят от умения исследователя.

Общее уравнение современных систем является сложным дифференциальным уравнением высокого порядка и часто нелинейным. Анализ такого уравнения является трудоемкой математической задачей, поэтому следует его упростить, пренебрегая некоторыми величинами, влияние которых значительно меньше остальных. Нелинейные уравнения заменяют приближенными линейными уравнениями, пользуясь при этом чаще всего методом отклонений. Идея малости отклонений не противоречит, а соответствует принципу работы замкнутой системы. В этом случае в уравнения процесса регулирования вводят не абсолютные значения величин, а их отклонения. Анализ таких уравнений значительно упрощается, так как становится возможным применение принципа наложения. Это незначительно влияет на точность расчета, если исходить из движения системы в пределах малых отклонений.

от состояния равновесия. Это позволяет переходить от уравнений звеньев в частных производных к обычным линейным уравнениям с постоянными коэффициентами. При разработке математической модели системы намечают обобщенные коэффициенты, выбирают начало и направление отсчета. При этом руководствуются тем, что уравнение системы составляется в приращениях, а за начало отсчета выбирают равновесное состояние системы. Для составления уравнений с помощью метода отклонений прежде всего необходимо получить зависимость между обобщенными координатами для состояния равновесия системы. После этого считают равновесие нарушенным и составляют уравнение переходного режима. Для этого вычитают из уравнения динамики уравнение статики.

Составление уравнений системы — ответственный и сложный процесс. Эта задача для уравнений динамики значительно упрощается при использовании ТДЗ, которые описаны дифференциальными уравнениями, передаточными функциями и всеми необходимыми характеристиками.

Если при составлении дифференциальных уравнений системы управления принимаются во внимание все факторы, влияющие на динамику процесса регулирования, то уравнения получаются сложными, в большинстве случаев нелинейными. В связи с этим для аналитического решения задач в общем виде иногда приходится заменять нелинейные уравнения приближенными линейными. Такая операция называется *линеаризацией*.

Основой линеаризации уравнений является предположение, что в течение всего процесса регулирования имеют место лишь достаточно малые отклонения всех изменяющихся переменных от их установившихся значений. Вводя в нелинейные уравнения процесса управления не абсолютные значения переменных, а их отклонения, удается перейти к линейным уравнениям в приращениях.

Линеаризация уравнений и запись их в приращениях позволяет получить нулевые начальные условия, необходимые при решении дифференциальных уравнений.

При линеаризации уравнений движения элементов системы управления рабочая точка должна соответствовать установившемуся режиму. В этом режиме есть только постоянная составляющая, а все производные $Y^{(n)} = 0$, т.е. все отклонения 1-го, 2-го и прочих порядков, равны нулю. В устойчивых САУ отклонения переменных достаточно малы, поэтому ими можно пренебречь. Вследствие этого для инженерных расчетов систем управления используют дифференциальные уравнения не выше 2-го порядка.

Метод малых отклонений неприменим для линеаризации исходного дифференциального уравнения, если функция Y имеет разрывы непрерывности или неоднозначность по какой-либо из

переменных. Подобная линеаризация необходима в тех случаях, когда в автоматической системе управления применяются элементы с нелинейными статическими характеристиками. Эти элементы, как правило, работают в определенной рабочей точке. Предположим, что при действии входного параметра его величина изменяется в пределах $X_{\min} < X < X_{\max}$. Если $X_{\max} - X_{\min} = \Delta X$ — мало, то на этом участке статическая характеристика с достаточной точностью может быть аппроксимирована прямой. Эта прямая принята за статическую характеристику. Следовательно, приближенно можно считать $Y = KX$. Такую простую линеаризацию — метод усреднения — используют в инженерной практике, когда на рабочем участке характеристика достаточно гладкая.

Чаще применяют метод малых отклонений, который позволяет линеаризовать как нелинейные статические характеристики, так и линейные дифференциальные уравнения. Это связано с тем, что динамические свойства реальных элементов систем регулирования иногда выражаются весьма сложными дифференциальными уравнениями.

Свойства такого простого элемента, как термопара, описываются дифференциальным уравнением 3-го порядка. Порядок дифференциального уравнения системы регулирования, состоящей из замкнутого контура последовательно включенных звеньев, равен сумме порядков дифференциальных уравнений звеньев. Анализ системы регулирования будет затруднен, а порой невозможен, если путем упрощающих допущений не удастся понизить порядок уравнений, описывающих звенья.

Один из методов понижения порядка дифференциальных уравнений состоит в том, что в уравнении, описывающем звено, отбрасывается член, содержащий высшую производную, и члены с производными более низкого порядка. Эта операция допустима, если коэффициенты, стоящие при этих производных, значительно меньше всех остальных коэффициентов. Пренебречь членами, содержащими производные промежуточных порядков, нельзя, так как это приводит к большим погрешностям.

Пример 5.1. Дифференциальное уравнение термопары имеет вид

$$Y^{(3)} + 30Y^{(2)} + 201Y^{(1)} + 8Y = 0,04X.$$

Термопара является заведомо устойчивым элементом. Коэффициенты при $Y^{(3)}$ и $Y^{(2)}$ значительно меньше коэффициента при $Y^{(1)}$, отбросив два первых слагаемых, получим приближенное уравнение

$$20Y^{(1)} + 8Y = 0,04X.$$

Решение точного дифференциального уравнения при единичном ступенчатом воздействии и нулевых начальных условиях имеет вид

$$Y = -0,005\exp(-0,004t) + 4 \cdot 10^{-6}\exp(-10t) - 10^{-6}\exp(-20t) + 0,005.$$

Вторая и третья составляющие переходного процесса ничтожны по величине и убывают во времени значительно быстрее, чем основная составляющая Y . Основная составляющая Y решения точного уравнения близка к решению приближенного уравнения, полученному для тех же условий:

$$Y = -0,005\exp(-0,004t) + 0,005.$$

Второй способ понижения порядка уравнения состоит в том, что точными или приближенными методами определяются корни дифференциального уравнения. Из множества корней отбрасываются те, которые значительно превосходят по абсолютной величине остальные. По оставшимся корням составляют приближенное дифференциальное уравнение звена.

Пример 5.2. Упростить путем приближения дифференциальное уравнение, описывающее звено,

$$Y^{(4)} + 6,1Y^{(3)} + 11,6Y^{(2)} + 0,5Y + 7,2 = 0.$$

Корни этого уравнения следующие: $p_1 = -0,1$, $p_2 = -1$, $p_3 = -2$, $p_4 = -3$. Отбросив корни p_2 , p_3 , p_4 , получим следующее уравнение 1-го порядка:

$$Y^{(1)} + 0,1Y = 0.$$

Существуют и другие способы упрощения дифференциальных уравнений. В любом случае при использовании этих способов нужно оценивать возникшую в результате упрощения погрешность. Для этого можно построить, например, амплитудно-фазовые характеристики по точному и упрощенному дифференциальным уравнениям и определить допустимость приближения и возможное влияние этой операции на результаты анализа системы регулирования.

Допуская упрощения в дифференциальных уравнениях, описывающих звенья, получаем сравнительно ограниченное число видов дифференциальных уравнений. Таким образом, различные процессы могут приближенно описываться дифференциальными уравнениями одного вида. Это положение, в частности, является одной из основ теории моделирования. Благодаря общности динамических свойств звеньев одного типа возникла возможность построения теоретических основ автоматического управления, позволяющих одними и теми же методами исследовать различные процессы в САУ.

При составлении дифференциальных уравнений динамики любой автоматической системы последнюю разделяют на отдельные звенья и записывают уравнение каждого звена в отдельности. Уравнения всех звеньев образуют единую систему, которую можно преобразовывать к одному уравнению путем исключения промежуточных переменных.

Уравнение звена должно быть составлено так, чтобы оно выражало зависимость между теми величинами, которые в схеме исследуемой системы указаны на входе и выходе данного звена. Классификация звеньев производится по виду дифференциальных уравнений. В звеньях *позиционного типа* линейной зависимостью $Y = KX$ связаны входная и выходная величина в установившемся режиме. В звеньях *интегрирующего типа* линейная зависимость $Y^{(1)} = KX$ устанавливается между производной выходной величины и входной величиной в установившемся режиме. В звеньях *дифференцирующего типа* линейной зависимостью $Y = KX^{(1)}$ связаны в установившемся режиме выходная величина и производная входной величины.

Несмотря на большие трудности по составлению дифференциальных уравнений для каждого звена можно с некоторым допущением предположить, что эти уравнения имеют порядок не выше второго. Уравнения 2-го порядка для описания различных объектов и звеньев являются наиболее распространенными. Они содержат необходимое число динамических параметров — ускорение и скорость изменения исследуемого процесса.

На рис. 5.12, а приведена структурная схема системы автоматического регулирования, где указаны все переменные, определяющие динамический режим работы системы. Положим, что датчик можно описать дифференциальным уравнением

$$M = A_2 \frac{d^2Y}{dt^2} + A_1 \frac{dY}{dt} + A_0,$$

где A — коэффициент уравнения.

Работу регулятора можно описать дифференциальным уравнением

$$R = B_2 \frac{d^2Y}{dt^2} + B_1 \frac{dY}{dt} + B_0.$$

Работа исполнительного механизма характеризуется дифференциальным уравнением

$$Z = C_2 \frac{d^2Y}{dt^2} + C_1 \frac{dY}{dt} + C_0.$$

Объект имеет следующее дифференциальное уравнение:

$$Y = D_2 \frac{d^2X_{ob}}{dt^2} + D_1 \frac{dX_{ob}}{dt} + D_0;$$

$$X_{ob} = X - Z.$$

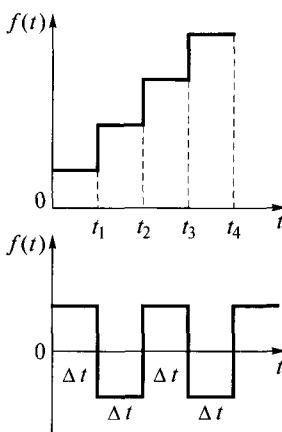
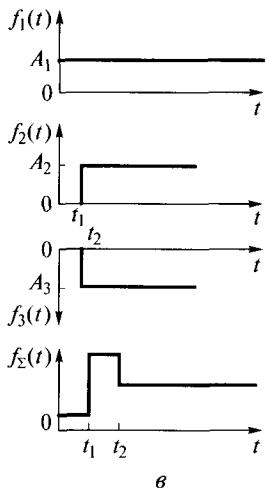
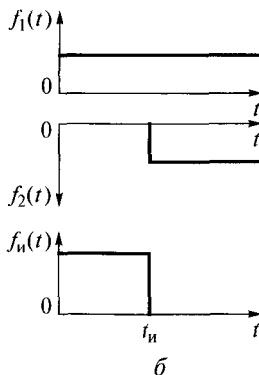
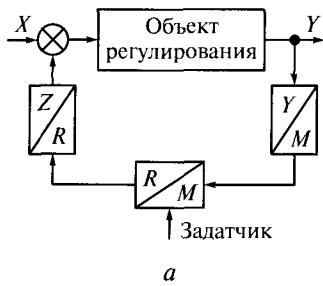


Рис. 5.12. Формирователи импульсных сигналов:

a — структурная схема со звеньями, преобразующими параметры; *б* — формирование импульсного возмущения с помощью двух ступенчатых воздействий; *в* — формирование трехуровневого сигнала возмущения; *г* — формирование сложных функций; *M*, *R*, *Y*, *Z* — функциональные параметры

Подставим уравнение для датчика в выражение для регулятора. Полученный результат необходимо подставить в уравнение для исполнительного механизма. В итоге будет получено дифференциальное уравнение цепи ОС системы. Суммируя два последних выражения, запишем общее дифференциальное уравнение для всей системы:

$$S_i \frac{d^8 Y}{dt^8} + S_{i-1} \frac{d^7 Y}{dt^7} + \dots + S_0 = K_2 \frac{d^2 X}{dt^2} + K_1 \frac{d X}{dt}.$$

Из этого выражения можно сделать вывод, что имея дифференциальные уравнения 2-го порядка, описывающие звенья, после

преобразований получим дифференциальное уравнение 8-го порядка.

Для решения этого уравнения применяется операторный метод — преобразование Лапласа. Этот метод заключается в том, что из области функций действительного переменного решение дифференциального уравнения переносится в область функций комплексного переменного, где операции принимают более простой вид. После выполнения операций над функциями комплексного переменного производится обратный переход в область действительного переменного.

Сущность преобразования Лапласа состоит в том, что вместо переменной $X(t)$ рассматривается переменная $X(p)$, где p — оператор комплексной переменной. Функция $X(p)$ является изображением оригинала функции $X(t)$. Переход от $X(t)$ к $X(p)$ осуществляется интегральным преобразованием вида

$$X(p) = \int_0^{\infty} X(t) \exp(-pt) dt.$$

В символьной форме это представляется в виде $X(p) = L[X(t)]$.

Обратный переход от изображения $X(p)$ к оригиналу $X(t)$ в символьной форме имеет вид

$$X(t) = L^{-1}[X(p)].$$

Этот переход связан с громоздкими вычислениями в области комплексного переменного, поэтому на практике применяют табличные формы обратного перехода, когда по оригиналу находится изображение. Для практического применения преобразования Лапласа необходимо знать наиболее важные свойства:

линейность оригиналов и изображений

$$X(t) \leftrightarrow X(p); AX(t) \leftrightarrow AX(p); X(t) + Y(t) \leftrightarrow X(p) + Y(p);$$

интегрируемость

$$\int X(t) dt \leftrightarrow X(p)/p;$$

дифференцируемость

$$\frac{dX(t)}{dt} \leftrightarrow pX(p); \frac{d^n X(t)}{dt^n} \leftrightarrow p^n X(p);$$

запаздывание

$$X(t - \tau) \leftrightarrow \exp(-p\tau)X(p).$$

Наиболее распространенные функции имеют следующие преобразования Лапласа:

$$\begin{aligned} 1 &\leftrightarrow \frac{1}{p}; \exp(+at) \leftrightarrow \frac{1}{p-a}; t \leftrightarrow \frac{1}{p^2}; \exp(-at) \leftrightarrow \frac{1}{p+a}; \\ t^2 &\leftrightarrow \frac{2}{p^3}; 1 - \exp(at) \leftrightarrow \frac{1}{p(p+a)}; \exp(at) - 1 \leftrightarrow \frac{1}{p(p-a)}; \\ \sin \omega t &\leftrightarrow \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}; \cos \omega t \leftrightarrow \frac{p}{p^2 + \omega^2}. \end{aligned}$$

Переходные процессы в любом звене и системе в целом наиболее ярко проявляются при поступлении на вход сигналов ступенчатого или импульсного вида. В общем виде реакция системы определяется выражением

$$Y(p) = W(p)X(p).$$

Если известна передаточная функция звена или системы $W(p)$, то, зная изображение входного воздействия, можно определить изображение выходной величины, а затем перейти к временной функции переходного процесса через обратное преобразование Лапласа.

Следовательно, определение переходного процесса сводится к нахождению изображения входного воздействия. Приведем несколько примеров изображений входного воздействия ступенчатого вида.

Одиночное ступенчатое воздействие с длительностью импульса t_i описывается выражением

$$f_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t > 0 \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

График этой функции показан на рис. 5.12, б.

Изображение этой функции описывается выражением

$$F_1(p) = 1/p.$$

Изображение ступенчатой функции, смещенной относительно начала координат, описывается выражением

$$F_2(p) = \exp(-t_1 p)/p.$$

Сложим две ступенчатые функции и получим выражение для импульсной функции

$$f_{ii}(t) = f_1(t) + f_2(t).$$

Изображение импульсной функции имеет вид

$$F_{\text{и}}(p) = F_1(p) + F_2(p) = \frac{1}{p} - \frac{\exp(-t_1 p)}{p} = \frac{1 - \exp(-t_1 p)}{p}.$$

Определим изображение сложной ступенчатой функции, представленной на рис. 5.12, в, где показаны все одиночные ступенчатые составляющие функции сложного сигнала.

Изображение первого сигнала описывается выражением

$$F_1(p) = A_1/p.$$

Изображения второго и третьего сигналов имеют следующий вид:

$$F_2(p) = \frac{A_2 \exp(-t_2 p)}{p}; F_3(p) = \frac{A_3 \exp(-t_3 p)}{p}.$$

Изображение суммы трех сигналов имеет вид

$$F_{\Sigma}(p) = F_1(p) + F_2(p) + F_3(p) = \frac{A_1 + A_2 \exp(-t_2 p) - A_3 \exp(-t_3 p)}{p}.$$

Для определения изображения ступенчатой функции (рис. 5.12, г) разложим ее на составляющие, имеющие одинаковые амплитуды. Все составляющие будут сдвинуты относительно друг друга на равные временные интервалы. Можно сразу написать выражение для изображения этого сигнала:

$$F_{\Sigma}(p) = (1/p)[1 + \exp(-\Delta t p) + \exp(-2\Delta t p) + \exp(-3\Delta t p) + \dots + \exp(-n\Delta t p)].$$

Заменив ряд геометрической прогрессии на его сумму, получим

$$F(p) = \frac{1}{p[1 - \exp(-\Delta t p)]}.$$

Для сигнала прямоугольной формы изображение определяется выражением

$$F(p) = (1/p)[1 - 2\exp(-\Delta t p) + 2\exp(-2\Delta t p) - 2\exp(-3\Delta t p) + \dots + 2\exp(-n\Delta t p)]$$

или

$$F(p) = \frac{2}{p[1 + \exp(-tp)]} - \frac{1}{p}.$$

После определения основных выражений в преобразованиях Лапласа можно приступить к решению дифференциального уравнения. Для этого необходимо воспользоваться формулой замены производных временных функций изображениями преобразований Лапласа:

$$\frac{d^{(n)}X(t)}{dt^{(n)}} \Leftrightarrow p^n X(p).$$

Эта замена позволяет получить алгебраическое уравнение вида

$$S_8p^8Y(p) + S_7p^7Y(p) + S_6p^6Y(p) + S_5p^5Y(p) + S_4p^4Y(p) + \\ + S_3p^3Y(p) + S_2p^2Y(p) + S_1pY(p) + S_0 = K_2p^2X(p) + K_1pX(p).$$

Из левой части уравнения можно вынести за скобки $Y(p)$, а в правой части — $X(p)$:

$$Y(p)(S_8p^8 + S_7p^7 + S_6p^6 + S_5p^5 + S_4p^4 + S_3p^3 + S_2p^2 + S_1p) + S_0 = \\ = X(p)(K_2p^2 + K_1p).$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_2p^2 + K_1p}{S_8p^8 + S_7p^7 + \dots + S_0}.$$

В результате получим передаточную функцию системы:

$$W(p) = Y(p)/X(p).$$

Если рассматривать передаточную функцию с общих позиций, не накладывая никаких ограничений на порядок дифференциального уравнения каждого элемента системы, то можно написать выражение передаточной функции в виде

$$W(p) = \frac{A_n p^n + \dots + A_0}{B_m p^m + \dots + B_0}.$$

Можно утверждать, что передаточными функциями обладают любые другие элементы системы управления. Если существуют передаточные функции звеньев, из которых состоит система, то можно определить передаточную функцию системы. Для этого необходимо знать свойства преобразования передаточных функций.

Контрольные вопросы

1. Что называется объектом управления?
2. Как влияет емкость объекта на процесс регулирования?
3. Что такое время запаздывания и как оно влияет на процесс регулирования?
4. Что называется статической и динамической характеристиками элемента?
5. Чем отличаются статические и астатические объекты?
6. Что понимается под управляющим и внешним воздействиями?
7. Каковы основные параметры переходной функции?
8. Какие параметры переходной функции колебательного вида вы знаете?
9. Каковы выходной сигнал и передаточная функция системы с последовательным соединением звеньев?
10. Как образуется передаточная функция цепи параллельно-согласованных звеньев?
11. Как получить передаточные функции цепи с параллельно-встречным соединением звеньев при отрицательной и положительной ОС?
12. Как вывести уравнение передаточной функции САУ со сложным соединением элементов?
13. Как составить схему цепи звеньев САУ по имеющейся экспериментальной переходной функции?
14. Какие основные функции выполняет элемент управления?
15. Что такое жесткая и гибкая ОС?
16. В чем состоит принцип построения общей статической характеристики для двух, трех элементов?

Глава 6

СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И ВЫБОР ТИПА РЕГУЛЯТОРА

6.1. Структурные схемы систем автоматического управления

Система автоматического управления состоит из отдельных узлов (элементов), соединенных определенным образом. На рис. 6.1, *a* приведена типовая структурная схема промышленной САУ, в которой основным элементом является ОУ. К техническим средствам автоматизации относятся: датчик, измеряющий текущее значение выходной величины $x_{\text{вых}}$ — регулируемого параметра объекта, регулятор с элементом сравнения ЭС, в который по-

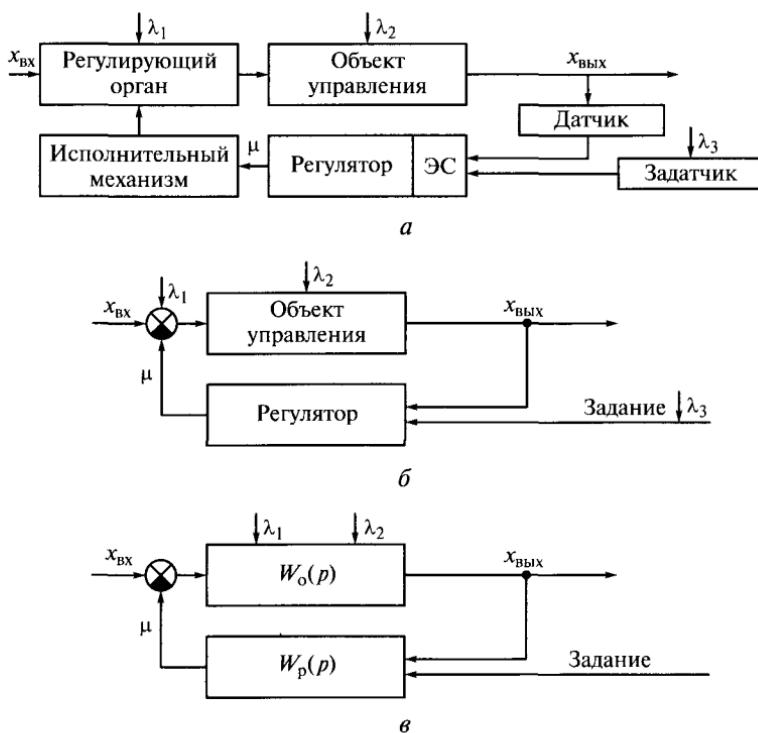


Рис. 6.1. Структурные схемы САУ:
а — общая схема; *б* — укрупненная структурная схема САУ; *в* — структурная схема САУ, состоящая из математических моделей элементов

ступают унифицированный выходной сигнал датчика, соответствующий текущему значению регулируемого параметра, и выходной сигнал задатчика, соответствующий заданному значению регулируемого параметра.

При несоответствии этих двух сигналов (в результате влияния возмущающих воздействий λ_1 и λ_2) регулятор вырабатывает управляющее воздействие — сигнал μ , который поступает в ИМ. Последний выполняет роль усилителя мощности управляющего сигнала регулятора. Усиленный в ИМ управляющий сигнал μ^* поступает в регулирующий орган, который непосредственно изменяет входной поток сырья или энергии — величину $x_{\text{вх}}$, приводя тем самым значение регулируемого параметра $x_{\text{вых}}$ к заданному. Если возмущающее воздействие λ_2 поступает на объект с входным потоком энергии (вещества), считается, что это возмущение со стороны регулирующего органа. Если выходной сигнал задатчика изменяется во времени (по программе или случайным образом), то САУ воспринимает это его изменение как возмущающее воздействие λ_3 со стороны задатчика.

При рассмотрении САУ чаще используется укрупненная структурная схема (рис. 6.1, б), на которой объект управления включает в себя регулирующий орган и датчик, а регулятор объединен с задатчиком и исполнительным механизмом.

На рис. 6.1, б кружком с зачерненным сектором условно изображена отрицательная ОС. Обратная связь — важное понятие в ТАУ, рассмотрим его отдельно.

6.2. Понятие обратной связи

В ТАУ жестко организованную через цепочку элементов связь выходного сигнала системы с входным, при которой отклонение выходного сигнала системы (т. е. объекта) вызывает соответствующее изменение ее входного сигнала, называют *обратной связью*.

Различают обратную связь отрицательную и положительную.

Отрицательная обратная связь (ее условное изображение см. на рис. 6.1, б) — это такая связь выходного сигнала системы с входным, при которой отклонение выходного сигнала одного знака вызывает изменение входного сигнала противоположного знака. Например, при увеличении температуры выше заданной требуется уменьшить подачу топлива.

Положительная обратная связь (ее условное изображение такое же, как отрицательной, но без зачернения сектора круга) — это такая связь выходного сигнала системы с входным, при которой отклонение выходного сигнала одного знака вызывает изменение входного сигнала такого же знака.

В промышленных САУ регулятор всегда включен в отрицательную ОС. Положительная ОС часто используется в электронике для повышения коэффициентов усиления схем.

При рассмотрении укрупненной структурной схемы САУ (см. рис. 6.1, б), т.е. схемы, состоящей из объекта управления и регулятора (так чаще всего изображают САУ в литературе), ее синтез сводится к выбору типа регулятора.

Принципиальное отличие математической модели САУ от укрупненной схемы состоит в том, что на втором этапе разработки в структурной схеме вместо слов *объект управления* и *регулятор* используют полученные в результате исследования соответствующие передаточные функции объекта $W_o(p)$ и регулятора $W_p(p)$. Тогда в структурной схеме САУ вместо реальных технических устройств и установок появляются их математические модели (рис. 6.1, в). Это очень важный переход, поскольку в дальнейшем на устойчивость и качество исследуют не реальную промышленную систему, а ее математическую модель, на которой значительно проще и безопаснее задавать различные режимы работы.

Исследовать регулятор в целях получения его математической модели в виде передаточной функции не требуется, так как его передаточная функция полностью определяется *законом регулирования*, соответствующим данному типу регулятора. В основном производятся промышленные регуляторы, реализующие пять законов регулирования, т.е. пять типов регуляторов, имеющих различные конструктивные решения.

6.3. Классификация регуляторов

Пропорциональный, или П-регулятор с одним параметром настройки. Его передаточная функция совпадает с передаточной функцией пропорционального типового динамического звена:

$$W_{\text{п}}(p)x_{\text{вых}}(p)/x_{\text{вх}}(p) = K,$$

где K — коэффициент усиления.

Коэффициенты, входящие в передаточные функции регуляторов, называются их *параметрами настройки*. В конструкциях регуляторов закладывается возможность изменения значений этих коэффициентов в широком диапазоне.

В некоторых конструкциях П-регулятора коэффициент K может изменяться в диапазоне от 0,1 до 40. Такой регулятор обладает статической ошибкой $\Delta_{\text{стат}}$.

Интегральный (астатический), или И-регулятор с одним параметром настройки. Его передаточная функция совпадает с передаточной функцией астатического (интегрирующего) ТДЗ:

$$W_{\text{И}}(p) = x_{\text{вых}}(p)/x_{\text{вх}}(p) = 1/T_{\text{и}}p,$$

где T_{i} — время интегрирования.

В некоторых конструкциях И-регулятора параметр настройки T_{i} может изменяться в диапазоне от 1 до 2 000 с.

Пропорционально-интегральный, или ПИ-регулятор с двумя параметрами настройки. Это один из наиболее часто используемых в промышленных САУ типов регуляторов. Его передаточная функция имеет следующий вид:

$$W_{\text{ПИ}}(p) = x_{\text{вых}}(p)/x_{\text{вх}}(p) = K(1 + 1/T_{\text{i}}p) = K + K/T_{\text{i}}p.$$

Параметрами настройки регуляторов этого типа являются коэффициент усиления K и время интегрирования T_{i} . Передаточная функция ПИ-регулятора включает в себя сумму его пропорциональной и интегральной составляющих, что соответствует параллельно-согласованному соединению элементов или звеньев, заложенному в структуре ПИ-регулятора. Следовательно, в случае отказа интегральной составляющей ПИ-регулятор будет работать как П-регулятор, что повышает надежность его работы.

Пропорционально-дифференциальный, или ПД-регулятор с двумя параметрами настройки. Его передаточная функция имеет следующий вид:

$$W_{\text{ПД}}(p) = x_{\text{вых}}(p)/x_{\text{вх}}(p) = K(1 + T_{\text{д}}p),$$

где $T_{\text{д}}$ — время дифференцирования.

В некоторых конструкциях ПД-регулятора параметр настройки $T_{\text{д}}$ изменяется в диапазоне от 1 до 200 с.

Пропорционально-интегрально-дифференциальный, или ПИД-регулятор с тремя параметрами настройки. Его передаточная функция имеет вид

$$W_{\text{ПИД}}(p) = x_{\text{вых}}(p)/x_{\text{вх}}(p) = K(1 + 1/T_{\text{i}}p + T_{\text{д}}p),$$

т.е. этот регулятор имеет три параметра настройки: K — коэффициент усиления, T_{i} — время интегрирования, $T_{\text{д}}$ — время дифференцирования.

Выбор типа регулятора или закона регулирования для конкретного объекта управления — задача не из простых. Этот выбор определяется несколькими факторами: видом передаточной функции объекта; отношением общего времени его запаздывания к постоянной времени T_0 (если статический объект с запаздыванием) или к T (если астатический объект с запаздыванием), а также требованиями к качеству работы проектируемой САУ. Существует ряд диаграмм и эмпирических формул, позволяющих по передаточной функции объекта определить необходимый тип регулятора и его оптимальные параметры настройки.

Однако на практике часто используется метод проб и ошибок. Сначала предварительно выбирают тип регулятора и задают его параметры настройки, затем проверяют САУ на устойчивость и качество работы и, если полученные показатели не удовлетворяют заданным требованиям к проектируемой САУ, все начинают сначала, т. е. выбирают более сложный тип регулятора и т. д.

Результаты применения различных типов регуляторов проиллюстрированы на рис. 6.2, где приведены графики процессов регулирования параметров статического объекта (апериодического ТДЗ) в системах с П-, И-, ПИ- и ПИД-регуляторами.

Статический объект обладает свойством самовыравнивания, поэтому его регулируемый параметр без регулятора с течением времени по экспоненте приходит к постоянному значению. В САУ с П-регулятором имеется статическая ошибка $\Delta_{\text{стат}}$, а в САУ с ПИД-регулятором (самым сложным и дорогим) — минимальные динамическая ошибка и время регулирования (см. рис. 6.2).

Автоматические регуляторы (AP) классифицируют, как и САУ, по принципу управления (отклонение, возмущение, отклонение и возмущение); виду используемой энергии (электрические, пневматические, гидравлические и др.); виду регулируемой величины (температура, давление, уровень, перемещение и др.); характеру воздействия на ОУ (непрерывный, дискретный); алгоритму функционирования (стабилизация, программный алгоритм, слежение, адаптация). Регуляторы различают также по конструктивному исполнению и законам управления.

По конструктивному исполнению регуляторы могут быть приборные, аппаратные, агрегатные (блочные) и модульные (элементные).

В регуляторы *приборного типа* ЗФУ встроен измерительный прибор (автоматический потенциометр, мост, логометр, милли-



Рис. 6.2. Графики процессов регулирования параметров статического объекта в автоматических системах с регуляторами различного типа

вольтметр и др.), поэтому одновременно с показанием отклонения регулируемой величины происходит формирование сигнала управления.

В регуляторах *аппаратного типа* в одном корпусе объединены блок сравнения, измерительный блок, предназначенный для контроля конкретной физической величины, и ЗФУ. К этим регуляторам относятся регуляторы температуры позиционного, непрерывного действия типа ТЭ, ТМ и цифровые — типа ТРМ.

Регуляторы *агрегатного типа* состоят из отдельных унифицированных блоков, различающихся по входным и выходным сигналам и выполняющих определенные функции.

Широко распространенные регулирующие импульсные приборы типа Р25.1 ... Р25.3, РС29.1 ... РС29.3 занимают промежуточное положение между регуляторами аппаратного и агрегатного типов. В отличие от регуляторов аппаратного типа они имеют сменимый измерительный блок, определяющий модификацию прибора по виду, диапазону контролируемой величины, виду и числу подключаемых измерительных преобразователей.

Автоматические регуляторы *модульного типа* состоят из отдельных модулей (элементов), выполняющих простейшие операции, что позволяет конструировать АР различного функционального назначения. Так, из отдельных элементов построена система пневматических регуляторов типа «Старт».

Регуляторы непрерывного, импульсного и цифрового действия с ИМ постоянной скорости работают по разным законам управления, согласно которым имеют следующие передаточные функции:

пропорциональный закон управления

$$W_{\Pi}(p) = \mu(p)/\varepsilon(p) = k_p;$$

интегральный закон управления

$$W_{И}(p) = \mu(p)/\varepsilon(p) = k'_p/p;$$

пропорционально-интегральный закон

$$W_{ПИ}(p) = \mu(p)/\varepsilon(p) = k_p[1 + 1/(T_{из}p)];$$

пропорционально-интегрально-дифференциальный закон

$$W_{ПИД}(p) = \mu(p)/\varepsilon(p) = k_p[1 + 1/(T_{из}p) + T_{нр}p],$$

где $\mu(p)$ — регулирующее воздействие; $\varepsilon(p)$ — рассогласование, равное разнице между задаваемой $g(p)$ и регулируемой $y(p)$ величинами; k_p, k'_p — коэффициенты усиления соответственно П- и И-регуляторов; $T_{из}$ — постоянная времени интегрирования при двойном значении выходного сигнала, называемая постоянной времени изодрома; $T_{нр}$ — постоянная времени дифференцирования, определяемая по рабочему графику (время предварения).

Если на вход П-регулятора поступает сигнал $\varepsilon = g - y$, то в соответствии с передаточной функцией на его выходе формируется регулирующее воздействие

$$\mu = k_p \varepsilon = k_p(g - y).$$

С увеличением k_p регулирующее воздействие μ , устойчивость и статическая ошибка уменьшаются. При $k_p = 0$ система автоматического регулирования разомкнута.

Так как принцип действия П-регуляторов основан на их статической ошибке, устранить ее в системе автоматического регулирования с П-регулятором нельзя. Это можно сделать только в системе с И-регулятором.

Если на вход И-регулятора поступает сигнал $\varepsilon = g - y$, то на его выходе согласно зависимости формируется регулирующее воздействие

$$\mu = k'_p \int_0^t \varepsilon dt = \frac{1}{T_{из}} \int_0^t \varepsilon dt.$$

С увеличением k'_p уменьшаются динамическая ошибка, время регулирования и устойчивость системы автоматического регулирования. При $k'_p = 0$ САУ разомкнута. Интегральный регулятор применяют для устранения статической ошибки системы.

Если на вход ПИ-регулятора поступает сигнал $\varepsilon = g - y$, то на его выходе в соответствии с передаточной функцией формируется регулирующее воздействие

$$\mu = k_p \varepsilon + \frac{1}{T_{из}} \int_0^t \varepsilon dt.$$

На рис. 6.3, а показан график изменения регулирующего воздействия при скачкообразном изменении ε . П-составляющая равна произведению $k_p \varepsilon$. И-составляющая изменяется по линейному закону с углом наклона $\alpha = \operatorname{arctg}(k_p \varepsilon / T_{из})$. Пропорционально-интегральный регулятор может работать как П-регулятор ($k'_p = 1/T_{из} = 0$) или И-регулятор ($k_p = 0$) и обладает преимуществами того или другого.

Если на вход ПИД-регулятора поступает сигнал $\varepsilon = g - y$, то на его выходе согласно зависимости формируется регулирующее воздействие

$$\mu = k_p \varepsilon + \frac{k_p}{T_{из}} \int_0^t \varepsilon dt + k_p T_{np} \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

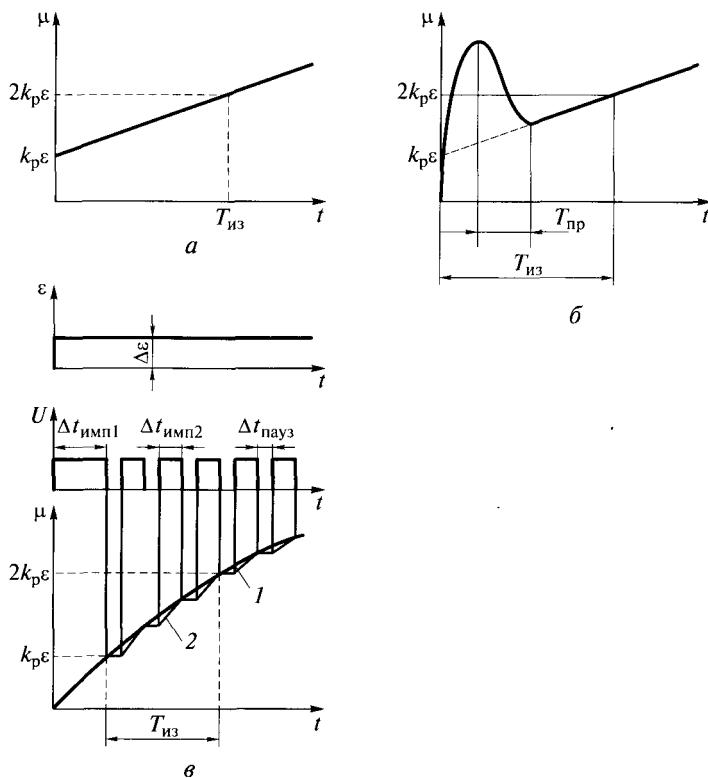


Рис. 6.3. Изменение регулирующего воздействия:

а — ПИ-регулятора; *б* — ПИД-регулятора; *в* — импульсного ПИД-регулятора

На рисунке 6.3, *б* показан график изменения регулирующего воздействия при скачкообразном изменении ε . В начальный момент времени ПИД-регулятор оказывает на ОУ регулирующее воздействие пропорционально скорости изменения ε , т.е. $d\varepsilon/dt$, которая затем уменьшается до значения, определяемого П-составляющей. После этого начинает влиять И-составляющая. По графику можно найти значения $k_p = \mu/\varepsilon$, $T_{из}$ и $T_{пр}$. Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор обладает преимуществами ПИ-регулятора и оказывает на ОУ регулирующее воздействие, пропорциональное скорости изменения ε , что позволяет ускорить процесс регулирования.

В регуляторах импульсного действия при формировании регулирующих воздействий используются импульсно-формирующие блоки (ИФБ), устанавливаемые на их входе.

Так, в ПИ-регуляторе импульсного действия (рис. 6.3, *в*) при ступенчатом изменении $\varepsilon = \Delta\varepsilon$ на ИФБ формируется серия импульсов с амплитудой напряжением U , достаточной для включе-

ния пусковых устройств ИМ. Длительность первого импульса $\Delta t_{имп1}$ пропорциональна величине $\Delta \varepsilon$ и коэффициенту усиления регулятора k_p , т. е. является пропорциональной составляющей $\mu_p = k_p \Delta \varepsilon$ регулирующего воздействия μ_{pi} . Интегрирующая составляющая μ_i воздействия μ_{pi} обеспечивается за счет вторичных импульсов длительностью $\Delta t_{имп2}$ и пауз между ними $\Delta t_{пауз}$.

При поступлении импульса на ИМ он включается в работу, и за время действия импульса его вал поворачивается на угол

$$\Delta \alpha_{max} = \alpha_{max} \Delta t_{имп} / T_{IM},$$

где α_{max} — максимальный угол поворота вала ИМ.

Изменение μ_i определяется линией 1 (см. рис. 6.3, в), проведенной через точки изменения μ_{pi} (ломаная 2), соответствующие моментам отключения ИМ. Величины k_p и $T_{из}$ определяют по изменению μ_{pi} точно так же, как для регулятора непрерывного действия (см. рис. 6.3, а).

В цифровых регуляторах формирование регулирующего воздействия осуществляется с помощью специальных программ, согласно которым выдаются команды ИМ. Так, с помощью цифрового ПИ-регулятора может быть реализован ПИ-закон регулятора непрерывного действия, в котором регулирующее воздействие μ_{pi} формируется в соответствии с уравнением и может быть представлено пропорциональной μ_p и интегральной μ_i составляющими:

$$\mu_p = k_p \varepsilon;$$

$$\frac{d\mu_i}{dt} = \frac{k_p}{T_{из}} \varepsilon.$$

Эти уравнения решают на ЭВМ или микропроцессорах численными методами. Решение заключается в нахождении ряда значений μ_p и μ_i , искомой зависимости μ_{pi} при изменении i от 0 до n и при шаге итерации во времени, равном Δt . Для нахождения μ_{pi} составляют систему дифференциальных уравнений в разностной форме:

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t;$$

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i;$$

$$\mu_{Pi} = k_p \varepsilon_{i+1};$$

$$\mu_{Pi+1} = \mu_{Pi} + \frac{k_p}{T_{из}} \varepsilon_i \Delta t;$$

$$\mu_{Pi+1} = \mu_{Pi+1} + \mu_{Pi+1},$$

где t — время; i — изменение числа шагов итераций; Δt — шаг итерации во времени.

Задаются начальные условия $i = 0$, $t_0 = 0$, $\varepsilon_0 = 0$, $\mu_{\text{пи}0} = 0$; и при скачкообразном изменении ε от 0 до 1, т.е. $\varepsilon_i = 0$, а $\varepsilon_{i+1} = 1$, и заданных значениях k_p , $T_{\text{из}}$, Δt определяется изменение $\mu_{\text{пи}}$, которое идентично графику $\mu_{\text{пи}}$ регулятора непрерывного действия. При необходимости цифровые регуляторы могут заменить импульсные. Цифровые системы позволяют реализовывать любые звенья систем автоматики, законы управления, формировать непрерывное, позиционное или импульсное регулирующее воздействие и тем самым решать различные задачи по автоматизации производства.

На большинстве объектов установлены двух- и трехпозиционные регуляторы, имеющие соответствующие статические характеристики.

Для двухпозиционных регуляторов (рис. 6.4, *a*) номинальное регулирующее воздействие μ_n соответствует заданному регулируемому параметру $y_{\text{зад}}$. Тогда регулирующее воздействие притока жидкости (подачи) $B_1 = \mu_1 - \mu_n$, оттока (расхода) $B_2 = \mu_n - \mu_2$ (здесь μ_1 — максимально возможное регулирующее воздействие, обеспечиваемое регулятором; μ_2 — регулирующее воздействие, которое оказывает возмущающее воздействие на ОУ).

Для двухпозиционного регулятора параметр срабатывания $y_{\text{ср}} \geq y_{\text{зад}} + a$, а параметр отпускания $y_{\text{отп}} = y_{\text{зад}} - a$ (здесь a — дифференциал регулятора, или зона неоднозначности). При $y > y_{\text{ср}}$ происходит отключение подачи, а при $y < y_{\text{отп}}$ — включение.

Для трехпозиционного регулятора (рис. 6.4, *б*) включение и отключение пускового устройства «меньше» происходит соответственно при $y'_{\text{ср}} > y_{\text{зад}} + \Delta h + \Delta b$ и $y'_{\text{отп}} < y_{\text{зад}} + \Delta h$, а включение и отключение пускового устройства «больше» — соответственно при

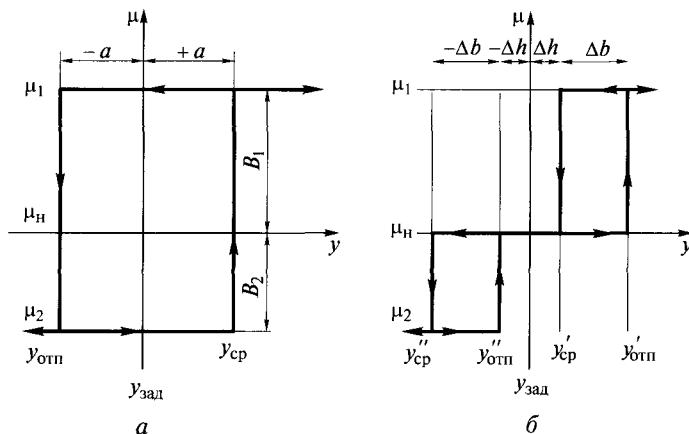


Рис. 6.4. Статические характеристики позиционных регуляторов:
а — двухпозиционного; *б* — трехпозиционного

$y''_{\text{ср}} < y_{\text{зад}} + \Delta h - \Delta b$ и $y_{\text{отп}} > y_{\text{зад}} - \Delta h$ (здесь Δh — зона нечувствительности регулятора; Δb — зона возврата).

В трехпозиционных регуляторах пусковое устройство «меньше» при $y > y'_{\text{ср}}$ отключает B_1 , а при $y < y'_{\text{отп}}$ включает его в действие; пусковое устройство «больше» при $y < y''_{\text{ср}}$ отключает B_2 , а при $y < y''_{\text{отп}}$ — включает его.

Наиболее распространены двухпозиционные регуляторы, имеющие два органа настройки: задатчик $y_{\text{зад}}$ и дифференциал a . Характер изменения регулируемой величины при переключениях двухпозиционного регулятора определяется видом ОУ (с самовыравниванием или без него).

Выбор АР определяется динамическими свойствами ОУ, необходимой точностью регулирования и видом переходного процесса регулируемой величины, который допускается технологией производства.

Тип регулятора, т. е. характер его воздействия на ОУ, выбирается в зависимости от значения величины τ_0/T_0 . Так, при $\tau_0/T_0 < 0,2$ на ОУ большой емкости, незначительных τ_0 и мало изменяющихся внешних нагрузках рекомендуется устанавливать позиционные регуляторы. При $0,2 < \tau_0/T_0 < 0,5$ на ОУ средней емкости с небольшим запаздыванием, мало и плавно изменяющейся нагрузке рекомендуется применять регуляторы непрерывного действия.

Если $\tau_0/T_0 > 0,5$, то на объектах малой емкости с большим запаздыванием и при нагрузках любого характера рекомендуется применять импульсные регуляторы. Цифровые регуляторы можно применять при любых значениях τ_0/T_0 , так как с их помощью можно реализовать любой характер воздействия на ОУ.

При выборе закона регулирования руководствуются следующими соображениями. Пропорциональный регулятор применяют в том случае, если по условиям эксплуатации допускаются статическая и малая динамическая ошибки. Частота изменения возмущающих воздействий может быть большой, но они должны изменяться в узких пределах. Если объект характеризуется большим запаздыванием, то изменение нагрузок должно быть плавным. Системы автоматического регулирования с П-регуляторами называют *статическими*, так как они работают со статическими ошибками.

Интегральный регулятор используют в тех случаях, если условиями эксплуатации допускаются большие динамическая ошибка и время регулирования и не допускается статическая ошибка. Интегральные регуляторы устанавливают на объектах с малым запаздыванием и плавным изменением возмущающих воздействий. Такие регуляторы нельзя применять на ОУ без самовыравнивания, так как образованная система будет неустойчива.

Пропорционально-интегральный регулятор характеризуется положительными качествами П- и И-регуляторов, т. е. быстро ре-

агирует на изменение нагрузки (П-составляющая) и работает без статической ошибки (И-составляющая). Такие регуляторы устанавливают на объекты со значительным запаздыванием при возмущающих воздействиях, изменяющихся с большой частотой и в широких пределах.

ПИД-регулятор, обладая положительными качествами ПИ-регулятора, имеет способность реагировать на скорость изменения нагрузки, что повышает качество технологического процесса. Такой регулятор устанавливают на объектах со скачкообразной, не часто изменяющейся нагрузкой.

6.4. Построение структурных схем систем автоматического управления

Структурная схема САУ строится на основании физической модели системы. При ее построении следует:

- 1) выделить элементарные динамические звенья основной цепи воздействия и цепей ОС и определить их передаточные функции;
- 2) найти точки приложения задающих и возмущающих воздействий;
- 3) определить положение узлов суммирования и точек съема сигналов для ОС.

При построении структурных схем следует учитывать назначение САУ (системы стабилизации, пуска, торможения и реверса, следящие системы) и, если это возможно, определить место включения регулятора (последовательная, параллельная коррекция).

При выделении функциональных элементов в качестве динамических звеньев следует стремиться к тому, чтобы их передаточные функции были наиболее простыми. В качестве примера построения структурной схемы рассмотрим систему стабилизации скорости электропривода постоянного тока с тиристорным преобразователем. Основными динамическими звеньями здесь являются следующие.

1. *Двигатель постоянного тока.* Операторное уравнение двигателя постоянного тока определяется следующим выражением:

$$U = (T_{m,d} T_d p^2 + T_{m,d} p + 1)\omega_c + (T_d p + 1)I_c R_d,$$

где $T_{m,d}$ — электромеханическая постоянная времени двигателя, $T_{m,d} = JR_d/c^2$. Здесь c — коэффициент пропорциональности, определяемый по формуле

$$c = (U_n - I_n R_d)/\omega_n,$$

где U_n , I_n , ω_n — номинальные значения напряжения, тока и угловой скорости двигателя соответственно; T_d — электрическая постоянная времени якоря двигателя, $T_d = L_d/R_d$; L_d , R_d — индук-

тивное и активное сопротивления якоря двигателя; I_c — ток якоря двигателя, определяемый моментом статической нагрузки на валу.

Однако электромеханическая $T_{M,\Delta}$ и электромагнитная T_M постоянные времени в рассматриваемом случае должны учитывать сопротивление и индуктивности главных цепей двигателя и тиристорного преобразователя, т. е.

$$T_M = JR_0/c^2; \quad T = L_0/R_0,$$

где R_0 — сумма сопротивлений цепей двигателя и преобразователя, $R_0 = R_d + R_n$; L_0 — сумма индуктивностей цепей двигателя и преобразователя, $L_0 = L_d + L_n$.

Учитывая, что ЭДС двигателя $e = c\omega$, запишем операторное уравнение:

$$e_n = (TT_M p^2 + T_M p + 1)e + (Tp + 1)I_c R_0,$$

где e_n — операторное изображение приращения ЭДС преобразователя.

Покажем, что операторному уравнению соответствует структурная схема, изображенная на рис. 6.5.

Суммируя воздействия в узлах A и B соответственно, получим

$$(e_n - e)/(Tp + 1) = iR_0,$$

где i — ток двигателя, что равносильно уравнениям $e_n = e + iR_0 + L_0 di/dt$ и $(iR_0 - I_c R_0)/T_M p = e$.

Таким образом, можем записать:

$$(e_n - e)/(Tp + 1) - I_c R_0 = e T_M p,$$

или

$$e_n = (TT_M p^2 + T_M p + 1)e + (Tp + 1)I_c R_0,$$

что подтверждает указанное соответствие.

2. Тиристорный преобразователь. В практике проектирования принято интерпретировать тиристорный преобразователь инерционным звеном 1-го порядка

$$K_n = \beta_n/(T_n p + 1),$$

где β_n — коэффициент усиления преобразователя; T_n — постоянная времени звена:

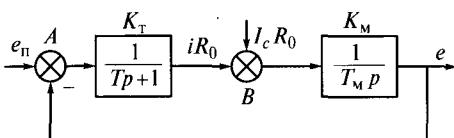


Рис. 6.5. Структурная схема двигателя

$$T_n = T_\phi + 1/2mf,$$

где T_ϕ — постоянная времени фильтра ($T_\phi = 0,003 \dots 0,005$ с); m — число фаз; f — частота сети; $1/2mf$ — среднее статистическое запаздывание преобразователя.

3. *Суммирующий усилитель*. Представляет собой безынерционное звено с коэффициентом усиления β_y .

4. *Датчик скорости*. Представляет собой инерционное звено

$$K_{d.c} = k_{d.c}/(T_{d.c}p + 1),$$

где $k_{d.c}$ — коэффициент усиления датчика скорости; $T_{d.c}$ — постоянная времени фильтра датчика скорости ($T_{d.c} = 0,005$ с).

Обычно для упрощения расчетов постоянную времени фильтра $T_{d.c}$ приводят к малой постоянной времени прямого канала. Такой постоянной времени является T_μ инерционного звена, характеризующего тиристорный преобразователь. Для этой цели часто используют формулу Ямпольского:

$$T_\mu = 1/2 \left(T_n + T_{d.c} + \sqrt{(T_n + T_{d.c})^2 + T_{d.c}^2} \right).$$

С учетом сделанных замечаний структурная схема системы представлена на рис. 6.6.

Здесь в цепь основного воздействия включен регулятор K_p . С регулятора на объект действует управляющее воздействие u_y . Однако его передаточная функция и структура находятся методом синтеза и будут рассмотрены далее. Здесь же условно примем $K_p = 1$.

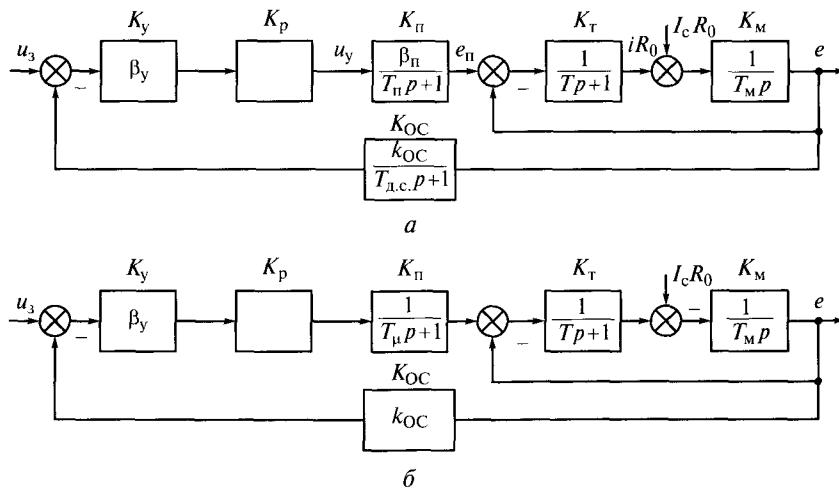


Рис. 6.6. Структурная схема стабилизации скорости:

a — исходная; *б* — расчетная

6.5. Составление операторных уравнений и передаточных функций систем автоматического управления

При проектировании САУ электроприводами и исследовании их динамики используются два операторных уравнения: относительно ЭДС (скорости) и относительно тока (iR_0) (см. рис. 6.6).

Для составления операторного уравнения воспользуемся методом суммирования воздействий в узлах системы по ходу основной цепи от задающего воздействия u_3 до e :

$$\{(u_3 - eK_{OC})K_y K_p K_n - e]K_y - I_c R_0\}K_m = e,$$

где K_y — передаточная функция усилителя; K_m — электромеханическая передаточная функция двигателя.

Или, разделив это выражение на $K_y K_m$, найдем

$$u_3 K_y K_p K_n - I_c R_0 (T_p + 1) = e(TT_m p^2 + T_m p + 1 + k_{OC} K_y K_p K_n).$$

Подставив сюда значение других передаточных функций, окончательно получим

$$\begin{aligned} u_3 \beta_y \beta_n - I_c R_0 (Tp + 1) (T_\mu p + 1) &= \\ &= e[(TT_m p^2 + T_m p + 1)(1 + T_\mu) \beta_y \beta_n K_{OC}], \end{aligned}$$

где β_y , β_n — коэффициенты усиления усилителя и преобразователя соответственно.

Здесь операторное выражение правой части, приравненное нулю, представляет собой характеристическое уравнение системы:

$$N = a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0,$$

где $a_3 = T_m TT_\mu$; $a_2 = T_m T + T_\mu T_m$; $a_1 = T_m + T_\mu$; $a_0 = 1 + \beta_y \beta_n k_{dc}$.

Полученное операторное уравнение позволяет составить передаточные функции по задающему и возмущающему воздействиям относительно ЭДС (скорости) двигателя.

Передаточная функция по задающему воздействию получается непосредственно из операторного уравнения, если положить возмущающее воздействие $I_c R_0 = 0$, т.е.

$$\Phi_{3e} = e/u_3 = \beta_y \beta_n / (a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0).$$

Аналогично при $u_3 = 0$ получим передаточную функцию по возмущающему воздействию:

$$\Phi_{Be} = e/-I_c R_0 = (Tp + 1)(T_\mu p + 1) / (a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0).$$

Операторное уравнение относительно тока получим, если в исходное операторное уравнение вместо e подставим $e = (iR_0 - I_c R_0) K_m$. Тогда

$$\{[[u_3 - (iR_0 - I_c R_0) K_m k_{OC}] K_y K_p K_n - (iR_0 - I_c R_0) K_m] K_r - I_c R_0\} K_m = \\ = (iR_0 - I_c R_0) K_m.$$

Аналогично, после преобразований найдем

$$u_3 \beta_y \beta_n T_m p + I_c R_0 (T_\mu p + 1 + \beta_y \beta_n k_{OC}) = \\ = iR_0 [(T_m p^2 + T_m p + 1)(T_\mu p + 1) + \beta_y \beta_n k_{OC}].$$

Передаточная функция по задающему воздействию относительно тока i при $I_c R_0 = 0$ имеет вид

$$\Phi_{3i} = iR_0/u_3 = \beta_y \beta_n T_m p / (a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0).$$

Передаточную функцию по возмущающему воздействию относительно тока i получим, если положим $u_3 = 0$:

$$\Phi_{Be} = iR_0/-I_c R_0 = (T_\mu p + 1 + \beta_y \beta_n k_{OC}) / (a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0).$$

На основании теоремы о связи между преобразованной функцией при $p = \infty$ и $p = 0$ и исходной функцией при $t = 0$ и $t = \infty$ можем найти начальные и конечные значения переменных $e(t)$ и $iR_0(t)$, определяемых по соответствующим передаточным функциям, т.е.

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \Phi(p) = h(0) \text{ и } \lim_{p \rightarrow 0} \Phi(p) = h(\infty).$$

Разделив числитель и знаменатель указанных передаточных функций на p^n , где n — порядок характеристического полинома $N(p) = a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$, найдем начальные значения переменных при задающем и возмущающем воздействиях:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \Phi_{3e}(p) = e/u_3 = \lim_{p \rightarrow \infty} (\beta_y \beta_n / p^3) / (a_3 + a_2/p + a_1/p^2 + a_0/p^3) = 0/a_3, \\ \text{т.е. } e(0) = 0.$$

Аналогично,

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \Phi_{3i}(p) = iR_0/u_3 = \lim_{p \rightarrow \infty} (\beta_y \beta_n / p^2) / (a_3 + a_2/p + a_1/p^2 + a_0/p^3) = 0/a_3, \\ \text{т.е. } iR_0(0) = 0.$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \Phi_{Be}(p) = e/-I_c R_0 = \\ = \lim_{p \rightarrow \infty} [T_\mu T/p + (T_\mu + T)/p^2 + 1/p^3] / [N(p)/p^3] = 0/a_3, \text{ т.е. } e(0) = 0.$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \Phi_{Be}(p) = iR_0/-I_c R_0 = \\ = \lim_{p \rightarrow \infty} [(T_\mu p + 1)p^3 + \beta_y \beta_n k_{OC}/p^3] / [N(p)/p^3] = 0/a_3, \text{ т.е. } iR_0(0) = 0.$$

Конечные значения переменных могут быть получены по приведенным передаточным функциям при задающем и возмущающем воздействиях, если положить в них $p = 0$:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \Phi_{3e}(p) = e/u_3 = \beta_y \beta_n / a_0.$$

Таким образом:

$$e(\infty) = u_3 \beta_y \beta_n / (1 + \beta_y \beta_n k_{OC});$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \Phi_{3u}(p) = iR_0/u_3 = 0/a_0 = 0, \text{ т. е. } iR_0(\infty) = 0;$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \Phi_{be}(p) = e/-I_c R_0 = 1/a_0 = 1/(1 + \beta_y \beta_n k_{OC}),$$

$$\text{т. е. } e(\infty) = -I_c R_0 / (1 + \beta_y \beta_n k_{OC});$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \Phi_{bu}(p) = iR_0/-I_c R_0 = (1 + \beta_y \beta_n k_{OC})/a_0 = 1, \text{ т. е. } iR_0(\infty) = I_c R_0.$$

6.6. Структурные схемы установившегося движения систем автоматического управления

Уравнение установившегося движения системы может быть получено непосредственно из операторного уравнения системы при $p = 0$:

$$u_3 \beta - I_c R_0 = e(1 + \beta k_{OC})$$

или

$$e = u_3 \beta / (1 + \beta k_{OC}) - I_c R_0 / (1 + \beta k_{OC}) = e_0 + \Delta e,$$

где e_0 — ЭДС идеального холостого хода; Δe — статическое отклонение ЭДС двигателя замкнутой системы при нагрузке I_c .

В общем случае исходя из операторного уравнения любой системы при $p = 0$ уравнение установившегося движения замкнутой системы может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow 0} e(p) &= e = [u_3 H_1(0) - I_c R_0 H_2(0)] / N(0) = \\ &= u_3 \beta / N(0) - I_c R_0 H_2(0) / N(0), \end{aligned}$$

где $H_1(0)$, $H_2(0)$, $N(0)$ — значения операторных полиномов при u_3 , $I_c R_0$ и e соответственно; β — коэффициент усиления прямого канала, $\beta = \beta_y \beta_n$.

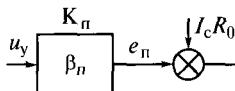


Рис. 6.7. Структурная схема объекта управления в установившемся режиме

Структурная схема двигателя (см. рис. 6.5) при установившемся движении в соответствии с операторным уравнением при $p = 0$ примет вид, показанный на рис. 6.7, *a*, преобразователь K_n при $p = 0$ будет представлен звеном с коэффициентом усиления β_n . На рис. 6.8, *a* приведена структурная схема одноконтурной системы стабилизации скорости в операторном изображении, элементы которой были описаны ранее, а на рис. 6.8, *b* показана структурная схема той же системы, но в установившемся режиме. Варианты структурных схем многоконтурных систем управления электроприводами, соответствующие динамическим и установившимся процессам, приведены на рис. 6.8, *в* – *з*. На рис. 6.8, *в* изображена двухконтурная структура статической системы управления с ОС по скорости и току в динамических, а на рис. 6.8, *г* – в установившихся режимах. Уравнение установившегося процесса имеет вид

$$[(u_3 - ek_{OC})\beta_y - I_c R_0 k_{o_1}] \beta_n - I_c R_0 = e,$$

откуда следует

$$e = u_3 \beta / (1 + k_{OC} \beta) - I_c R_0 (1 + k_{o_1} \beta_n) / (1 + k_{OC} \beta),$$

где k_{o_1} – коэффициент ОС по току.

Другие схемы двухконтурной структуры статической системы управления с отрицательной ОС по напряжению и положительной по току двигателя в динамическом и установившемся режимах приведены соответственно на рис. 6.8, *д*, *е*.

Выделение напряжения двигателя u на структурной схеме (см. рис. 6.8, *д*) получится включением в цепь ОС структуры, определяемой уравнением

$$u = e [T_{m_d} p (T_d p + 1) + 1] + I_c R_0 \rho_d (T_d p + 1),$$

где T_{m_d} , T_d – электромеханическая и электромагнитная постоянные времени двигателя соответственно; ρ_d – относительное сопротивление якоря двигателя, $\rho_d = R_d / R_0$; k_{o_n} – коэффициент ОС по напряжению двигателя.

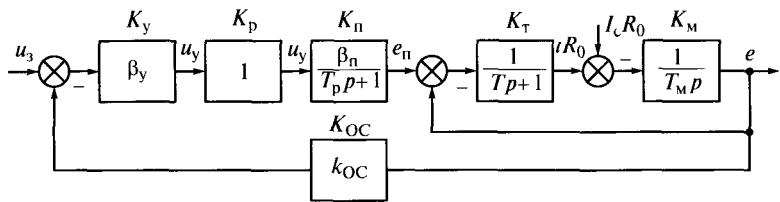
Уравнение установившегося движения в соответствии со структурной схемой на рис. 6.8, *е* имеет следующий вид:

$$[u_3 - (e + I_c R_0 \rho_d) k_{o_n} + I_c R_0 k_{o_1}] \beta - I_c R_0 = e,$$

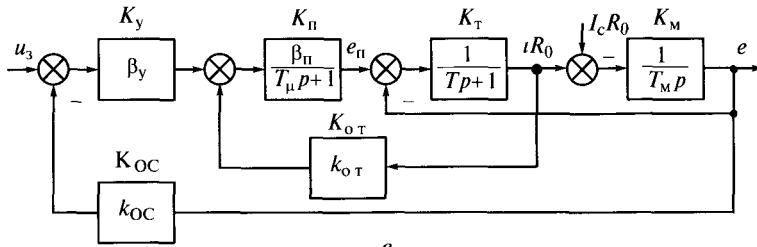
откуда

$$e = u_3 \beta / (1 + k_{o_n} \beta) - I_c R_0 [1 + (k_{o_n} \rho_d - k_{o_1}) \beta] / (1 + k_{o_n} \beta).$$

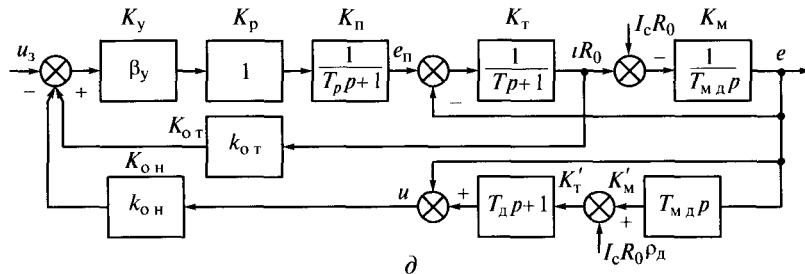
На рис. 6.8, *ж* приведена трехконтурная структура статической системы управления с отрицательными ОС по ЭДС (скорости), току двигателя и ЭДС преобразователя. На рис. 6.8, *з* изображена



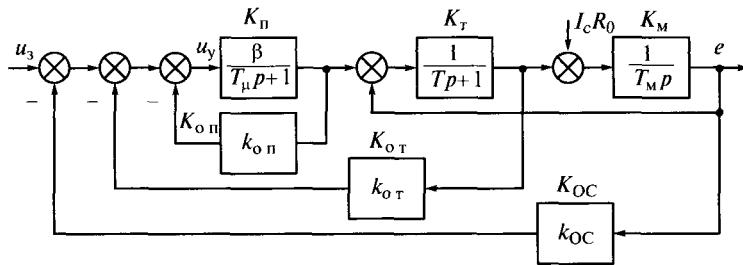
a



b



d



ж

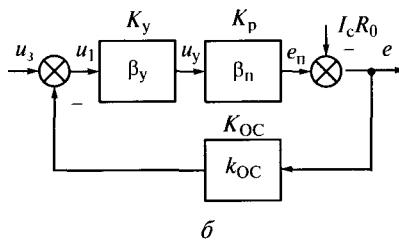
Рис. 6.8. Структурные схемы в динамическом (*a*, *в*, *д*, *ж*)

соответствующая ей структурная схема установившегося режима, на основании которой может быть составлено уравнение

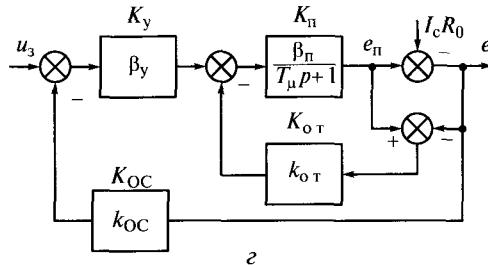
$$[u_3 - ek_{OC} - I_c R_0 k_{o\tau} - (e + I_c R_0)k_{on}] \beta - I_c R_0 = e,$$

откуда

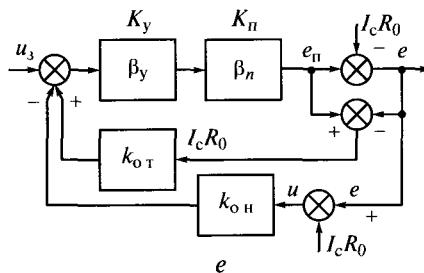
$$e = u_3 \beta / 1 + (k_{OC} + k_{on}) \beta - I_c R_0 [1 + (k_{o\tau} + k_{on}) \beta] / [1 + (k_{OC} + k_{on}) \beta].$$



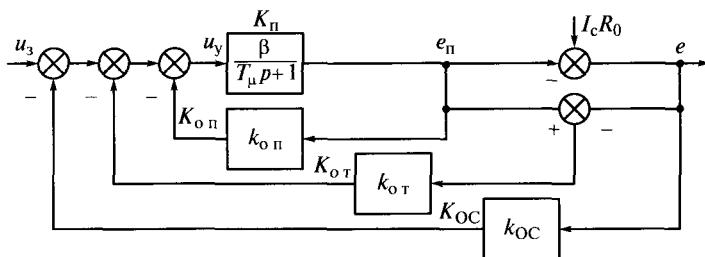
б



г



е



з

и установившемся (б, г, е, з) режимах

Здесь k_{Op} — коэффициент ОС по ЭДС преобразователя.

Рассмотренные структурные схемы представляют собой наиболее часто встречающиеся в практике варианты решения статических систем управления, синтез параметров которых не однозначен. Основным требованием к статическим системам управления является точность их функционирования в установившихся

режимах. Как будет показано далее, требования точности (стабильности) статических характеристик не всегда совместимы с показателями качества динамических режимов. Исключение составляют одноконтурные системы управления, которые в отличие от многоконтурных систем позволяют сначала, при формировании их исходной структуры, определить параметры, обеспечивающие статическую точность, а затем синтезировать регулятор (найти его структуру, место включения и параметры), корректирующий динамические процессы в соответствии с требуемыми качественными показателями. Что касается многоконтурных систем, то статическая точность не может быть заранее обеспечена требованиями к установившемуся режиму, так как она зависит от параметров, полученных в результате синтеза системы на базе оптимизирующих критериев качества, обеспечивающих желаемый переходный процесс.

6.7. Постановка задач формирования структур систем автоматического управления

Под *синтезом* понимается определение структуры и параметров регуляторов САУ в соответствии с ее целевым назначением и требуемыми показателями качества функционирования. Система автоматического управления состоит из ОУ и управляющего устройства.

В системах управления электроприводами ОУ включает в себя двигатели различных типов, передаточные звенья от вала двигателя к механизму, преобразователи одного вида электроэнергии в другой. Основными показателями для выбора элементов оборудования объекта управления являются род тока, мощность, напряжение, частота питающего напряжения, требуемое передаточное число редуктора и др.

Состав ОУ, его математическая модель и параметры должны быть определены до синтеза. Математическая модель объекта может быть представлена дифференциальными (операторными) уравнениями либо структурной схемой. Исходными данными для синтеза являются также статическая и динамическая точности системы.

На первом этапе проектирования САУ определяется структура системы. Выбор структуры зависит от функционального назначения системы, но обычно может быть произведен не единственным образом. В основу структуры ложится один из фундаментальных принципов управления: по отклонению, по возмущению, комбинированное управление. При необходимости адаптации система дополняется контуром адаптивного управления. В практике получило наибольшее распространение управление по отклонению (см. гл. 1) в связи с главным его свойством — самовыравнивани-

ем, т.е. способностью нормально функционировать при любых возмущениях.

Чтобы построить структуру системы управления, необходимо определить: что является выходной величиной; как воздействовать на объект, чтобы управлять этой величиной в заданных пределах; как получить информацию о значениях выходной величины (какие датчики могут быть применены); каковы возмущающие и задающие воздействия. Так, если ОУ является электропривод, а выходной величиной — его скорость, управлять ею можно, изменяя подводимое к двигателю напряжение. Для этой цели существуют силовые полупроводниковые управляемые преобразователи, напряжение и частота которых зависит от сигнала управления на входе. В качестве датчиков скорости используются различные тахометрические средства. Основным возмущением является момент статической нагрузки на валу двигателя, характер же задающего сигнала в зависимости от назначения и режима работы системы управления будет различным. Во многих случаях задающее воздействие формируется как программное управление с учетом критерии оптимальности, а правильный выбор структуры системы и параметров управления обеспечивает точное воспроизведение этого воздействия.

Для формирования структуры можно использовать один из методов синтеза: метод ЛЧХ, метод последовательной оптимизации контуров (подчиненное регулирование), метод распределения корней характеристического уравнения. Каждый из методов позволяет обеспечить необходимые показатели качества, но структуры получаются разные. Ввиду этого системы по-разному реагируют на внешние и внутренние возмущения. Окончательный выбор структуры выполняется с учетом возможностей технической реализации, а также чувствительности к возмущениям и помехоустойчивости на основании результатов математического моделирования.

Представляется целесообразным определение критериальной оценки, по которой можно сделать выбор между статическим, астатическим или комбинированным способами управления.

Установившееся значение ошибки накапливается за переходный процесс, поэтому чем выше быстродействие системы, тем более высокую точность приобретает система управления.

6.8. Выбор структуры системы стабилизации скорости

На рис. 6.9 представлены структуры соответственно статической (рис. 6.9,*a*), астатической (рис. 6.9, *б*) и комбинированной (рис. 6.9, *в*) систем стабилизации скорости ω . Здесь W_0 — ОУ, состоящий из двигателя и преобразователя; K_y — промежуточный

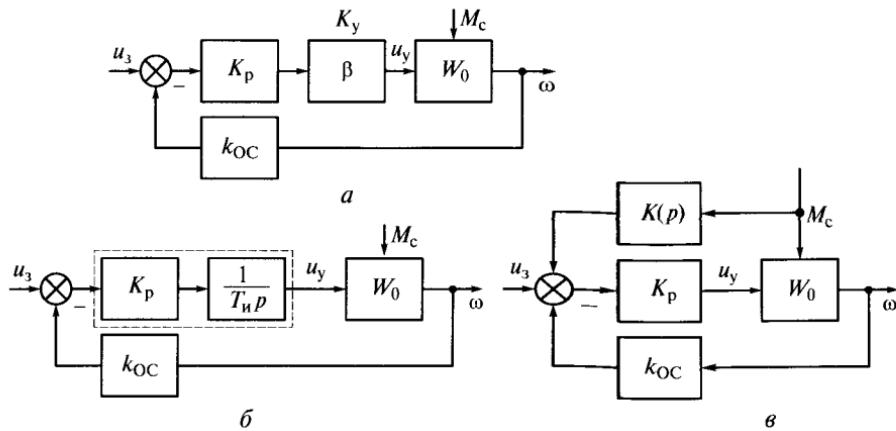


Рис. 6.9. Вариант структур систем стабилизации:

а — статической; *б* — астатической; *в* — комбинированной

усилитель с коэффициентом усиления β ; $K(p)$ — передаточная функция звена в канале компенсации возмущения; K_p — регулятор; k_{OC} — обратная связь по скорости; $1/(T_{ip}p)$ — интегрирующее звено регулятора астатической системы; M_c — момент статической нагрузки, являющийся основным возмущением.

На рис. 6.10 приведены графики переходных процессов при возмущающем воздействии, представляющие собой идеализированные предельные диаграммы изменения отклонения скорости $\Delta\omega$ и тока i в статической (рис. 6.10, *а*) и астатической (рис. 6.10, *б*) системах. Основным (расчетным) возмущающим воздействием считают скачок статического момента на валу двигателя M_c или пропорциональный ему ток $I_c = M_c/c$. Максимальное динамиче-

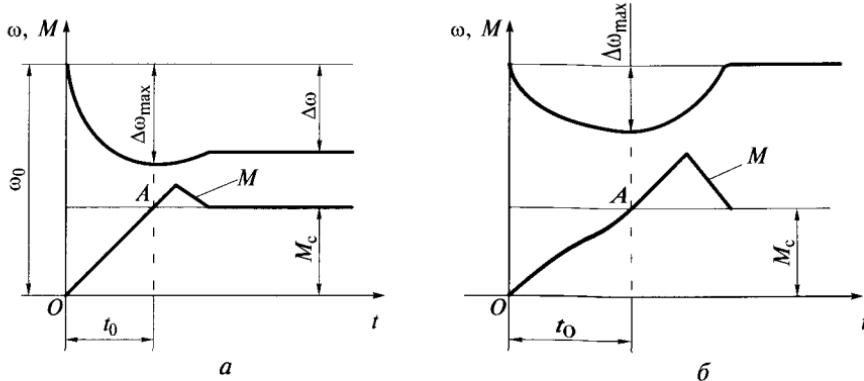


Рис. 6.10. Предельные диаграммы систем:

а — статической; *б* — астатической

ское отклонение скорости $\Delta\omega_{\max}$ под действием этого возмущения при достижении током i значения I_c за время t_0 определяется выражением

$$\Delta\omega_{\max} = 1/J \int_0^{t_0} (M - M_c) dt,$$

где M — электромагнитный момент двигателя, $M = ci$.

Если считать, что скорость изменения момента на отрезке OA линейна (см. рис. 6.10, *a, б*) и предельно допустима по условиям коммутации в двигателе, т.е. ограничена допустимым значением производной тока якоря di/dt , то при $M_c = M_h$:

$$t_0 = I_h / (di/dt)_{\max} = 1/x;$$

$$\Delta\omega_{\max} = M_h t_0 / 2J = M_h / 2Jx,$$

где M_h — номинальный момент двигателя; x — относительное допустимое значение производной тока якоря двигателя:

$$x = (di/dt)_{\max} 1/I_h.$$

Если в справочных данных на серию двигателей значение x не указано, то оно принимается равным 40...50 — для двигателей малой и средней мощности и 20...30 — для двигателей большой мощности (> 100 кВт). Выражение $\Delta\omega_{\max}$ можно также представить, учитывая что $e = c\omega$, $T_m = JR_0/c^2$, в виде

$$\Delta e_{\max} = I_h R_0 / 2 T_m x.$$

Отсюда максимальное относительное динамическое отклонение

$$v_{\max} = \Delta e_{\max} / I_h R_0 = 1/2 T_m x.$$

Требуемое установившееся относительное статическое отклонение скорости определяется исходя из заданного статизма S_x и диапазона регулирования $D = \omega_h/\omega_{hD}$, где ω_h — номинальная, а ω_{hD} — низшая при номинальном моменте скорости, по формуле

$$v = [S_x / (1 - S_x)] [De_h / I_h R_0].$$

Как показывает практика проектирования, можно считать, что, если

$$v_{\max} = 1/2 T_m x > m S_x e_h / (1 - S_x) D I_h R_0 = mv$$

или $v/v_{\max} < 1/m$, где обычно $m = 10$, требования к точности высоки и целесообразен выбор астатической или комбинированной системы (см. рис. 6.9, *б, в*). При $v/v_{\max} \geq 1/m$ в системе статического

регулирования при ступенчатом возмущении возможен апериодический переходный процесс и требования к точности низкие. В этом случае может быть выбрана статическая система (см. рис. 6.9, a). Обычно можно принимать $m = 10$, поскольку в этом случае, чтобы удовлетворить ограничению di/dt и одновременно выполнить статическую точность, приходится формировать процесс, близкий к процессу в астатической системе. Если $I \ll v_{max} < v < m$, возможно применение как статического, так и астатического управления.

Комбинированное управление в системах стабилизации скорости не нашло широкого распространения из-за трудности измерения основного возмущения — момента сил сопротивления на валу двигателя. Однако при косвенном определении статического момента возможно применение и этого способа управления.

Таким образом, для построения структур систем стабилизации скорости высокой точности могут быть рекомендованы астатические способы управления, реализуемые с помощью синтеза ПИ-регуляторов, основанного на применении метода ЛЧХ либо методов последовательной коррекции, распределения корней и др.

Если в системе стабилизации допустимы более низкие точности, то структурное решение можно осуществлять на базе П- или ПИД-регуляторов.

Контрольные вопросы

1. Поясните схему и назначение основных элементов типовой промышленной САУ.
2. В чем состоит отличие укрупненной схемы САУ от типовой промышленной схемы?
3. Как изменяется работа САУ при наличии отрицательной и положительной ОС?
4. Для чего в САУ используются отрицательная и положительная ОС?
5. Как включается регулятор в САУ?
6. Какие виды регуляторов используются в промышленных САУ?
7. Что такое параметры настройки регулятора?
8. Каковы графики процессов регулирования параметров статического объекта в системах с П-, И-, ПИ- и ПИД-регуляторами?
9. Каким образом строится структурная схема САУ?
10. Как составляются операторные уравнения и передаточные функции САУ?
11. Как строятся структурные схемы установившегося движения?
12. Как выбираются структурные схемы стабилизации скорости?

Глава 7

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И КАЧЕСТВА РАБОТЫ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

7.1. Понятие устойчивости систем автоматического управления

В САУ, работающих по отклонению (по принципу И. И. Ползунова), регулятор изменяет управляющий сигнал только после отклонения регулируемого параметра от заданного значения. Следовательно, он должен не только компенсировать возмущающее воздействие, но и свести к нулю отклонение регулируемого параметра от заданного значения, т. е. регулятору предстоит форсированная работа.

При этом возможны следующие варианты.

1. Регулятор вырабатывает управляющий сигнал недостаточной мощности. При этом скорость нарастания отклонения Δ регулируемого параметра от заданного значения уменьшается, но само отклонение продолжает расти. График процесса регулирования — изменения во времени τ выходного сигнала $x_{\text{вых}}$ системы после подачи на нее возмущающего воздействия — в этом случае будет расходящийся, а работа САУ — неустойчивой (рис. 7.1, *a*).

2. Регулятор вырабатывает управляющий сигнал избыточной мощности, который не только компенсирует возмущающее воздействие и сводит к нулю отклонение регулируемого параметра от заданного значения, но и вызывает новое отклонение, противоположное по знаку и большей амплитуды (рис. 7.1, *б*). Показанный график процесса регулирования в такой САУ также будет расходящийся (расходится с заданием), а работа САУ — неустойчивой.

3. Регулятор вырабатывает управляющий сигнал необходимой мощности. При этом регулируемый параметр возвращается к заданному значению или плавно (при апериодическом процессе регулирования), или через колебания уменьшающейся амплитуды (при колебательном процессе регулирования). Графики процессов регулирования в такой САУ — сходящиеся, а работа САУ — устойчивая (рис. 7.1, *в*).

Проектируемые промышленные системы прежде всего должны быть устойчивыми, так как неустойчивые системы неработоспособны.

Однако кроме устойчивости проектируемые САУ должны отвечать требованиям по качеству работы, которое оценивается по соответствующим показателям.

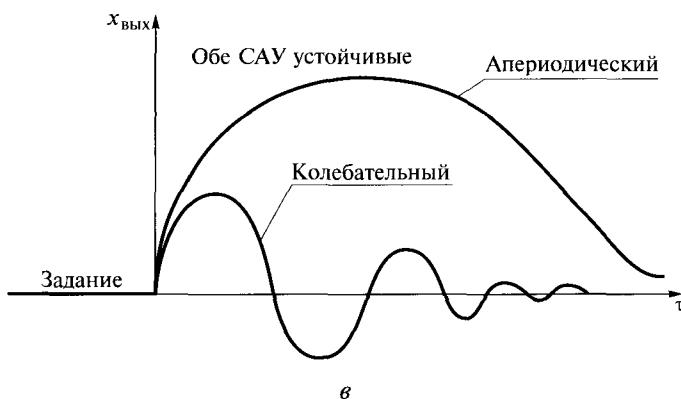
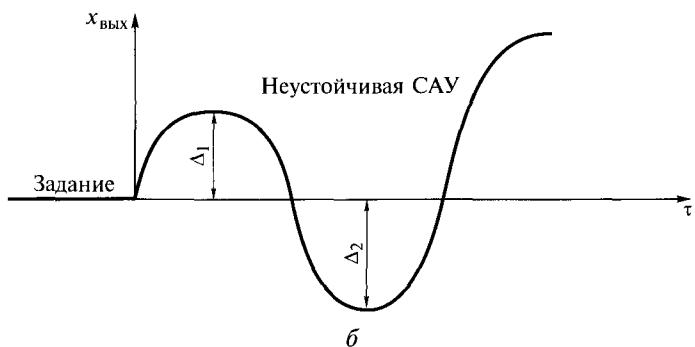
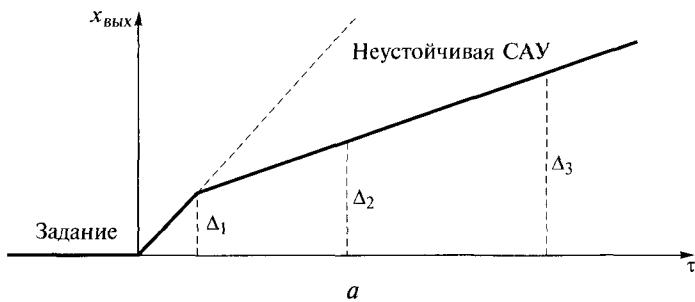


Рис. 7.1. Графики процессов регулирования в САУ:

а — с выходным сигналом регулятора недостаточной мощности; *б* — с выходным сигналом регулятора избыточной мощности; *в* — колебательного и апериодического процессов регулирования с выходным сигналом регулятора необходимой мощности

7.2. Показатели качества работы систем автоматического управления

Значения показателей качества работы системы легко определяются по графику процесса регулирования устойчивой САУ. По

одному из показателей качества — статической ошибке — можно судить о принципиальном различии статических систем, в которых $\Delta_{\text{стат}} \neq 0$, и астатических, в которых $\Delta_{\text{стат}} = 0$.

На рис. 7.2, *a* приведен график процесса регулирования в статической САУ, а на рис. 7.2, *б* — в астатической.

Статическая ошибка $\Delta_{\text{стат}}$ — это разность значений регулируемого параметра в состояниях исходного и конечного (после окончания процесса регулирования) равновесия системы.

В астатической системе статическая ошибка равна нулю, т.е. такая система после окончания процесса регулирования возвращается в состояние исходного равновесия (см. рис. 7.2, *a*).

Динамическая ошибка $\Delta_{\text{дин}}$ — это максимальное в процессе регулирования отклонение регулируемого параметра от конечного состояния равновесия.

В астатических САУ конечное и исходное состояния равновесия совпадают с заданием, поэтому в них динамическая ошибка равна максимальному отклонению параметра в процессе регулирования (см. рис. 7.2, *б*, *в*).

Время регулирования $\tau_{\text{рег}}$ — это отрезок времени с момента подачи в замкнутую САУ возмущающего воздействия до момента, по истечении которого регулируемый параметр находится в состоянии конечного равновесия или отличается от заданного значения не более чем на $\pm 5\%$. Если заданное значение равно нулю (как на рис. 7.2, *a*, *б*), то $\pm 5\%$ берется от значения динамической ошибки.

Перерегулирование σ — это динамическая ошибка, отнесенная к номинальному значению регулируемого параметра в процентах.

Так как использование динамической ошибки, имеющей размерность регулируемого параметра (градус, метр, микрон и т.д.), не всегда удобно (например, динамическая ошибка в $\pm 2^{\circ}\text{C}$ для уровня температуры в 1000°C — маленькая, а для температуры тела человека ($36,6^{\circ}\text{C}$) — большая), перерегулирование

$$\sigma = \frac{x_{\text{вых. max}} - x_{\text{вых. nom}}}{x_{\text{вых. nom}}} \cdot 100 = \frac{\Delta_{\text{дин}}}{x_{\text{вых. nom}}}.$$

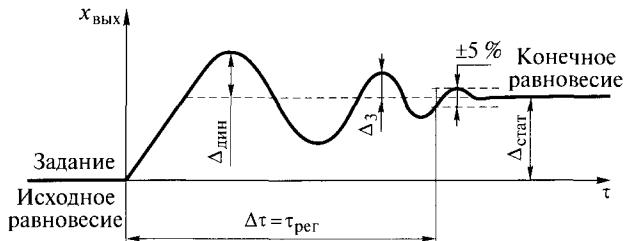
Степень затухания ψ — это показатель качества, который характеризует, на сколько процентов уменьшается амплитуда выходного сигнала системы за один период колебаний.

Степень затухания определяется по формуле

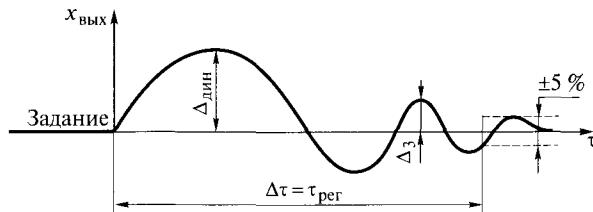
$$\psi = \frac{\Delta_{\text{дин}} - \Delta_3}{\Delta_{\text{дин}}} \cdot 100,$$

где Δ_3 — амплитуда колебаний третьего периода (см. рис. 7.2, *а*, *б*).

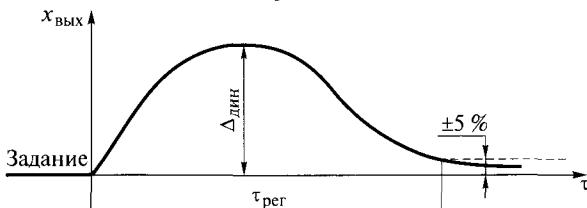
Если $\Delta_3 = 0$, то $\psi = 100\%$.



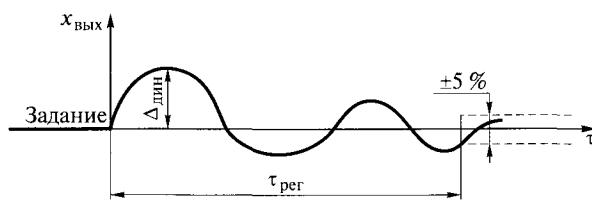
a



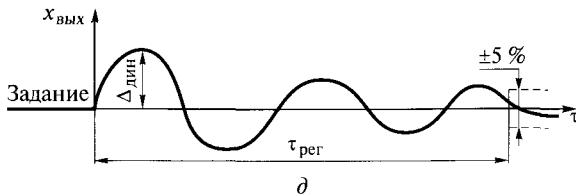
б



в



г



д

Рис. 7.2. Графики процессов регулирования:

а — в статической САУ; *б* — в астатической САУ; *в* — апериодического процесса регулирования; *г* — процесса регулирования с 20%-м перерегулированием; *д* — процесса регулирования с минимальным интегральным показателем качества

Обобщенный интегральный среднеквадратичный показатель качества J определяется интегралом (площадью под интегральной фигуры) изменения в процессе регулирования выходного сигнала системы за период времени регулирования:

$$J = \int_0^{\tau_{\text{пер}}} (\Delta x_{\text{вых}})^2 d\tau.$$

Здесь $\Delta x_{\text{вых}}$ берется в квадрате, чтобы можно было просуммировать как положительные, так и отрицательные отклонения выходного сигнала.

Чем меньше динамическая, статическая ошибки и время регулирования, тем меньше показатель J , а следовательно, выше качество работы САУ.

7.3. Оптимальные процессы регулирования

Часто на практике требования к качеству работы проектируемой САУ задают не в виде значений отдельных показателей качества, а в виде требования реализации одного из трех оптимальных процессов регулирования. Рассмотрим эти процессы.

Апериодический процесс регулирования показан на рис. 7.2, в. Согласно данному графику регулируемый параметр после отклонения плавно возвращается к заданному значению. Этот процесс характеризуется минимальным временем регулирования, но имеет максимальную динамическую ошибку.

Процесс регулирования с 20%-м перерегулированием условно показан на рис. 7.2, г.

Для этого процесса характерны меньшая, чем в апериодическом процессе, динамическая ошибка, но большее время регулирования. Перерегулирование здесь не должно превышать 20 %.

Процесс регулирования с минимальным интегральным показателем качества представлен на рис. 7.2, д. Для этого процесса регулирования, где интегральный показатель качества сведен к минимуму:

$$J = \int_0^{\tau_{\text{пер}}} (\Delta x_{\text{вых}})^2 d\tau \rightarrow \min,$$

характерны минимальная динамическая ошибка и максимальное время регулирования.

Трудно ответить на вопрос: «Какой из трех оптимальных процессов регулирования самый оптимальный?» Выбор необходимого оптимального процесса регулирования определяется видом управляемого технологического процесса. Например, для некоторых

процессов кратковременная большая динамическая ошибка может быть очень опасна (как при управлении давлением пара в барабане котла). Следовательно, для таких объектов апериодический процесс регулирования не самый лучший.

Из всего сказанного можно сделать вывод о том, что общей задачей, решаемой ТАУ, является проектирование промышленных САУ, во-первых, устойчивых, а во-вторых, отвечающих определенным требованиям по качеству работы.

7.4. Анализ устойчивости замкнутой системы

Замкнутую САУ (регулятор которой подключен к объекту в цепи отрицательной ОС) сначала проверяют на устойчивость при заданных значениях параметров настройки регулятора. Неустойчивая система неработоспособна, и нет смысла анализировать качество ее работы.

При исследовании замкнутой системы на устойчивость рассматривают ее так называемое *свободное движение*, т. е. движение, которое появляется в системе после подачи и снятия возмущающего воздействия.

Русский математик А. М. Ляпунов доказал, что если система, движущаяся свободно, будет устойчивой, то будет устойчивой и система с вынужденным движением, на которую возмущение действует постоянно. Математический анализ на устойчивость системы, движущейся свободно, значительно проще анализа системы с вынужденным движением.

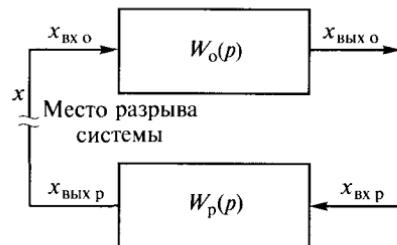
Таким образом, замкнутая система будет устойчивой, если после подачи и снятия возмущающего воздействия она через конечный промежуток времени возвращается в состояние равновесия. Примером свободного движения являются свободные колебания маятника, который качнули.

При свободном движении входной сигнал системы — возмущающее воздействие — после снятия отсутствует. Объект и регулятор в свободном движении замкнуты только друг на друга.

Структурная схема САУ, движущейся свободно, изображена на рис. 7.3. На этой схеме x — сигнал связи регулятора с объектом. Для анализа на устойчивость замкнутой системы, движущейся свободно, разорвем ее (см. на схеме место разрыва системы), после чего получим цепь из последовательно соединенных объекта и регулятора. Передаточная функция этой разомкнутой САУ, движущейся свободно, будет иметь вид

$$W_{\text{раз}}(p) = W_o(p)W_p(p) = \frac{x_{\text{вых}\,p}(p)}{x_{\text{вх}\,o}(p)}.$$

Рис. 7.3. Структурная схема САУ, движущейся свободно



Для лучшего понимания последующих математических действий и выводов рассмотрим систему, в которой объект аппроксимирован апериодическим звеном, а регулятор имеет ПИ-закон регулирования, тогда

$$W_o(p) = \frac{K_o}{T_o p + 1};$$

$$W_{\text{ПИ}}(p) K_p \left(1 + \frac{1}{T_u p} \right) = \frac{K_p(T_u p + 1)}{T_u p}.$$

Следовательно, для данного примера

$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{K_o}{T_o p + 1} \frac{K_p(T_u p + 1)}{T_u p} = \frac{x_{\text{вых р}}(p)}{x_{\text{вх о}}(p)}.$$

Если раскрыть эти отношения, получим дифференциальное уравнение свободного движения разомкнутой системы, записанное в операторной форме:

$$(T_o p + 1) T_u p x_{\text{вых р}}(p) = K_o K_p (T_u p + 1) x_{\text{вх о}}(p).$$

Теперь замкнем систему, движущуюся свободно. При замыкании, поскольку регулятор работает в цепи отрицательной ОС, имеет место следующее равенство:

$$x_{\text{вых р}}(p) = -x_{\text{вх о}}(p).$$

Следовательно, дифференциальное уравнение свободного движения данной замкнутой системы будет иметь вид

$$(T_o p + 1) T_u p x_{\text{вых р}}(p) = K_o K_p (T_u p + 1) [-x_{\text{вх о}}(p)]$$

или

$$(T_o p + 1) T_u p x_{\text{вых р}}(p) + K_o K_p (T_u p + 1) x_{\text{вых р}}(p) = 0.$$

Однако $x_{\text{вых р}}(p)$ и $x_{\text{вх о}}(p)$ — это сигнал x (см. рис. 7.3), поэтому предыдущее дифференциальное уравнение свободного дви-

жения данной замкнутой системы можно записать следующим образом:

$$[(T_o p + 1) T_u p + K_o K_p (T_u p + 1)]x = 0$$

или после преобразования

$$[T_o T_u p^2 + (T_u + K_o K_p T_u)p + K_o K_p]x = 0.$$

В общем виде дифференциальное уравнение свободного движения замкнутой САУ по аналогии можно записать следующим образом:

$$[a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0]x = 0.$$

Если полином в квадратных скобках дифференциального уравнения свободного движения замкнутой системы приравнять к нулю, получим характеристическое уравнение замкнутой системы.

Для данной системы характеристическое уравнение будет иметь вид

$$T_o T_u p^2 + (T_u + K_o K_p T_u)p + K_o K_p = 0.$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы в общем виде следующее:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0.$$

Характеристическое уравнение потому и названо характеристическим, что его корни «характеризуют», будет замкнутая система устойчивой или нет. Для системы, движущейся свободно, неважно в какой точке разомкнули (разорвали) кольцо из объекта и регулятора, т. е. можно записать, что сигнал $x = x_{\text{вых.о}}$ — регулируемый параметр.

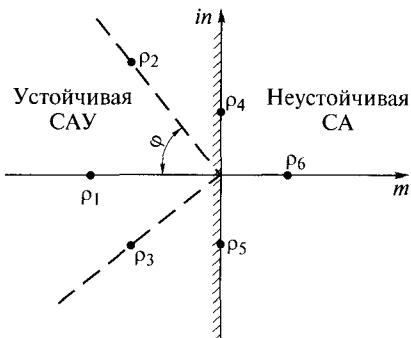
Общим решением дифференциального уравнения свободного движения замкнутой системы будет выражение

$$x = x_{\text{вых}}(\tau) = \sum_{k=1}^n C_k \exp(\rho_k \tau),$$

где τ — текущее время; C_k — постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий свободного движения системы (мощности первоначального возмущающего воздействия); ρ_k — корни характеристического уравнения замкнутой системы; n — количество постоянных интегрирования.

Поскольку характеристическое уравнение замкнутой системы получено из дифференциального уравнения свободного движения замкнутой системы, записанного в операторной форме (преобразованного по Лапласу), оно является алгебраическим.

Рис. 7.4. Расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости



Корни алгебраического уравнения (характеристического) могут быть действительными, комплексными, положительными и отрицательными. Рассмотрим эти варианты.

1. Все корни характеристического уравнения замкнутой системы действительные и отрицательные (рис. 7.4).

В этом случае решение дифференциального уравнения свободного движения замкнутой системы можно записать следующим образом:

$$x_{\text{вых}}(\tau) = \sum_{k=1}^n C_k \exp(-\rho_k \tau) = \sum_{k=1}^n C_k \frac{1}{\exp(\rho_k \tau)}.$$

При $\tau \rightarrow \infty$ (от нуля, без отрицательных τ) в дроби к бесконечности стремится знаменатель, а сама дробь стремится к нулю.

Следовательно, с течением времени к нулю стремится и каждое из n слагаемых суммы, а также $x_{\text{вых}}(\tau)$ — значение регулируемого параметра в замкнутой системе, движущейся свободно. Значит, после подачи и снятия возмущающего воздействия система с течением времени приходит в состояние равновесия, т.е. такая замкнутая система — устойчивая.

2. Один корень характеристического уравнения замкнутой системы положительный ($\rho_1 > 0$), остальные — отрицательные ($\rho_k < 0$ для $2 < k < n$).

В этом случае решение дифференциального уравнения свободного движения замкнутой системы запишем следующим образом:

$$x_{\text{вых}}(\tau) = C_1 \exp(\rho_1 \tau) + \sum_{k=2}^n C_k \exp(-\rho_k \tau).$$

В этом случае сумма $\sum_{k=2}^n C_k \exp(-\rho_k \tau)$ с течением времени стремится к нулю, но слагаемое $C_1 \exp(\rho_1 \tau)$ непрерывно возрастает.

Следовательно, непрерывно растет и $x_{\text{вых}}(\tau)$ — регулируемый параметр, т.е. замкнутая система будет неустойчивой.

3. Один корень характеристического уравнения равен нулю ($\rho_1 = 0$), остальные — отрицательные ($\rho_k < 0$ для $2 \leq k \leq n$).

Разобьем сумму на два слагаемых:

$$x_{\text{вых}}(\tau) = C_1 \exp(0 \cdot \tau) + \sum_{k=2}^n C_k \exp(-\rho_k \tau).$$

Здесь второе слагаемое при $2 \leq k \leq n$ с течением времени стремится к нулю, а первое слагаемое $C_1 \exp(0 \cdot \tau) = C_1 \cdot 1 = C_1$.

Следовательно, выходной сигнал — регулируемый параметр — в такой системе с течением времени приобретает вид незатухающих синусоидальных колебаний с амплитудой C_1 , т.е. теоретически замкнутая система находится на границе устойчивости, а практически она неустойчивая.

4. Корни характеристического уравнения замкнутой системы — комплексные числа ($\rho_k = \pm m_k \pm i n_k$).

В этом случае решение дифференциального уравнения свободного движения замкнутой системы будет иметь вид

$$\begin{aligned} x_{\text{вых}}(\tau) &= \sum_{k=1}^n C_k \exp[(\pm m_k \pm i n_k) \tau] = \sum_{k=1}^n C_k \exp(\pm m_k \tau) \exp(\pm i n_k \tau) = \\ &= \sum_{k=1}^n C_k \exp(\pm m_k) [\cos(n_k \tau) \pm i \sin(n_k \tau)]. \end{aligned}$$

Из предыдущих вариантов ясно, что если все действительные части (m_k) всех комплексных корней характеристического уравнения замкнутой системы отрицательные, то такая система будет устойчивой. Мнимые части комплексных корней ($\pm i n_k$) характеристического уравнения на устойчивость влияния не оказывают, так как $\cos(n_k \tau)$ и $\sin(n_k \tau)$ изменяются в пределах от +1 до -1. Однако от мнимых частей комплексных корней характеристического уравнения зависит колебательность процесса регулирования: с возрастанием n_k быстрее изменяется угол $\phi = n_k \tau$ и, следовательно, выше частота колебаний процесса регулирования.

Для анализа устойчивости замкнутой САУ удобно корни характеристического уравнения разместить на комплексной плоскости. Если все корни (действительные и комплексные) располагаются в левой полуплоскости, то система устойчивая; если хотя бы один корень характеристического уравнения попадает в правую полуплоскость — система неустойчивая; если действительный корень равен нулю или есть чисто мнимые корни — система находится на границе устойчивости, т.е. практически она неустойчивая. Также чем ближе отрицательный действительный корень к мнимой оси комплексной плоскости, тем меньшим запа-

сом устойчивости обладает замкнутая система, и чем меньше действительная часть комплексного корня характеристического уравнения, тем меньше запас устойчивости.

Как правило, комплексные корни характеристического уравнения замкнутой САУ сопряженные, т.е. $\rho_k = m_k + i n_k$; $\rho_{k+1} = m_{k+1} - i n_{k+1}$.

Следовательно, большая мнимая часть (n_k) комплексных корней характеристического уравнения определяет колебательность или частоту колебаний процесса регулирования, т.е. чем больше угол ϕ (см. рис. 7.4), тем больше колебаний совершают системы, приходя в равновесное состояние.

7.5. Вывод характеристического уравнения замкнутой системы из передаточных функций объекта и регулятора

Для исследования замкнутой системы на устойчивость необходимо знать математические модели — передаточные функции всех элементов САУ. Для укрупненной структурной схемы САУ — это передаточные функции объекта и регулятора. Выясним, как, используя передаточные функции объекта и регулятора, определить характеристическое уравнение замкнутой системы, через корни которого можно оценить устойчивость проектируемой САУ. Это можно сделать двумя способами.

Первый способ. Запишем передаточную функцию замкнутой САУ через передаточные функции объекта и регулятора с параллельно-встречным соединением звеньев с отрицательной ОС (см. рис. 5.6 и 6.1, в):

$$W_{\text{замСАУ}}(p) = \frac{W_o(p)}{1 + W_o(p)W_p(p)}.$$

Используем передаточные функции объекта и регулятора, полученные при выводе характеристического уравнения замкнутой САУ (см. рис. 7.3):

$$\begin{aligned} W_{\text{замСАУ}}(p) &= \frac{\frac{K_o}{T_o p + 1}}{1 + \frac{K_o}{T_o p + 1} \frac{K_p(T_n p + 1)}{T_n p}} = \frac{K_o T_n p}{(T_o p + 1) T_n p + K_o K_p (T_o p + 1)} = \\ &= \frac{K_o T_n p}{T_o T_n p^2 + (T_n + K_o K_p T_n) p + K_o K_p}. \end{aligned}$$

Если после проведенных алгебраических преобразований знаменатель передаточной функции замкнутой САУ приравнять нулю, получим характеристическое уравнение замкнутой системы. Следует отметить, что последнее выражение есть передаточная функция замкнутой системы с возмущающим воздействием λ_1 (см. рис. 6.2) со стороны регулирующего органа. В общем виде она будет иметь вид

$$W_{\text{замСАУ}}^{\lambda_1}(p) = \frac{W_o(p)}{1 + W_o(p)W_p(p)} = \\ = \frac{\frac{A(p)}{B(p)}}{1 + \frac{A(p)}{B(p)} \frac{C(p)}{D(p)}} = \frac{A(p)D(p)}{B(p)D(p) + A(p)C(p)},$$

где $A(p)$, $B(p)$, $C(p)$, $D(p)$ — полиномы.

Запишем в общем виде передаточную функцию замкнутой системы с возмущающим воздействием λ_3 (см. рис. 6.2) со стороны задатчика:

$$W_{\text{замСАУ}}^{\lambda_3}(p) = \frac{W_o(p)W_p(p)}{1 + W_o(p)W_p(p)} = \\ = \frac{\frac{A(p)C(p)}{B(p)D(p)}}{1 + \frac{A(p)C(p)}{B(p)D(p)}} = \frac{A(p)C(p)}{B(p)D(p) + A(p)C(p)}.$$

Сравнив знаменатели $W_{\text{замСАУ}}^{\lambda_1}(p)$ и $W_{\text{замСАУ}}^{\lambda_3}(p)$, можно сделать вывод, что характеристические уравнения замкнутых САУ с возмущающим воздействием λ_1 со стороны регулирующего органа и возмущающим воздействием λ_3 со стороны задатчика будут одинаковыми.

Недостаток рассмотренного способа вывода характеристического уравнения замкнутой САУ состоит в том, что при алгебраических преобразованиях четырехэтажной дроби передаточной функции легко ошибиться и, следовательно, получить с ошибками после преобразований знаменатель обычной дроби. Этого недостатка лишен другой способ.

Второй способ. С помощью передаточных функций объекта и регулятора запишем передаточную функцию выбранной разомкнутой системы:

$$W_{\text{пазСАУ}}(p) = W_o(p)W_p(p) = \frac{K_o}{T_o p + 1} \frac{K_p(T_ip + 1)}{T_ip}.$$

Затем суммируем знаменатель и числитель полученной обыкновенной дроби и эту сумму приравниваем к нулю. В результате запишем характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$(T_o p + 1)T_ip + K_o K_p(T_ip + 1) = 0,$$

или

$$T_o T_ip^2 + (T_ip + K_o K_p T_i)p + K_o K_p = 0.$$

Запишем передаточную функцию замкнутой САУ в общем виде:

$$W_{\text{замСАУ}}(p) = W_o(p)W_p(p) = \frac{A(p)}{B(p)} \frac{C(p)}{D(p)}.$$

Выражение $B(p)D(p) + A(p)C(p) = 0$ и есть характеристическое уравнение замкнутой САУ.

Однако после получения характеристического уравнения замкнутой САУ возникают новые трудности. Дело в том, что современная математика не позволяет решать в общем виде алгебраические уравнения (а характеристические уравнения замкнутой САУ — это алгебраические уравнения) выше 3-го порядка (в которых неизвестное p в третьей степени), тогда как для реальных промышленных систем, состоящих из множества элементов (см. рис. 6.1), часто требуется решение уравнений 4-го, 6-го и выше порядков. Поэтому в ТАУ разработаны косвенные методы (ТАУ является практической инженерной теорией), позволяющие определить знаки всех корней характеристического уравнения замкнутой САУ без решения самого уравнения. Эти методы назвали *критериями устойчивости*.

7.6. Критерии устойчивости систем автоматического управления

Алгебраический критерий устойчивости Рауса — Гурвица. В этом случае исходным при анализе замкнутой САУ на устойчивость является характеристическое уравнение замкнутой САУ:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0.$$

По критерию Рауса — Гурвица необходимым условием устойчивости замкнутой САУ (в которой все действительные корни характеристического уравнения отрицательные, а у комплексных корней — отрицательная действительная часть) являются поло-

жительные коэффициенты $a_n \dots a_1$ и свободный член a_0 исходного характеристического уравнения. Это условие является также достаточным для систем с характеристическим уравнением 1-го и 2-го порядков. При $n = 1$ характеристическое уравнение имеет вид

$$a_1 p + a_0 = 0,$$

т.е. если $a_1 > 0$ и $a_0 > 0$, то корень $p < 0$ и САУ устойчивая.

При $n = 2$ уравнение имеет вид

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$$

В этом случае, если $a_1^2 < 4a_2 a_0$, корни могут быть комплексные,

но действительная их часть $\left(-\frac{a_1}{2a_2}\right)$ всегда будет отрицательной,

если $a_2, a_1, a_0 > 0$.

Для систем выше 2-го порядка при сохранении необходимого условия устойчивости $a_n \dots a_0 > 0$ достаточным условием будут положительные знаки определителей Гурвица, т.е. главного определителя матрицы и ее диагональных миноров, которые составляются по определенному правилу из коэффициентов $a_n \dots a_1$ и свободного члена a_0 характеристического уравнения замкнутой САУ.

Для системы 3-го порядка с характеристическим уравнением

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

определитель такой матрицы

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_2 a_1 - a_3 a_0.$$

При этом если $\Delta_1 > 0$, то САУ устойчивая.

Для системы 4-го порядка с характеристическим уравнением

$$a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

должен быть положительным главный определитель Гурвица:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} > 0,$$

а также определитель диагонального минора:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix} > 0.$$

Следовательно,

$$\Delta_1 = a_3 a_2 a_1 - a_4 a_1^2 - a_3^2 a_0 > 0;$$

$$\Delta_2 = a_3a_2 - a_4a_1 > 0.$$

Данный алгебраический критерий устойчивости для систем выше 5-го порядка, как правило, не применяется, поскольку тогда вычисление определителей Гурвица становится сложной задачей. Для таких систем можно применить частотные критерии устойчивости Михайлова и Найквиста.

Частотный критерий устойчивости Михайлова. Исходным при анализе замкнутой системы на устойчивость по критерию А.В.Михайлова (русский математик, разработавший этот критерий в 1930 г.) также является характеристическое уравнение замкнутой САУ:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0.$$

Заменив в этом уравнении оператор Лапласа p на выражение $i\omega$ в соответствующей степени, получают аналитическое выражение вектора Михайлова, который делят на действительную и мнимую части:

$$a_n(i\omega)^n + a_{n-1}(i\omega)^{n-1} + \dots + a_1(i\omega) + a_0 = M(i\omega) = m(\omega) + in(\omega).$$

Далее строят годограф вектора Михайлова — кривую, которая описывает конец этого вектора на комплексной плоскости при изменении частоты ω от 0 до ∞ .

Определение: замкнутая система будет устойчивой, если годограф вектора Михайлова (при $\omega = 0$), начиная свое движение с положительной действительной полуоси комплексной плоскости ($a_0 > 0$), двигаясь против часовой стрелки и нигде не обращаясь в нуль, последовательно обходит столько квадрантов комплексной плоскости, каков порядок исходного характеристического уравнения замкнутой системы, и уходит в последнем квадранте в бесконечность.

На рис. 7.5 даны примеры годографов Михайлова, соответствующих устойчивым и неустойчивым САУ.

Критерий устойчивости Михайлова удобно применять для систем высокого порядка, т.е. с $n = 6, 8, 10$. При делении аналитического выражения вектора Михайлова на действительную и мнимую части в первую попадают члены с четной степенью, так как $i^2 = -1, i^4 = +1, i^6 = -1$, а в последнюю — с нечетной, так как $i^1 = i, i^3 = -i, i^5 = i$. При построении годографа Михайлова, задавая значения $\omega < 1$, можно учитывать члены с низкими степенями, а задавая значения $\omega > 1$, — с высокими.

Частотный критерий устойчивости Найквиста. Особенность этого критерия заключается в том, что устойчивость замкнутой системы определяют, используя АФЧХ или АФХ разомкнутой системы.

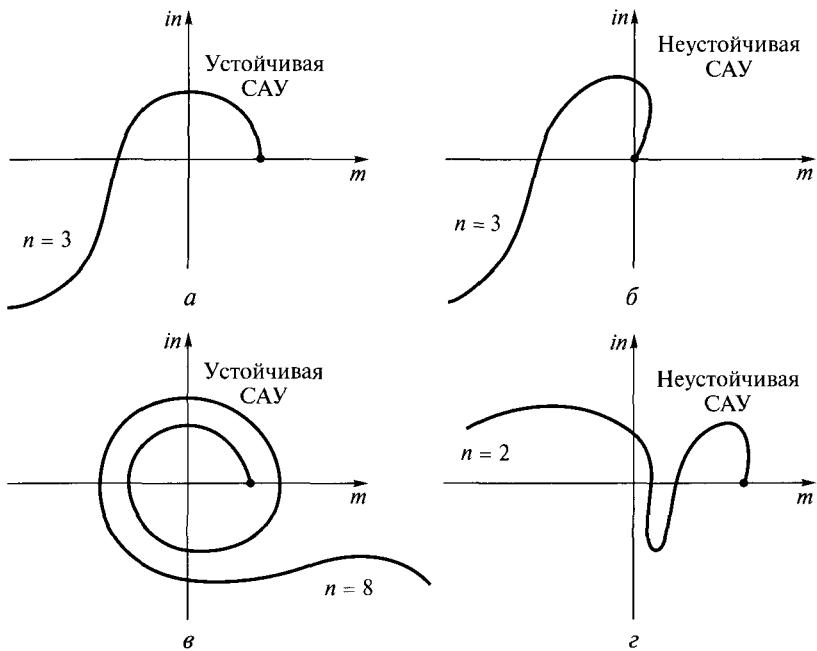


Рис. 7.5. Примеры годографов Михайлова, соответствующих устойчивым и неустойчивым САУ:

a, в — устойчивые САУ; б, г — неустойчивые САУ

Следует отметить, что разомкнутая система практического смысла не имеет. При размыкании связи объекта с регулятором или регулятора с объектом нарушается взаимодействие элементов системы и объект становится неуправляемым. Однако в методическом плане в ТАУ разомкнутая система используется часто. Передаточная функция разомкнутой САУ имеет вид

$$W_{\text{разСАУ}}(p) = W_o(p)W_p(p).$$

Заменив оператор Лапласа p в передаточных функциях объекта и регулятора на выражение $i\omega$, получим аналитическое выражение вектора АФХ разомкнутой системы:

$$W_{\text{разСАУ}}(i\omega) = W_o(i\omega)W_p(i\omega) = m(\omega) + in(\omega).$$

Разделив вектор АФХ разомкнутой САУ на действительную и мнимую части, строят его годограф, изменяя частоту ω от 0 до ∞ .

Определение: замкнутая система будет устойчивой, если АФХ разомкнутой САУ на комплексной плоскости не охватывает точку E с координатами $-1 + i0$ (рис. 7.6, а, кривая I).

Если АФХ разомкнутой системы проходит через точку E , то замкнутая система теоретически будет на границе устойчивости,

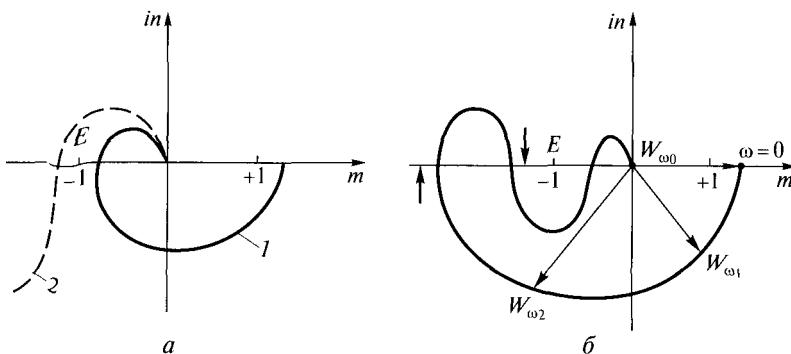


Рис. 7.6. Примеры АФХ разомкнутых САУ:

а — соответствующих замкнутой устойчивости (кривая 1) и замкнутой неустойчивости (кривая 2); *б* — многократно пересекающей отрицательную действительную полусось

а практически она неустойчивая. Чем правее от точки E АФХ разомкнутой САУ пересекает отрицательную действительную полусось комплексной плоскости, тем большим запасом устойчивости обладает замкнутая система.

Иногда АФХ разомкнутой системы при изменении частоты ω от 0 до ∞ несколько раз пересекает отрицательную действительную полусось комплексной плоскости (рис. 7.6, *б*).

В этом случае замкнутая система будет устойчивой, если число пересечений ЛФХ разомкнутой САУ отрицательной действительной полуси левее точки E $[-1; i0]$ снизу вверх равно числу ее пересечений сверху вниз. На рис. 7.6, *б* АФХ разомкнутой САУ пересекает отрицательную действительную полусось комплексной плоскости левее точки E один раз снизу вверх и один раз сверху вниз. Следовательно, данная замкнутая САУ устойчивая.

Если проектируемая система устойчивая, можно приступить к анализу качества ее работы.

7.7. Анализ качества работы замкнутой системы автоматического управления

Качество работы САУ легко определить, построив график процесса регулирования, по которому можно найти следующие показатели: статическую и динамическую ошибки, время регулирования и др. (см. рис. 7.2).

В ТАУ разработаны несколько методов построения графика процесса регулирования по известным передаточным функциям всех элементов системы (методы Башкирова, Акульшина, Гольдфарба, Крылова и др.). Есть также методы построения гра-

фика процесса регулирования с помощью соответствующих программ.

Солодовниковым В. В. был разработан метод построения графика процесса регулирования замкнутой системы с использованием вещественной части АФЧХ, называемой *вещественной характеристикой*. Достоинством этого метода, который также называют методом трапеций, является наличие соответствующих расчетных таблиц, т. е. построить этим методом график процесса регулирования для проектируемой САУ можно, используя только калькулятор.

Суть метода трапеций заключается в следующем. Используя передаточные функции объекта и регулятора, записывают передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_{\text{замСАУ}}(p) = \frac{W_o(p)}{1 + W_o(p)W_p(p)}.$$

Заменив в этой формуле оператор Лапласа p на выражение $i\omega$, получают аналитическое выражение вектора АФХ замкнутой САУ:

$$W_{\text{замСАУ}}(i\omega) = \frac{W_o(i\omega)}{1 + W_o(i\omega)W_p(i\omega)}.$$

Если ранее вектор АФХ для построения его годографа был разделен на действительную $m(\omega)$ и мнимую $in(\omega)$ части, то для АФХ замкнутой системы принимают другие обозначения:

$$W_{\text{замСАУ}}(i\omega) = \frac{W_o(i\omega)}{1 + W_o(i\omega)W_p(i\omega)} = P(\omega) + iQ(\omega),$$

где $P(\omega)$ — вещественная характеристика замкнутой системы, или вещественная часть АФХ замкнутой САУ; $iQ(\omega)$ — мнимая часть.

Далее по аналитическому выражению вещественной характеристики САУ $P(\omega)$, изменяя частоту ω от 0 до ∞ , строят ее график, который разбивают затем на несколько трапеций с алгебраической суммой площадей, близкой к алгебраической сумме площади, очерченной графиком.

На рис. 7.7 график $P(\omega)$ разбит на две трапеции. (Для большей точности можно разбивать график на 3...5 трапеций.) На рис. 7.7, г с использованием табличных данных, рассчитанных для единичной (т. е. с ординатой, равной 1) трапеции, и коэффициентов масштабного перехода от единичной трапеции к заданным, построены графики процессов регулирования для каждой трапеции в одних осях координат.

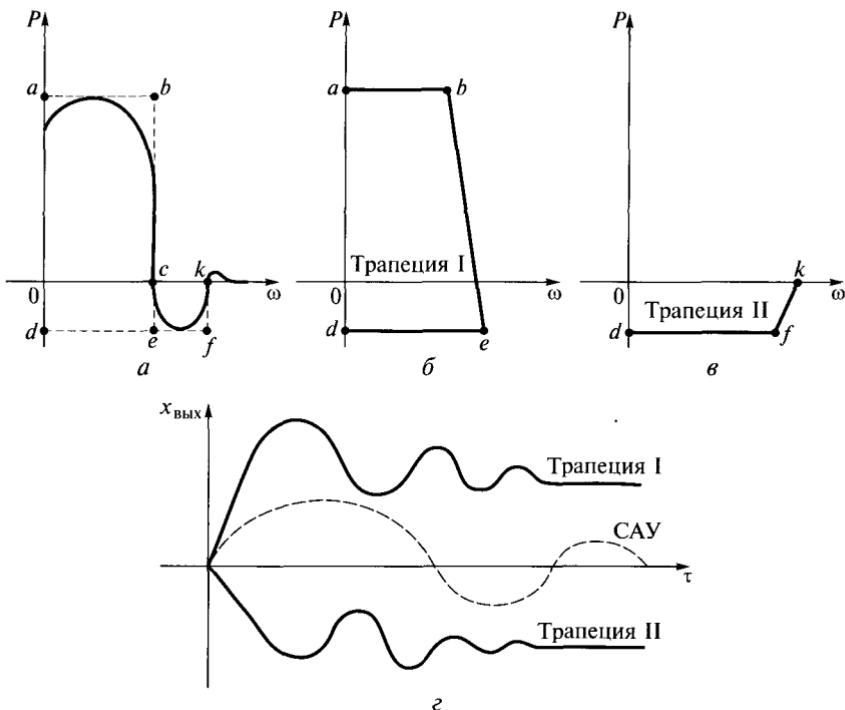


Рис. 7.7. Разбиение графика вещественной характеристики $P(\omega)$ и замкнутой САУ на две трапеции:

а — график вещественной характеристики; *б* — трапеция I; *в* — трапеция II; *г* — графики процессов регулирования для трапеций и процесса регулирования САУ в целом

Затем, алгебраически суммируя графики процессов регулирования для всех имеющихся трапеций, получают график процесса регулирования для системы в целом, по которому определяют показатели качества работы спроектированной САУ: статическую ошибку, динамическую ошибку, время регулирования и др.

7.8. Структурная устойчивость систем автоматического управления

Структурная схема САУ состоит из звеньев, число, свойства и характер соединения которых выбираются в соответствии с требуемыми статическими и динамическими характеристиками системы. Помимо ТДЗ, приведенных в подразд. 3.1, в состав системы могут входить и другие звенья, например консервативное, звенья с отрицательным статизмом, форсирующие звенья и др. Зве-

нья с отрицательным статизмом относятся к группе неустойчивых. Консервативное звено можно представить как колебательное с малым трением (декрементом затухания), которым при исследовании целесообразно пренебречь. Передаточная функция консервативного звена с положительным статизмом

$$K = \frac{k}{T^2 p^2 + 1};$$

с отрицательным статизмом

$$K = \frac{k}{T^2 p^2 - 1}.$$

Передаточные функции звеньев 1-го и 2-го порядков с отрицательным статизмом имеют следующий вид:

$$K = \frac{k}{bp - 1}; \quad K = \frac{k}{ap^2 + bp - 1}.$$

Передаточная функция идеального форсирующего звена

$$K = Tp + 1.$$

Форсирующее звено можно представить как параллельное соединение двух элементов: пропорционального звена с коэффициентом усиления, равным единице, и идеального дифференцирующего звена.

Структурно-устойчивой называется такая система, которая может быть сделана устойчивой путем выбора соответствующих параметров без изменения ее структуры. *Структурно-неустойчивая* система будет неустойчивой при любых значениях параметров, и ее можно сделать устойчивой, только изменив структурную схему.

Впервые вопрос определения структурной устойчивости систем автоматического управления был поставлен И. И. Гальпериным. Однако эта задача в общем виде в настоящее время не решена. Только для некоторых классов одно- и многоконтурных структурных схем сформулированы частные признаки, по которым можно судить о структурной устойчивости системы.

Рассмотрим примеры структурных схем структурно-неустойчивых (рис. 7.8, *a*, *b*) и структурно-устойчивой (рис. 7.8, *в*) систем.

На схеме рис. 7.8, *а* основная цепь воздействий состоит из инерционного и консервативного звеньев, которые охвачены ОС, имеющей коэффициент передачи, равный единице.

Характеристическое уравнение замкнутой системы найдем по выражению

$$1 + W(p) = 1 + K_1 K_2 = 0.$$

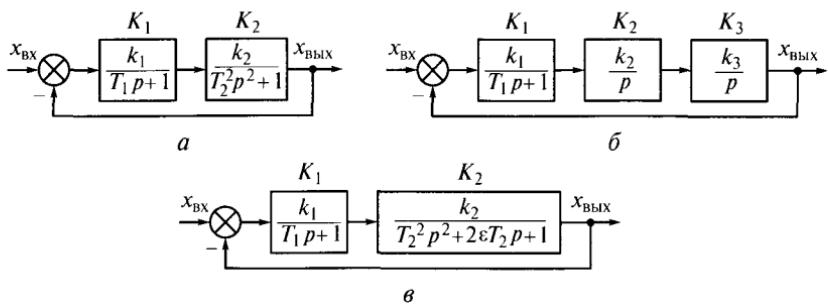


Рис. 7.8. Системы:

a, б — структурно-неустойчивые; *в* — структурно-устойчивая

После подстановки значений K_1 и K_2 из структурной схемы получим

$$T_1 T_2^2 p^3 + T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 + k_1 k_2 = 0.$$

Согласно критерию Гурвица

$$T_1 T_2^2 - T_1 T_2^2 (1 + k_1 k_2) < 0,$$

так как при положительных значениях T_1 , T_2 , k_1 и k_2 это условие приводится к виду

$$-k_1 k_2 < 0.$$

Таким образом, система оказывается структурно-неустойчивой при любых параметрах T_1 , T_2 , k_1 , k_2 , и для того чтобы сделать ее устойчивой, нужно изменить структурную схему.

Структурная схема рис. 7.8, *б* содержит одно инерционное и два интегрирующих (или астатических) звена. Характеристическое уравнение, соответствующее этому случаю, имеет вид

$$(T_1 p + 1)p^2 + k_1 k_2 k_3 = 0$$

или

$$T_1 p^3 + p^2 + k_1 k_2 k_3 = 0.$$

При любых значениях T_1 , T_2 , k_1 и k_2 условие Гурвица не выполняется, так как

$$1 \cdot 0 - T_1 k_1 k_2 k_3 < 0.$$

Следовательно, система структурно неустойчива.

На основании схемы рис. 7.8, *в*, в состав которой входят инерционное и колебательное звенья, можем написать:

$$(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\epsilon T_2 p + 1) + k_1 k_2 = 0$$

или

$$T_1 T_2^2 p^3 + (T_2^2 + 2\epsilon T_1 T_2) p^2 + (T_1 + 2\epsilon T_2) p + 1 + k_1 k_2 = 0.$$

При подборе соответствующих параметров можно добиться выполнения критерия устойчивости Гурвица

$$(T_1 + 2\epsilon T_2)(T_2^2 + 2\epsilon T_1 T_2) - T_1 T_2^2 (1 + k_1 k_2) \geq 0.$$

Таким образом, система структурно устойчива.

На основании исследования ряда структур САУ были получены признаки структурной устойчивости, которые приводятся в литературе в виде таблиц и условий. Так, в отношении одноконтурных систем могут быть сформулированы следующие условия: для того чтобы одноконтурная система, не содержащая неустойчивых звеньев или содержащая одно такое звено, была структурно-устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы: а) система, не имеющая неустойчивых звеньев, содержала не более одного астатического звена, а система, включающая в себя одно неустойчивое звено, вообще не содержала астатических звеньев; б) система, содержащая q консервативных звеньев, имела степень характеристического уравнения больше чем $4q$.

Воронов А.А. приводит условия структурной устойчивости САУ в следующей форме. Пусть передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

$$W(p) = \frac{k \prod (T_v p + 1) \prod (T_\omega^2 p^2 + 2\xi T_\omega p + 1)}{p^v \prod (T_r p + 1) \prod (T_i p - 1) \prod (T_k^2 p^2 + 2\xi T_k p + 1) \prod (T_u p + 1)},$$

где символ \prod обозначает произведение нескольких однотипных функций вида, соответствующего многочлену, стоящему после символа.

Условия структурной устойчивости

Таблица 7.1

f	m	Неравенство
Четно	Равно нулю Четно Нечетно	$m + n > 4r$ $m + n > 4r - 1$ $m + n > 4r - 2$
Нечетно	Равно нулю Четно Нечетно	$m + n > 4r$ $m + n > 4r$ $m + n > 4r + 1$

Введем следующие обозначения: n — степень знаменателя; m — степень числителя; v — число нулевых корней знаменателя; t — число вещественных корней знаменателя, расположенных справа от мнимой оси; f — число чисто мнимых, нулевых и комплексных корней знаменателя справа от мнимой оси; r — целая часть дроби $0,5f$. Система будет структурно-неустойчивой, если нарушается неравенство $m \geq v + t - 1$ и одно из неравенств, приведенных в табл. 7.1.

Для частного случая одноконтурной системы без воздействий по производным числитель $k = \text{const}$, $m = 0$ и система получается структурно-неустойчивой, если нарушаются одно из соотношений: $v + t \leq 1$ или $n \geq 4r$.

7.9. Прямой метод устойчивости Ляпунова

Впервые общая теория устойчивости систем была предложена в 1892 г. А. М. Ляпуновым. Он показал, что для некоторого класса задач исследования устойчивости может быть использован прямой метод, который сводится к построению функции Ляпунова, связанной с дифференциальным уравнением системы

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

записанным в отклонениях. Здесь функции f_1, f_2, \dots, f_n произвольны и содержат любого вида нелинейности, но всегда удовлетворяют условию $f_1 = f_2 = \dots = f_n = 0$ при $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$, так как в установившемся режиме все отклонения и их производные должны быть равны нулю согласно определению понятия этих отклонений.

Функцией Ляпунова называется любая функция

$$V = V(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

тождественно обращающаяся в нуль при $x_1 = x_2 = \dots = 0$, если в ней взяты те же переменные x_1, x_2, \dots, x_n , что и в уравнении.

Производная от функции Ляпунова по времени имеет вид

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} \dot{x}_n.$$

Подставив сюда производные из уравнения системы, получим

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} f_2 + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} f_n,$$

где f_1, f_2, \dots, f_n — функции от x_1, x_2, \dots, x_n .

Следовательно, выражение можно записать в виде

$$\frac{dV}{dt} = W(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Функция W , так же как и сама функция V , обращается в нуль при $x_1 = x_2 = x_n = \dots = 0$. Функция Ляпунова должна быть знакоопределенной в некоторой области, т. е. во всех точках этой области вокруг начала координат сохранять один и тот же знак и нигде не обращаться в нуль, кроме самого начала координат.

Теорема об устойчивости нелинейных систем формулируется следующим образом: если при заданных дифференциальных уравнениях системы n -го порядка подобрать такую знакоопределенную функцию Ляпунова $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$, чтобы ее производная по времени $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$ была знакоопределенной (или знакоconstантной), но имела знак, противоположный знаку V , то данная система устойчива асимптотически (или неасимптотически).

Под знакоconstантной понимают такую функцию, которая сохраняет один и тот же знак, но может обращаться в нуль не только в начале координат, но и в других точках данной области.

Пусть функция Ляпунова является знакоопределенной положительной вида $V = q_1x_1^2 + q_2x_2^2 + \dots + q_nx_n^2$. Будем задавать величины V возрастающие значения $V = 0, C_1, C_2, \dots, C_n$, в результате чего получим систему уравнений:

$$q_1x_1^2 + q_2x_2^2 + \dots + q_nx_n^2 = 0;$$

$$q_1x_1^2 + q_2x_2^2 + \dots + q_nx_n^2 = C_1;$$

...

$$q_1x_1^2 + q_2x_2^2 + \dots + q_nx_n^2 = C_n.$$

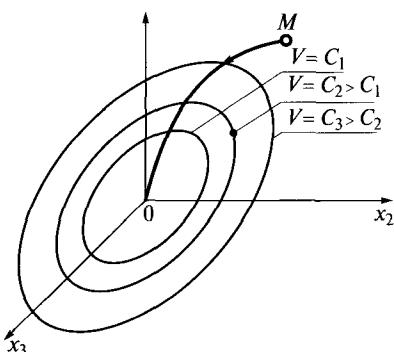


Рис. 7.9. Прямой метод Ляпунова

Первое из уравнений соответствует началу координат, так как $x_1 = x_2 = x_n = \dots = 0$, а остальные — поверхностям эллипсоидов, расположенных в фазовом пространстве так, что поверхность, отвечающая меньшему C , находится целиком внутри поверхностей, определяемых большими C (рис. 7.9).

Если функция $W(x_1, x_2, x_3)$, вычисленная с учетом принятой функции Ляпунова, окажется знакоопределенной отрицатель-

ной, т. е. если $dV/dt < 0$ во всех точках исследуемого пространства кроме начала координат, то изображающая точка M будет двигаться в сторону уменьшения значения V к началу координат. При этом фазовая траектория будет пересекать эллипсоиды извне внутрь (см. рис. 7.9), обусловливая затухание координат x_1, x_2, x_3 . Следовательно, система является асимптотически устойчивой. Если функция W не знакопредetermined, а знакопостоянная, то траектория изображающей точки M не везде будет пересекать поверхности $V = C$, а может их касаться в тех точках, где обращается в нуль (помимо начала координат).

Порядок исследования устойчивости проследим на примере системы, свободное движение которой описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2 - x_1 x_2;$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 x_1^2.$$

Выберем функцию Ляпунова в виде квадратичной формы:

$$V = ax_1^2 + bx_2^2,$$

где a, b — некоторые постоянные числа.

Производная этой функции

$$W = \frac{dV}{dt} = 2ax_1\dot{x}_1 + 2bx_2\dot{x}_2.$$

Подставив в это выражение уравнения, найдем

$$W = 2ax_1(x_2 - x_1 x_2) - 4bx_1x_2 - 2bx_1^2x_2^2 = -2x_1x_2(a - 2b) - 2x_1^2x_2^2(a + b).$$

Функция W будет знакопределенной отрицательной, если

$$a = 2b; a > 0; b > 0,$$

при этом функция Ляпунова

$$V = ax_1^2 + \frac{ax_2^2}{2}$$

остается знакопределенной положительной функцией. Таким образом, эти условия являются достаточными условиями устойчивости системы.

Применение прямого метода Ляпунова ограничивается тем, что не существует общих правил, позволяющих по виду уравнений системы строить функцию Ляпунова.

Контрольные вопросы

1. Каковы графики процессов регулирования в САУ с регуляторами недостаточной, избыточной и необходимой мощности?
2. При регуляторах какой мощности работа САУ будет устойчивой, неустойчивой и почему?
3. Что такое статическая ошибка САУ и в каких системах она наблюдается?
4. Что такое динамическая ошибка САУ?
5. Что такое время регулирования, перерегулирование и степень затухания в процессе регулирования?
6. Как определяется обобщенный интегральный средний квадратический показатель качества процесса регулирования?
7. Какие виды оптимальных процессов регулирования используются на практике?
8. Что такое устойчивость САУ и какими показателями она определяется?
9. Какие существуют критерии устойчивости САУ?
10. Как определить качество САУ методом трапеций?
11. Что такое структурно-устойчивая и структурно-неустойчивая САУ?
12. Как исследуется устойчивость САУ прямым методом А. М. Ляпунова?

Глава 8

ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

8.1. Понятие случайной функции

В предыдущих главах при исследовании САУ предполагалось, что форма входного сигнала (возмущающего воздействия) задана, т. е. является известной функцией времени. Однако во многих случаях вид функции, описывающей входной сигнал, заранее неизвестен. Значение входного сигнала в каждый момент времени есть случайная величина, при этом вид функции $x(t)$ случайным образом изменяется от опыта к опыту. Например, порывы ветра, действующие на самолет, перемещение цели, за которой следует радиолокационная станция, являются случайными функциями времени.

Другим примером случайного воздействия на систему является воздействие нагрузки на генератор электростанции, так как суммарная мощность потребителей, подключенных в каждый момент времени, является случайной величиной. Случайно по своей природе возмущение, вызываемое шумом электронных элементов в усилителях управляющего устройства.

При случайном характере входных воздействий нецелесообразно при проектировании САУ ориентироваться на наиболее неблагоприятный случай. Например, если вести расчет устойчивости, предполагая, что на систему одновременно действуют максимально возможные значения входного сигнала и помехи, то излишне увеличится запас устойчивости САУ. Это приведет к неправданному усложнению и увеличению стоимости системы, так как такое совпадение неблагоприятных условий может произойти очень редко, например один раз в несколько лет. Поэтому исследование влияния случайных воздействий на САУ проводится методами теории вероятностей. Кратко напомним те положения, которые понадобятся в дальнейшем.

Теория вероятностей — это раздел математики, занимающийся изучением закономерностей массовых случайных явлений или процессов.

Случайными называются такие явления, которые при многократном повторении протекают каждый раз несколько иначе. Со случайными явлениями тесно связано понятие случайной величины.

Случайной величиной называют величину, значение которой определяется не контролируемыми причинами и поэтому не мо-

жет быть точно предсказано. Примерами случайной величины могут быть результат бросания игральной кости (количество очков) или результат стрельбы по мишени.

Дискретными называют случайные величины, которые могут принимать отдельные, заранее известные численные значения. Например, количество выпавших очков при бросании игральной кости может принять одно из значений 1, 2, 3, 4, 5, 6, и никакое другое.

Непрерывными называют случайные величины, которые могут принимать любое значение в определенных пределах. Примером такой величины может служить результат измерения емкости конденсатора.

Случайным событием называют любое событие, которое может произойти или не произойти.

Если бросать игральную кость, то выпадение грани с двумя очками будет случайным событием, а количество выпавших очков — случайной величиной. Если повторить этот опыт n раз, то при этом m раз можно зафиксировать выпадение двух очков. Относительная величина m/n называется *частотой события*. Если устремить число опытов n к бесконечности, то частота события будет стремиться к некоторому пределу

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n} = P,$$

называемому *вероятностью события*.

В рассмотренном примере, если игральная кость изготовлена из однородного материала, то вероятность выпадения любой грани равна $1/6$.

Очевидно, что вероятность любого события лежит в интервале

$$0 \leq P \leq 1.$$

Вероятностные характеристики случайных величин. Для полного описания случайной величины необходимо знать:

а) все возможные значения, которые она может принимать в условиях данного опыта;

б) вероятность каждого отдельного значения.

Зависимость между значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями называется *законом распределения случайной величины*.

Пусть дискретная случайная величина X может принимать значения x_1, x_2, \dots, x_n и вероятность каждого значения будет соответственно $P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_n)$. Сумма вероятностей всех ее значений

$$\sum_j^n P(x_j) = 1.$$

На рис. 8.1, *a* приведен пример графического изображения закона распределения дискретной случайной величины.

Для непрерывных случайных величин, которые могут принимать бесчисленное множество значений, вероятность каждого отдельного значения бесконечно мала, и можно говорить только о конечной вероятности нахождения X в определенном интервале между значениями x_j и $x_j + \Delta x$, т. е. о вероятности $P(x_j \leq X \leq x_j + \Delta x)$. В связи с этим для описания распределения непрерывных случайных величин вводится понятие плотности вероятности.

Плотность вероятности

$$f(x_j) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x_j \leq X \leq x_j + \Delta x)}{\Delta x},$$

откуда

$$P(x_j \leq X \leq x_j + \Delta x) = \int_{x_j}^{x_j + \Delta x} f(x) dx.$$

Численно эта величина равна площади заштрихованной части под кривой $f(x)$ на рис. 8.1, *b*.

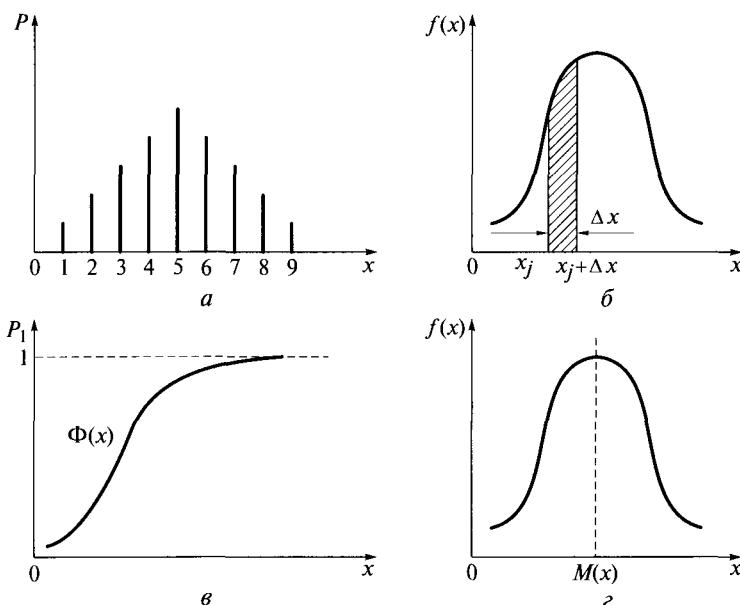


Рис. 8.1. Графическое изображение закона распределения дискретной случайной величины:

a — изображение закона распределения; *b* — закон распределения плотности вероятностей; *c* — интегральный закон распределения; *d* — нормальный закон распределения

Непрерывная случайная величина характеризуется законом (функцией) распределения плотности вероятностей $f(x)$. Площадь под кривой плотности вероятности

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

Функцию $f(x)$ называют *дифференциальным законом распределения* случайной величины. Случайную величину также можно характеризовать интегральным законом распределения $\Phi(x)$ (рис. 8.1, в). Величина $\Phi(x)$ является вероятностью того, что случайная величина X примет значение, меньшее некоторого x_j , т. е.

$$\Phi(x_j) = P(X < x_j) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx.$$

Большое количество случайных величин подчинено так называемому *нормальному закону распределения* — закону Гаусса (рис. 8.1, г), для которого распределение плотности вероятностей определяется выражением

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}\right),$$

где σ — среднеквадратичное отклонение; M — математическое ожидание.

Смысл величин σ и M будет ясен из дальнейшего изложения.

Числовые характеристики случайных величин. Закон распределения полностью характеризует случайную величину. Однако на практике в ряде случаев удается узнать о случайной величине значительно меньше, имеются лишь так называемые *числовые характеристики*. Числовые характеристики случайной величины — это постоянные числа, которые получаются по определенным правилам из функций (законов) распределения случайных величин.

Рассмотрим некоторые числовые характеристики случайных величин.

Математическим ожиданием, или *средним значением*, дискретной случайной величины называют величину, полученную из выражения

$$M(X) = \tilde{x} = \sum_{j=1}^n x_j P_j,$$

где \tilde{x} — среднее по множеству.

Для непрерывной случайной величины математическое ожидание

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx,$$

где $f(x)$ — плотность распределения случайной величины.

По аналогии с механикой, полагая, что вероятностям соответствуют массы, а случайным величинам — расстояния, математическое ожидание называют *первым начальным моментом*.

Центрированной случайной величиной $\overset{0}{X}$, соответствующей случайной величине X , называют отклонение случайной величины X от ее математического ожидания:

$$\overset{0}{X} = X - M(X).$$

Тогда математическое ожидание центрированной случайной величины $\overset{0}{X}$ — *первый центральный момент* — равно нулю:

$$M(\overset{0}{X}) = \sum_{j=1}^n [X_j - M(X)] P_j = 0.$$

Дисперсией дискретной случайной величины X называют величину, определяемую из выражения

$$D(X) = \sum_{j=1}^n [X_j - M(X)]^2 P_j.$$

Дисперсия характеризует рассеяние случайной величины относительно ее среднего значения.

Дисперсия непрерывной случайной величины определяется выражением

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^n [x - M(X)]^2 f(x) dx.$$

Дисперсия является *вторым центральным моментом*.

Для характеристики случайной величины используют также среднее квадратичное отклонение

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Характеристики системы случайных величин. Рассмотрим систему, состоящую из двух случайных величин X и Y . Функцией распределения случайных величин X и Y называется вероятность совместного выполнения неравенств ($X < x_j$) и ($Y < y_i$):

$$\Phi(x, y) = P[(X < x_i)(Y < y_i)].$$

Случайные величины, входящие в систему, могут быть зависимыми и независимыми. Случайные величины X и Y называются *независимыми*, если функция распределения каждой из них не зависит от того, какое значение приняла другая величина. В противном случае случайные величины называют *зависимыми*.

Для системы из двух случайных величин X и Y с математическими ожиданиями $M(X)$ и $M(Y)$ вводят понятие *корреляционного момента*, которым называют второй *смешанный центральный момент*

$$K(X, Y) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k [x_j - M(X)] \cdot [y_i - M(Y)] P_{ji},$$

где P_{ji} — вероятность того, что величина X примет значение x_j , когда $Y = y_i$.

Для характеристики тесноты связи между случайными величинами используют коэффициент корреляции, который определяется по формуле

$$r(X, Y) = \frac{K(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)},$$

где $\sigma(X)$ и $\sigma(Y)$ — средние квадратичные отклонения случайных величин X и Y .

Если случайные величины X и Y независимы, то коэффициент корреляции равен нулю.

Для определения числовых характеристик случайных величин по приведенным формулам требуется знание законов распределения. При экспериментальном определении находят лишь ограниченное количество значений случайной величины и по формулам, аналогичным приведенным ранее, находят приближенные значения числовых характеристик случайной величины.

Случайные функции. Воздействия в САУ являются случайными величинами, зависящими от времени, т. е. случайными функциями.

Случайной называют функцию неслучайного аргумента t , которая при каждом фиксированном значении аргумента t является случайной величиной. Случайные функции аргумента t будем обозначать прописными буквами: $X(t)$, $Y(t)$ и т. д. Например, если U — случайная величина, то функция $U(t)$ — случайная функция. Если параметр t — время, то случайную функцию называют *случайным процессом*.

Конкретный вид случайной функции в данном опыте называется реализацией случайной функции. На рис. 8.2 показаны пять реализаций случайной функции $X(t)$, полученные в пяти опытах $[x_1(t), \dots, x_5(t)]$.

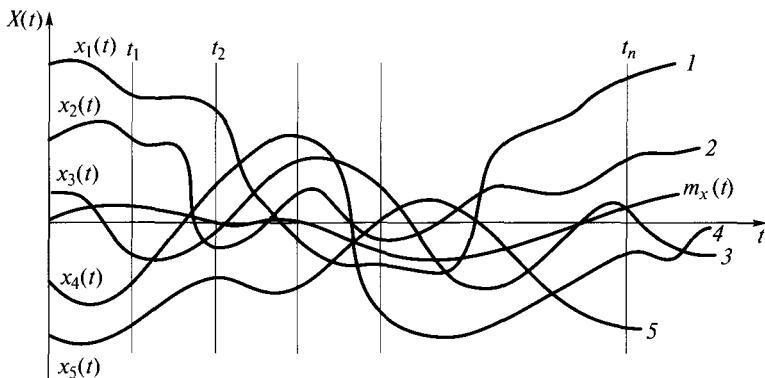


Рис. 8.2. Различные реализации случайной функции

Реализация является неслучайной функцией аргумента t , равной которой может оказаться случайная функция в результате испытания.

Случайную функцию можно рассматривать как совокупность ее возможных реализаций.

Сечением случайной функции называют случайную величину, соответствующую фиксированному значению аргумента t случайной функции. Например, для случайной функции $X(t) = 3Ut$ при значениях аргумента $t_1 = 2$ и $t_2 = 3$ будут получены величины $6U$ и $9U$, которые являются сечениями этой случайной функции.

Рассмотрим n сечений случайной (см. рис. 8.2) функции $X(t_1)$, $X(t_2)$, ..., $X(t_n)$, соответствующих $t = t_1$, $t = t_2$, ..., $t = t_n$; в результате получим n -мерную случайную величину, которая соответствует случайной функции $X(t)$. Случайную функцию можно рассматривать как совокупность случайных величин $\{X(t)\}$, зависящих от параметра t , или как многомерную случайную величину.

Задать случайную функцию аналитически (формулой) в общем случае невозможно. В частных случаях, если вид случайной функции известен, а определяющие ее параметры — случайные величины, то случайную функцию можно задать аналитически. Например, случайными будут функции $X(t) = \sin Ut$, где U — случайная величина; $Y(t) = W\sin Ut$, где W и U — случайные величины.

При фиксированном значении аргумента случайная функция является случайной величиной. Известно, что для задания случайной величины достаточно задать закон ее распределения или одномерную плотность вероятности. Для случайной величины $X_1 = X(t_1)$ нужно знать плотность вероятности $f(x_1)$.

Одномерную плотность вероятности для любого сечения обозначают $f_1(x, t)$. Здесь индекс 1 при f показывает, что плотность вероятности одномерная, а аргумент t принимает все возможные

значения. Например, сечение $X(t_1)$ при $t = t_1$ характеризуется функцией $f(x_1; t)$.

Функция $f(x, t)$ полностью характеризует только каждое отдельно взятое сечение, но не саму случайную функцию, кроме случая, когда набор сечений образует систему независимых случайных величин. Случайную функцию можно рассматривать как многомерную случайную величину, поэтому для полного задания случайной функции необходимо знать все n -мерные функции распределения или n -мерные плотности вероятностей $f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$, которые зависят от n переменных x и n значений аргумента t .

Чем выше порядок заданных функций распределения случайной функции, тем полнее она описана. Теоретически исчерпывающей характеристикой является функция распределения бесконечно большого порядка, охватывающая все сечения случайной функции. Однако использование таких характеристик случайных функций для инженерных расчетов практически нецелесообразно из-за большой громоздкости вычислений. По этой причине на практике ограничиваются использованием таких характеристик случайной функции, которые хотя и описывают ее менее полно, но позволяют существенно упростить расчеты САУ.

Корреляционной теорией случайных функций называют теорию, основанную на изучении моментов 1-го и 2-го порядка, что оказывается достаточным для решения многих практических задач. В отличие от моментов случайных величин, которые являются числами и поэтому называются *числовыми характеристиками*, моменты случайной функции являются неслучайными функциями, и их называют *характеристиками случайной функции*. Эти характеристики можно найти из опыта.

8.2. Основные характеристики случайной функции

Основными характеристиками случайной функции являются математическое ожидание, дисперсия и корреляционный момент (корреляционная функция).

Математическим ожиданием случайной функции $X(t)$ называют неслучайную функцию $m_x(t)$, значение которой при каждом фиксированном значении аргумента t равно математическому ожиданию сечения, соответствующего этому фиксированному значению аргумента:

$$m_x(t) = M[X(t)],$$

т. е. математическое ожидание случайной функции можно рассматривать как «среднюю кривую» (средняя по множеству реализаций), около которой расположены отдельные реализации случай-

ной функции (см. рис. 8.2). Зная одномерную плотность распределения вероятностей $f_1(x, t)$, можно найти $m_x(t)$:

$$m_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} xf_1(x, t) dt.$$

Дисперсией случайной функции $X(t)$ называют неслучайную неотрицательную функцию $D_x(t)$, значение которой при каждом фиксированном значении аргумента t равно дисперсии сечения, соответствующего этому фиксированному значению аргумента:

$$D_x(t) = D[X(t)].$$

Дисперсия характеризует степень рассеяния возможных реализаций вокруг математического ожидания случайной функции. В соответствии с определением дисперсия

$$D_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_x(t)]^2 f_1(x, t) dt.$$

Часто вместо дисперсии рассматривается среднее квадратичное отклонение случайной функции $\sigma_x(t)$:

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}.$$

Корреляционной функцией случайной функции $X(t)$ называют неслучайную функцию $K_x(t_1, t_2)$ двух независимых аргументов t_1 и t_2 , значение которой при каждой паре фиксированных значений аргументов равно корреляционному моменту сечений, соответствующих этим значениям аргументов:

$$K_x(t_1, t_2) = M \left[\overset{0}{X}(t_1) \overset{0}{X}(t_2) \right],$$

где центрированная случайная величина

$$\overset{0}{X}(t) = X(t) - m_x(t).$$

Из определения корреляционной функции следует, что

$$K_x(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - m_x(t)] [x_2 - m_x(t_2)] f_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2.$$

Корреляционная функция характеризует зависимость между случайными величинами $X(t_1)$ и $X(t_2)$ — сечениями случайной

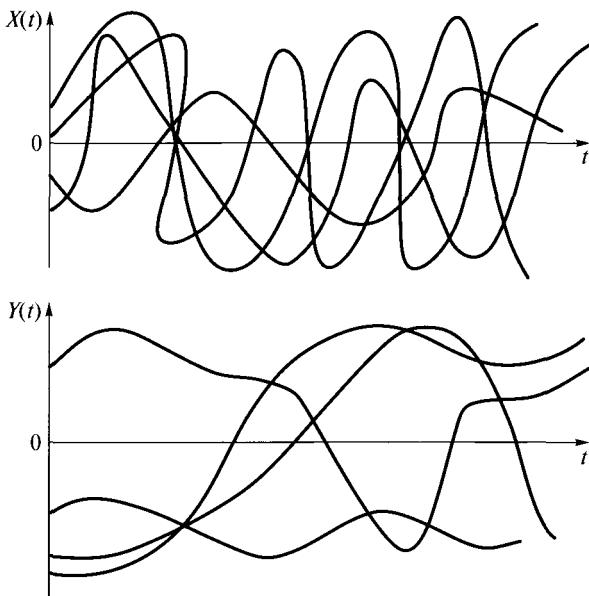


Рис. 8.3. Реализация случайных функций $X(t)$ и $Y(t)$ с одинаковыми математическими ожиданиями и дисперсиями

функции при $t = t_1$ и $t = t_2$. Чем меньше связь между сечениями, тем меньше значение корреляционной функции. Это означает, что значения, принимаемые случайной функцией, быстро изменяются. На рис. 8.3 показаны реализации двух случайных функций $X(t)$ и $Y(t)$ с одинаковыми математическими ожиданиями и дисперсиями. Случайная функция $X(t)$ изменяется быстрее, и связь между сечениями меньше, чем для функции $Y(t)$.

При равных значениях аргумента ($t = t_1 = t_2$) корреляционная функция случайной функции равна дисперсии этой функции:

$$K_x(t_1, t_2) = D_x(t).$$

Действительно, учитывая, что

$$D_x(t) = M[X(t) - m_x(t)]^2 = M\left[\overset{0}{X}(t)\right]^2,$$

имеем

$$K_x(t_1, t_2) = M\left[\overset{0}{X}(t) \overset{0}{X}(t)\right] = M\left[\overset{0}{X}(t)\right]^2 = D_x(t).$$

Пример 8.1. Найти корреляционную функцию и дисперсию случайной функции $X(t) = U(t)$, где U — случайная величина, если $M(U) = 2$, $D(U) = 5$.

Для определения искомых функций предварительно найдем математическое ожидание случайной функции $X(t)$:

$$m_x(t) = M[X(t)] = M(Ut) = tM(U) = 2t.$$

Корреляционная функция

$$\begin{aligned} K_x(t_1, t_2) &= M\left[\overset{0}{X}(t_1)\overset{0}{X}(t_2)\right] = M[(Ut_1 - 2t_1)(Ut_2 - 2t_2)] = \\ &= t_1 t_2 M[(U - 2)^2] = t_1 t_2 D(U) = 5t_1 t_2. \end{aligned}$$

Дисперсию функции $X(t)$ найдем, положив $t = t_1 = t_2$:

$$D_x(t) = 5t^2.$$

Отметим следующие свойства корреляционной функции.

1. При перестановке аргументов корреляционная функция не изменится:

$$K_x(t_1, t_2) = K_x(t_2, t_1).$$

По определению корреляционной функции

$$K_x(t_1, t_2) = M\left[\overset{0}{X}(t_1)\overset{0}{X}(t_2)\right] = M\left[\overset{0}{X}(t_2)\overset{0}{X}(t_1)\right] = K_x(t_2, t_1).$$

2. Прибавление к случайной функции $X(t)$ неслучайного слагаемого $\phi(t)$ не изменяет ее корреляционной функции.

Пусть

$$Y(t) = X(t) + \phi(t),$$

тогда

$$\overset{0}{Y}(t) = \overset{0}{X}(t),$$

откуда

$$K_y(t_1, t_2) = K_x(t_2, t_1).$$

3. При умножении случайной функции $X(t)$ на неслучайный множитель $\phi(t)$ ее корреляционная функция умножается на произведение $\phi(t_1)\phi(t_2)$.

Пусть $Y(t) = X(t)\phi(t)$.

По определению корреляционной функции имеем

$$\begin{aligned} K_y(t_1, t_2) &= M\left[\overset{0}{Y}(t_1)\overset{0}{Y}(t_2)\right] = M\left[\overset{0}{X}(t_1)\phi(t_1)\overset{0}{X}(t_2)\phi(t_2)\right] = \\ &= \phi(t_1)\phi(t_2) M\left[\overset{0}{X}(t_1)\overset{0}{X}(t_2)\right] = \phi(t_1)\phi(t_2) K_x(t_1, t_2). \end{aligned}$$

4. Для всякой корреляционной функции справедливо неравенство

$$|K_x(t_1, t_2)| \leq \sqrt{D_x(t_1) D_x(t_2)}.$$

Это свойство корреляционной функции примем без доказательства.

Для того чтобы оценить степень зависимости сечений двух случайных функций, вводят характеристику — взаимную корреляционную функцию.

Взаимной корреляционной функцией двух случайных функций $X(t)$ и $Y(t)$ называют неслучайную функцию $R_{xy}(t_1, t_2)$ двух независимых аргументов t_1 и t_2 , значение которой при каждой паре фиксированных значений аргументов равно корреляционному моменту сечений обеих функций, соответствующих этим же фиксированным значениям аргументов:

$$R_{xy}(t_1, t_2) = M \left[\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ X(t_1) & Y(t_2) \end{smallmatrix} \right].$$

Для того чтобы отличить взаимную корреляционную функцию от корреляционной функции, последнюю называют *автокорреляционной функцией*.

Две случайные функции $X(t)$ и $Y(t)$ называют *некоррелированными*, если их взаимная корреляционная функция тождественно равна нулю, т. е.

$$K_{xy}(t_1, t_2) \equiv 0.$$

Рассмотрим, как преобразуются основные характеристики случайных функций — математическое ожидание и корреляционная функция — при проведении над ними линейных операций.

Математическое ожидание суммы двух случайных функций равно сумме математических ожиданий слагаемых: если $Z(t) = X(t) + Y(t)$, то $m_z(t) = m_x(t) + m_y(t)$. Это свойство вытекает из определения математического ожидания.

Найдем корреляционную функцию суммы двух коррелированных случайных функций Z . По определению корреляционной функции

$$K_Z(t_1, t_2) = M \left[\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ Z(t_1) & Z(t_2) \end{smallmatrix} \right].$$

Учитывая, что

$$\overset{0}{Z}(t) = \overset{0}{X}(t) + \overset{0}{Y}(t),$$

имеем

$$\overset{0}{Z}(t_1) \overset{0}{Z}(t_2) = \left[\overset{0}{X}(t_1) + \overset{0}{Y}(t_1) \right] \left[\overset{0}{X}(t_2) \overset{0}{Y}(t_2) \right],$$

отсюда

$$\begin{aligned} M\left[\overset{0}{Z}(t_1) \overset{0}{Z}(t_2)\right] &= M\left[\overset{0}{X}(t_1) \overset{0}{X}(t_2)\right] + \\ &+ M\left[\overset{0}{Y}(t_1) \overset{0}{Y}(t_2)\right] + M\left[\overset{0}{X}(t_1) \overset{0}{Y}(t_2)\right] + M\left[\overset{0}{Y}(t_1) \overset{0}{X}(t_2)\right] = \\ &= K_X(t_1, t_2) + K_Y(t_1, t_2) + R_{XY}(t_1, t_2) + R_{YX}(t_1, t_2). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что корреляционная функция двух некоррелированных случайных функций равна сумме корреляционных функций слагаемых, т. е.

$$K_Z(t_1, t_2) = K_X(t_1, t_2) + K_Y(t_1, t_2).$$

8.3. Стационарные случайные функции

Случайную функцию $X(t)$ называют *стационарной* в широком смысле, если ее математическое ожидание постоянно при всех значениях аргумента t , а корреляционная функция зависит только от разности аргументов t_1 и t_2 .

Случайную функцию $X(t)$ называют *стационарной* в узком смысле, если все характеристики этой функции (не только корреляционная функция) зависят только от разности аргументов t_2 и t_1 и не зависят от положения интервала $t_2 - t_1$ в области изменения аргумента.

Из стационарности в узком смысле следует стационарность в широком смысле; обратное утверждение в общем случае неверно.

В корреляционной теории используются только две характеристики (математическое ожидание и корреляционная функция), поэтому далее будем рассматривать случайные функции, стационарные в широком смысле, причем будем называть их просто стационарными.

Корреляционная функция стационарной случайной функции есть функция одного аргумента $\tau = t_1 - t_2$:

$$K_x(t_1, t_2) - K_x(t_2 - t_1) = K_x(\tau),$$

а ее дисперсия постоянна при всех значениях аргумента t и равна значению корреляционной функции при $\tau = 0$:

$$D_x(t) = K_x(t_1, t_2) = K_x(t_1 - t_2) = K_x(0).$$

Среди стационарных случайных функций выделяют класс функций, для которых характерно свойство **эргодичности**, которое состоит в том, что все усредненные статистические характеристики одинаковы для всех сечений и все они эквивалентны статистическим характеристикам одной реализации, достаточно длинной по времени. Вследствие этого для эргодического случайного процесса среднее по множеству реализаций равно среднему по времени для любой достаточно длинной реализации.

Достаточное условие эргодичности случайной функции *относительно математического ожидания* состоит в том, что ее корреляционная функция $K_x(\tau)$ при $\tau \rightarrow \infty$ стремится к нулю:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_x(\tau) = 0.$$

Достаточное условие эргодичности стационарной случайной функции *относительно корреляционной функции* состоит в том, что корреляционная функция случайной функции $Y(t, \tau) = \hat{X}(t)\hat{X}(t+\tau)$ при $\tau \rightarrow \infty$ стремится к нулю:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_y(\tau) = 0.$$

Для эргодической случайной функции

$$m_x(t) = \bar{x}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt;$$

$$K_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt.$$

Для двух стационарных случайных эргодических функций $X(t)$ и $Y(t)$ при двух любых реализациях $x(t)$ и $y(t)$ взаимная корреляционная функция

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t+\tau) dt,$$

или

$$R_{yx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t)x(t+\tau) dt.$$

Для эргодической случайной функции корреляционная функция приближенно вычисляется по одной реализации достаточно

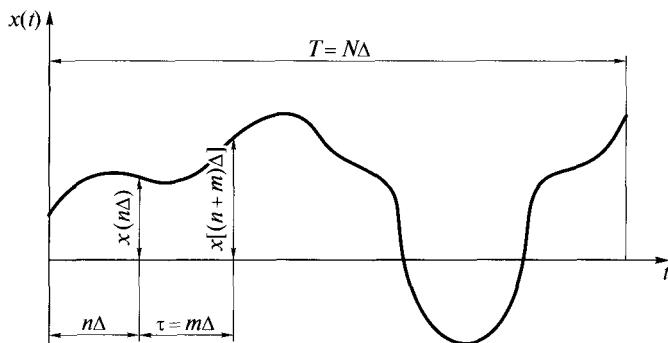


Рис. 8.4. Корреляционная функция, вычисляемая по одной реализации большой длительности T

большой длительности T следующим образом (рис. 8.4). Интервал разбивается на большое количество N ($N \gg 100$) малых промежутков времени Δ , т. е. $T = N\Delta$. Корреляционную функцию вычисляют по формуле

$$K_x(\tau) \approx K_x(m\Delta) \approx \frac{1}{N-m+1} \sum_{n=0}^{N-m} x(n\Delta)x[(n+m)\Delta].$$

При вычислении по этой формуле важно, чтобы величина N была больше m : чем больше N , тем точнее результат расчета. Для ускорения расчетов в настоящее время создано большое количество приборов (корреляторов), автоматизирующих процесс вычислений.

8.4. Прохождение случайного процесса через линейные звенья

Для определения спектра случайного процесса на выходе линейного звена с постоянными параметрами при заданном спектре на входе должна быть известна частотная характеристика звена, под которой понимается зависимость модуля коэффициента передачи звена от частоты. Фазовые соотношения у частотных составляющих на входе и выходе звена при определении энергетического спектра не учитываются.

Определение спектра на выходе звена основывается на том, что через звено проходят лишь те частотные составляющие, которые лежат в полосе пропускания звена, с усилением, пропорциональным коэффициенту усиления на каждой данной частоте. В соответствии с этим связь между энергетическим спектром на входе и выходе линейной системы может быть записана в виде

$$G_{\text{вых}}(\omega) = |W(\omega)|^2 G_{\text{вх}}(\omega).$$

В этом выражении фигурирует квадрат модуля коэффициента передачи звена по амплитуде выходного сигнала (напряжение или ток), так как речь идет о преобразовании спектральной плотности мощности, а передача звена по мощности пропорциональна квадрату напряжения или тока.

Если на вход звена, имеющего частотную характеристику $W(\omega)$ (рис. 8.5), подается случайный процесс с равномерным спектром частот $G_{\text{вх}}(\omega)$ (белый шум), то спектр на выходе $G_{\text{вых}}(\omega)$ в этом случае будет повторять по своей форме частотную характеристику звена.

Преобразование спектра случайного процесса в линейных звеньях заключается только в усилении или ослаблении различных частотных составляющих. Новые частотные составляющие при линейных преобразованиях случайного процесса не появляются.

В общем случае при действии на входе звена случайного процесса с постоянной спектральной плотностью G_0 мощность процесса на выходе находится по формуле

$$\sigma^2 = [G_0/(2\pi)] \int |W(\omega)|^2 d\omega.$$

Гораздо сложнее по сравнению с определением частотного спектра обстоит дело, когда необходимо решить вопрос о законе распределения вероятностей на выходе линейного звена при известных параметрах звена и распределения вероятностей на входе.

Если закон распределения вероятностей случайного процесса на входе нормальный, то он и остается нормальным независимо от ширины и формы частотной характеристики звена или нескольких последовательно соединенных звеньев, через которые проходит случайный процесс. Изменяются только дисперсия и функция корреляции.

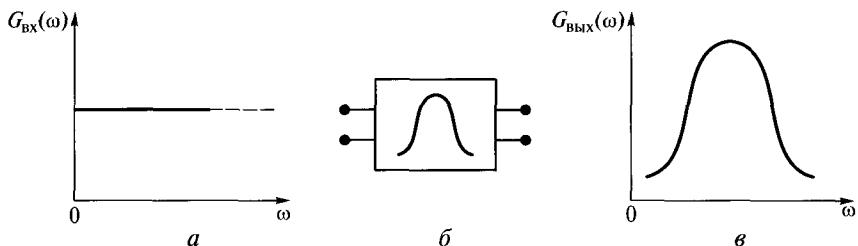


Рис. 8.5. Изменение спектра частот при прохождении через линейное звено:
а — входной сигнал; б — линейное звено; в — спектр сигнала на выходе звена

Если закон распределения случайного процесса на входе не является нормальным, то процесс на выходе в общем случае также не подчинен нормальному закону распределения. Однако в одном практически важном случае имеет место явление нормализации закона распределения случайного процесса при прохождении через линейное звено. Оно заключается в том, что процесс на выходе подчиненциальному закону распределения вероятностей в то время, когда процесс на входе отличается от нормального. Это явление может быть в том случае, когда ширина спектра частот процесса на входе линейного звена существенно превосходит полосу пропускания звена. Это можно объяснить тем, что отдельные возмущения, вызываемые относительно быстро возникающими выбросами случайного процесса, не успевают затухать от одного выброса к другому. В процессе наложения на выходе они образуют свой собственный закон распределения, независимый от закона распределения на входе. Вследствие хаотичности процесса наложения закон распределения в сумме может оказаться нормальным. Последнее утверждение основывается на так называемой *центральной предельной теореме вероятностей*. Согласно этой теореме закон распределения суммы независимых случайных величин при большом числе соизмеримых между собой слагаемых стремится к стандартному нормальному закону распределения.

Для нормализации процесса необходимо превышение ширины спектра частот случайного процесса над полосой пропускания звена, это зависит от степени отклонения закона распределения на входе от нормального.

Достаточно хорошее приближение на выходе к нормальному распределению получается при отношении ширины спектра частот к полосе пропускания, равном 4...6.

8.5. Прохождение случайного процесса через нелинейные элементы

Случайный процесс, поступающий на вход нелинейного элемента, вследствие нелинейности его статической характеристики изменяется по своей структуре. Изменение процесса в нелинейном элементе сопровождается появлением новых частотных составляющих. Это бывает всегда при нелинейных преобразованиях. Процесс на выходе нелинейного элемента обозначим X , а на выходе — Y , и положим, что закон распределения на входе $p(x)$ известен и известна также характеристика нелинейного элемента $Y = f(x)$, показывающая, по какому закону «деформируется» кривая входного воздействия нелинейного элемента.

Будем искать закон распределения вероятностей для величины Y с учетом деформации в нелинейном элементе. Определим обратную зависимость нелинейного элемента $X = f(y)$.

Поставленная задача решается на основании известного в теории вероятностей правила перехода от одной случайной переменной к другой, которое можно вывести на основании следующих рассуждений. Пусть величины X и Y связаны некоторой зависимостью, которая графически изображена на рис. 8.6, *a*. Вероятность того, что новая случайная величина Y примет значение, находящееся в пределах между Y и $Y + dY$, равна вероятности того, что величина X примет значение, лежащее между X и $X + dX$. Это можно записать в виде

$$p(y)dy = p(x)dx,$$

где $p(y)$ — искомая плотность вероятности величины Y . Отсюда можно получить выражение

$$p(y) = p(x)dx/dy.$$

В это выражение следует подставить вместо x и dx/dy его значения, которые можно определить по характеристике, представленной на рис. 8.6, *a*.

В некоторых случаях применяются двухсторонние нелинейные характеристики, когда одному значению Y соответствуют два значения X_1 и X_2 . В этом случае

$$p(y)dy = p(x_1)dX_1 + p(x_2)dX_2$$

и выражение для плотности вероятности $p(y)$ описывается уравнением

$$p(y) = p(x_1)dX_1/dy + p(x_2)dX_2/dy.$$

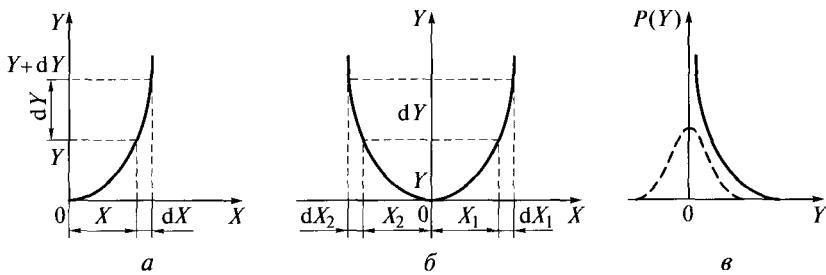


Рис. 8.6. Преобразование случайного сигнала:

a — преобразование закона распределения вероятностей с нелинейным элементом — однозначная зависимость; *б* — преобразование закона распределения вероятностей с нелинейным элементом — двухзначная зависимость, *в* — закон распределения вероятностей на выходе нелинейного элемента

Воспользуемся полученными выражениями и определим закон распределения вероятностей для случайного процесса на выходе нелинейного элемента с квадратичной характеристикой (см. рис. 8.6, б). Нелинейный элемент имеет статическую характеристику, описываемую выражением

$$Y = KX^2,$$

где K — коэффициент пропорциональности.

Будем считать, что случайный процесс имеет нормальный закон распределения

$$p(x) = [1/\sigma(2\pi)^{1/2}] \exp[-x^2/(2\sigma^2)].$$

На выходе нелинейного элемента формируется случайный процесс, ограниченный с одной стороны. В связи с этим в той области, где процесс на выходе не формируется, плотность вероятности величины Y равна нулю [$p(y) = 0$].

В области, где $Y \neq 0$ (т. е. где $X > 0$ и $Y > 0$), плотность вероятности определяется следующим образом. Имеем $X = (Y/K)^{1/2}$. Получим $dX/dY = (Y/K)^{1/2}$. Результирующая плотность вероятности описывается выражением

$$p(y) = 1/[\sigma(2\pi KY)^{1/2}] \exp(-Y/2K\sigma^2).$$

График этой функции показан на рис. 8.6, в.

По известным законам распределения вероятностей случайного процесса на выходе нелинейного элемента можно определить: уровень постоянной составляющей случайного процесса; общую мощность процесса (вместе с постоянной составляющей);

суммарную мощность переменных составляющих.

Выражение для постоянной составляющей на выходе нелинейного элемента можно записать в следующем виде:

$$\bar{Y} = \int_{-\infty}^{\infty} Y p(y) dy.$$

Определить постоянную составляющую можно с помощью выражения

$$\bar{Y} = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) p(x) dx.$$

Аналогичным образом можно вычислить полную мощность (дисперсию) процесса на выходе нелинейного элемента:

$$\bar{Y}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} Y^2 p(y) dy; \quad \bar{Y}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 p(x) dx.$$

Таким образом, по известным законам распределения можно определить основные параметры случайного процесса.

Контрольные вопросы

1. Чем определяется спектр частот на выходе линейного звена?
2. Как меняется закон вероятности на выходе линейного звена, если на входе он является нормальным?
3. К чему приводит уменьшение ширины спектра частот линейного звена по сравнению со спектром случайного процесса на входе?
4. Что происходит со случайным процессом, если он проходит нелинейный элемент?
5. Нарисуйте закон распределения случайного процесса на выходе нелинейного элемента.
6. Что можно определить на выходе нелинейного элемента по известным законам распределения вероятностей случайного процесса?

Глава 9

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

9.1. Структура системы автоматического управления

Выбор метода синтеза регулятора в значительной мере определяется структурой САУ, которая может быть одноконтурной либо многоконтурной.

Одноконтурная структура имеет одну главную отрицательную ОС по выходной координате, охватывающую все звенья прямого канала. Корректирующие устройства таких систем обычно включаются последовательно со звеньями прямого канала и совместно с ОС образуют регулятор. Для определения структуры и параметров регулятора в этом случае наиболее целесообразно применить метод синтеза, основанный на использовании ЛЧХ. Положительным свойством этого метода является то, что для статических САУ еще до синтеза в соответствии с исходной структурой можно задаться точностью работы системы как в установившемся, так и в переходном режимах. Критериями качества работы системы в этом случае являются заданные значения перерегулирования (максимального динамического отклонения скорости) и быстродействия в переходном процессе, а также статизма характеристик в установившемся режиме.

Многоконтурные структуры характеризуются наличием, кроме главной отрицательной ОС, еще *n* внутренних обратных связей по переменным состояния САУ. Синтез регуляторов таких систем состоит из двух этапов: этапа определения структуры системы и этапа определения параметров регулятора в зависимости от выбранного желаемого переходного процесса. Синтезируемые таким образом структуры, обладая достаточно высокими качественными показателями переходных процессов, гарантируют заданную точность регулирования при применении лишь астатического регулятора выходной величины или компенсации возмущений.

9.2 Синтез регуляторов методом логарифмических частотных характеристик

Синтез регулятора методом ЛЧХ основывается на сопоставлении ЛАХ разомкнутой нескорректированной системы и желаемой ЛАХ.

Пусть эквивалентная структура замкнутой системы, прямой канал которой состоит из звена $K = W_{\text{нк}} K_p$ и охватывается отрицательной ОС $K_{\text{ОС}}$, в разомкнутом состоянии описывается уравнением

$$W_{\text{рс}}(p) = W_{\text{пн}}(p)K_p(p),$$

где $W_{\text{пн}}$ — передаточная функция разомкнутой нескорректированной системы, равная произведению передаточных функций прямого канала $W_{\text{нк}}$ и обратной связи $K_{\text{ОС}}$, $W_{\text{пн}} = W_{\text{нк}}K_{\text{ОС}}$; K_p — передаточная функция регулятора.

Полагая, что $W_{\text{рс}}(p) = W_{*}(p)$, где $W_{*}(p)$ — желаемая передаточная функция, отвечающая требованиям показателей качества и ограничениям, накладываемым на систему, можем записать:

$$W_{*}(p) = W_{\text{пн}}(p)K_p(p).$$

Заменяя p на $j\omega$ и логарифмируя последнее выражение, найдем ЛАХ корректирующего звена регулятора:

$$L_p = L_{*} - L_{\text{пн}}.$$

Построив характеристику $L_{\text{пн}}$ и задавшись характеристикой L_{*} , графическим вычитанием одной ЛАХ из другой найдем ЛАХ регулятора, по которой можем составить его передаточную функцию. Можно показать, что наиболее тяжелым режимом работы системы в динамике является стабилизация регулируемой координаты при основном возмущающем воздействии, так как передаточная функция незамкнутой системы при этом по сравнению с передаточной функцией по задающему воздействию содержит в числителе форсирующие члены, способствующие увеличению динамического отклонения выходной координаты. В связи с этим можно считать, что регулятор, выбранный по передаточной функции относительно возмущения, будет удовлетворять требованиям к показателям качества работы системы и при задающем воздействии.

Выбор желаемой ЛАХ производится в соответствии с требованиями к статической точности, показателям качества процесса регулирования и фильтрующим свойствам системы. Последние определяются полосой пропускания, ограничиваемой частотой среза ω_c , исключающей возможность прохождения высокочастотных помех, вызванных конструктивным несовершенством элементов цепи главной ОС. Для систем электроприводов частота среза должна лежать в пределах $20 \dots 100 \text{ c}^{-1}$. При выборе желаемой ЛАХ следует учитывать и ряд ограничений, важнейшими из которых являются скорость изменения тока главной цепи и запас устойчивости по фазе γ . Значение $\chi = (di/dt)I_h$ в переходных процессах, гарантирующее нормальную коммутацию в двигателе постоянного тока при номинальной скорости, не должно превышать значений, указанных в гл. 5. Запас устойчивости по фазе γ должен быть не меньше 35° .

9.3. Синтез регулятора статической системы стабилизации скорости

Определение структуры и параметров регулятора, включенного в цепь прямого канала, покажем на примере одноконтурной системы управления с отрицательной ОС по скорости (рис. 9.1, *a*). Здесь: K_m , K_t — звенья двигателя постоянного тока; K_n — тиристорный преобразователь; K_p — регулятор; K_y — промежуточный усилитель; T_m , T — электромеханическая и электромагнитная постоянные времени двигателя; T_n — постоянная времени преобразователя; K_{OC} — звено обратной связи; T_{dc} — постоянная времени фильтра датчика скорости; e — ЭДС двигателя, пропорциональная скорости ($e = cw$); e_n — ЭДС преобразователя; u_3 , $I_c R_0$ — задающее и возмущающее воздействия соответственно.

Для синтеза регулятора используется упрощенная структура, в которой пренебрегается внутренней ОС по ЭДС двигателя и все малые постоянные времени (T_n и T_{dc}) приводятся к одной постоянной времени инерционного звена в прямом канале T_μ . Для этой цели может быть использована формула, предложенная Ямпольским:

$$T_\mu = \frac{1}{2} \left(\sum T_{n_k} + \sum T_{OC} + \sqrt{\left(\sum T_{n_k} + \sum T_{OC} \right)^2 + \sum T_{OC}} \right),$$

где $\sum T_{n_k}$, $\sum T_{OC}$ — суммы малых (некомпенсированных) постоянных времени прямого канала и ОС соответственно.

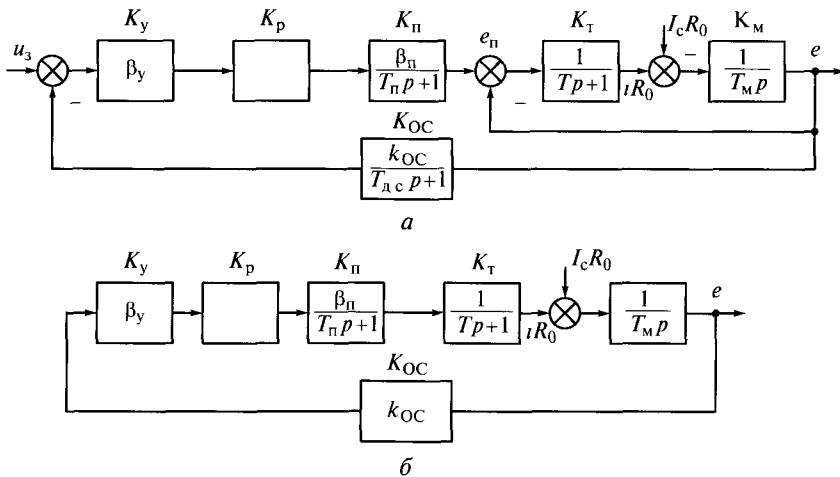


Рис. 9.1. Структурные схемы для синтеза регулятора:
a — исходная, *б* — расчетная

Поскольку постоянная времени T_μ является одним из параметров, входящих в передаточные функции системы, определяющим быстродействие системы, выбор ее должен выполняться с учетом требований к быстродействию системы. Необходимо учесть ограничение производной тока di/dt и пульсаций тока главной цепи, вызванных пульсациями тахогенератора.

Для статических систем частота пульсаций

$$|\chi|_{\text{sup}} \approx \frac{|\Delta m_3|_{\text{sup}}}{5,6T_\mu},$$

где $|\Delta m_3|_{\text{sup}}$ — наибольший по абсолютной величине скачок диаграммы заданного относительного момента, $|\Delta m_3|_{\text{sup}} = \Delta M_3/M_h$.

Так, например, при пускотормозном режиме по треугольному графику скорости при переходе непосредственно от ускорения к замедлению

$$\Delta m_3 = m_c + 2m_{\text{дин}},$$

где m_c — статический момент; $m_{\text{дин}}$ — динамический момент $m_{\text{дин}} = M_{\text{дин}}/M_h$.

Для астатической системы

$$|\chi|_{\text{sup}} \approx \frac{|\Delta m_c|_{\text{sup}}}{4,2T_\mu},$$

где $|\Delta m_c|_{\text{sup}}$ — наибольший по абсолютной величине скачок статического момента системы стабилизации, $|\Delta m_c|_{\text{sup}} = \Delta M_c/M_h$.

Наибольшая амплитуда пульсаций тока якоря может быть определена по формуле

$$|i_{nm}|_{\text{sup}} = |W_n(T_\mu \omega)|_{\text{sup}} u_{nm} T_J/T_\mu,$$

где i_{nm} , u_{nm} — ток и амплитуды пульсаций тахогенератора, $i_{nm} = I_{nm}/I_h$, $u_{nm}/E_{n\text{tr}}$. Здесь $E_{n\text{tr}}$ — номинальная ЭДС.

Их допустимые значения берутся по каталогам или в пределах $i_{nm} = 0,01 \dots 0,05$, $u_{nm} = (1 \dots 2,5)10^{-3}$. Функция $W_n(T_\mu \omega)$ может выбираться для статических систем равной 0,458, а для астатических — 0,536. Значение T_J вычисляется по формуле $T_J = T_m/\rho_0$, где ρ_0 — относительное сопротивление главной цепи, $\rho_0 = R_0/R_h$; R_h — отношение ЭДС двигателя к номинальному значению тока якоря I_h , $R_h = (U_h - I_h R_h)/I_h$; R_h — сопротивление якоря двигателя; U_h — его напряжение. В результате вычислений ограничивающих факторов значение $|T_\mu|_{\text{sup}}$ корректируется и выбирается наибольшим.

Из рис. 9.1, б видно, что при $u_s = 0$ передаточная функция замкнутой системы относительно e по возмущающему воздействию $I_c R_0$

$$\Phi_{be} = \frac{e}{-I_c R_0} = \frac{K_m}{1 + K_y K_p K_\mu K_T K_{OC}} = \frac{K_m}{1 + W_{pc}} = \frac{K_m}{1 + W_*}. \quad (9.1)$$

Исключив K_p из W_{pc} , найдем передаточную функцию разомкнутой нескорректированной системы:

$$W_{ph} = K_v K_p K_\mu K_T K_{OC} = \frac{K_{OC} \beta_y \beta_n}{T_m p (Tp + 1)(T_\mu p + 1)}.$$

Логарифмируя это выражение, получаем ЛАХ разомкнутой нескорректированной системы:

$$L_{ph} = 20 \lg \beta_0 - 20 \lg T_m \omega - 2 \lg \sqrt{T^2 \omega^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{T_\mu^2 \omega^2 + 1},$$

где β_0 — коэффициент усиления системы, $\beta_0 = k_{OC} \beta_y \beta_n$.

Пример 9.1. Примем $T_m = 0,15$ с; $T = 0,035$ с; $T_n = 0,007$ с; $\beta_n = 10$; $T_{dc} = 0,005$ с; $R_a = 0,27$ Ом; $R_0 = R_a + R_n = 0,4$ Ом — сопротивление главной цепи; $c = 0,314$ Вс/рад; $I_h = 37$ А; $U_h = 110$ В; $e_h = c \omega_h = 0,314 \cdot 314 = 100$ В; $S_x = 0,05$; $R_h = e_h/I_h = 100/37 = 2,67$ Ом; $\rho_0 = R_0/R_h = 0,4/2,67 = 0,15$; $D = 15$; $k_{OC} = u_{3m}/e_h = 10/100 = 0,1$; коэффициент усиления системы в соответствии с уравнением

$$\beta_0 = k_{OC} \beta_y \beta_n = \frac{15(1 - 0,05)0,15}{0,05(1 - 0,15)} - 1 = 50.$$

Коэффициент усиления промежуточного усилителя $\beta_y = 50/(0,1 \cdot 10) = 50$. Тогда постоянная времени, с,

$$T_\mu = \frac{1}{2} \left(0,007 + 0,005 + \sqrt{(0,007 + 0,005)^2 + 0,005^2} \right) = 0,013,$$

следовательно, частота пульсаций, с^{-1} ,

$$\chi = 4,2 / (5,6 \cdot 0,013) = 55 > 50.$$

Для снижения значения χ до 50 с^{-1} необходимо увеличить T_μ до величины 0,015 с. При значениях $T_j = T_m/\rho_0$; $W_n(T_\mu \omega) = 458$; $u_{nm} = 1 \cdot 10^{-3}$ по формуле (6.4) находим, А,

$$i_{nm} = 1,0 \cdot 458 \cdot 10^{-3} / 0,015 = 0,03,$$

что в пределах допустимого. Следовательно, принимаем $T_\mu = 0,015$ с. Со-прягающие частоты, необходимые для построения ЛАХ L_{ph} : $\omega_m = 1/T_m =$

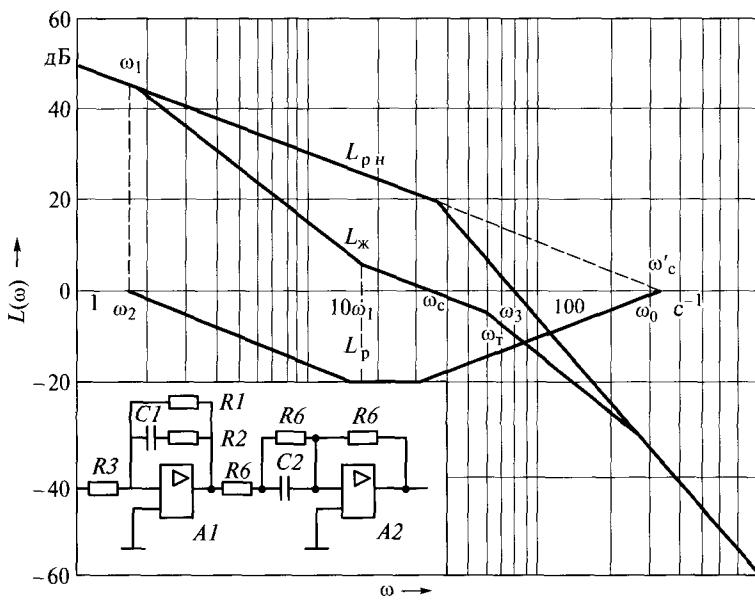


Рис. 9.2. Построение ЛАХ статической системы

$= 1/0,15 = 6,67 \text{ c}^{-1}$; $\omega_r = 1/T = 29 \text{ c}^{-1}$; $\omega_\mu = 1/0,015 = 67 \text{ c}^{-1}$. Логарифмическая амплитудная характеристика изображена на рис. 9.2.

Построение желаемой ЛАХ начинается с определения частоты среза системы, c^{-1} , по формуле

$$\omega_c = \frac{1}{2T_\mu} = \frac{1}{2 \cdot 0,015} = 35.$$

Наклон желаемой ЛАХ (см. рис. 9.2) в среднечастотной зоне принимается равным 20 дБ/дек, что обусловливается необходимостью обеспечения устойчивости. Левее и правее частоты среза желаемая ЛАХ для сопряжения ее с ЛАХ L_{ph} имеет изломы. Для определения этих изломов оптимизируется процесс, определяемый желаемой ЛАХ. Левее частоты ω_1 желаемая ЛАХ под наклоном 40 дБ/дек сопрягается с ЛАХ L_{ph} при частоте ω_1 .

Передаточная функция оптимизируемого процесса в соответствии с желаемой ЛАХ имеет вид

$$W_* = \frac{\beta_0 (T_1 p + 1)}{T_m p (T_2 p + 1)}, \quad T_1 = \frac{1}{\omega_1}, \quad T_2 = \frac{1}{\omega_2}.$$

Подставив это выражение в формулу (9.1), получим

$$\Phi_* = \frac{v (T_2 p + 1)}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}, \quad (9.2)$$

где $a_1 = (1 + \mu\lambda)/(\lambda\omega_c)$; $a_2 = 1/(\lambda\omega_c^2)$; $T_2 = 1/(\mu\lambda\omega_c)$.

В коэффициенты характеристического полинома входят следующие величины:

$$\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_c}{\omega'_c}; \quad \lambda = \frac{\omega_1}{\omega_c}; \quad \omega'_c = \frac{\beta_0}{T_m}. \quad (9.3)$$

Все параметры желаемой ЛАХ могут быть определены, если задана величина ω_c и выбраны значения μ и λ . Выбор μ и λ можно упростить, если задаться распределением корней характеристического уравнения $a_2 p^2 + a_1 p + 1 = 0$. Пусть эти корни удовлетворяют условию модульного оптимума, обеспечивающего наибольшее быстродействие и перерегулирование, не превышающее 4 %. Это условие эквивалентно равенству $a_2 = a_1^2/2$.

Подставив в это соотношение значения a_2 и a_1 , выраженные через μ и λ , найдем

$$\lambda = \frac{(1 - \mu - \sqrt{1 - 2\mu})}{\mu^2}. \quad (9.4)$$

При выборе параметров μ и λ обратим внимание на их значения при ограниченных величинах максимального динамического отклонения скорости и производной тока двигателя по времени di/dt . Относительное значение максимального динамического отклонения скорости $v_m = \Delta e_m / (I_c R_0)$, а $\chi = (di/dt) I_n \approx 1/t_0$, где t_0 — время достижения током i номинального значения I_n . Значение v_m в функции μ можно найти по выражениям, являющимся следствием обратного преобразования Лапласа операторного уравнения (9.2). На основании полученных результатов на рис. 9.3 построены универсальные кривые $\chi' = \chi/\omega_c = f_1(\mu)$ и $m = v_m/v_e = f_2(\mu)$.

Для получения истинного значения di/dt при заданном ω_c необходимо величину ординаты кривой умножить на ω_c .

Значение v_m находится умножением v_e на величину ординаты кривой m , соответствующей полученному значению μ .

Определение параметров желаемой ЛАХ производится в такой последовательности:

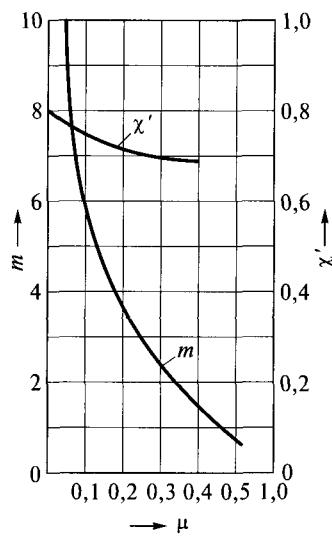


Рис. 9.3. Универсальные кривые для определения χ' и m при модульном оптимуме

- 1) строится ЛАХ разомкнутой нескорректированной системы;
- 2) определяется ее значение способом, показанным на рис. 9.2, или по формуле $\omega_c' = \beta_0/T_m$;

3) определяется $\mu = \omega_c/\omega_c'$ по заданному значению ω_c ;

4) из графика, представленного на рис. 9.3, по полученному μ находится величина $\chi = \chi'/\omega_c$, которая не должна превышать допустимое ее значение (в противном случае изменяется ω_c и находится новое значение μ). Одновременно по формуле $v_m = mv$ определяется предполагаемая его величина;

5) определяется λ по формуле (9.4);

6) находятся частоты излома желаемой ЛАХ левее частоты среза — $\omega_1 = \lambda\omega_c$ и $\omega_2 = \mu\omega_1$, а также ω_3 (см. рис. 9.2), приближительно равное $2\omega_c$;

7) определяется запас устойчивости по фазе для желаемой ЛАХ по формуле $\gamma = 180^\circ - 90^\circ + \arctg(\omega_c/\omega_1) - \arctg(\omega_c/\omega_2) - \arctg(\omega_c/\omega_\mu) - \arctg(\omega_c/\omega_3)$.

В рассматриваемом примере $\omega_c' = 50/0,15 = 333 \text{ c}^{-1}$; $\mu = 35/333 = 0,105$.

По графику значение $m = 7$ и $(di/dt)_{\omega_c=1} = 0,65$. Следовательно, $v_m = mv = 7/(50 + 1) = 0,14$; $\lambda = 0,65\omega_c = 0,65 \cdot 35 = 23 \text{ c}^{-1}$, что меньше предельно допустимого значения.

По формуле (9.3) $\lambda = (1 - 0,105 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,105})/0,105^2 = 0,45$. Таким образом, $\omega_1 = 0,45 \cdot 35 = 16 \text{ c}^{-1}$; $\omega_2 = 0,105 \cdot 16 = 1,7 \text{ c}^{-1}$; $\gamma = 90^\circ + 65^\circ 30' - 80^\circ 30' - 27^\circ 30' - 8^\circ 30' = 39^\circ > 35^\circ$, т. е. запас устойчивости по фазе достаточен. Вычитая ЛАХ $L_{p,n}$ из желаемой ЛАХ L_∞ , получаем ЛАХ регулятора (см. рис. 9.2), по которой определяется передаточная функция регулятора:

$$K_p = \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{(T_2 p + 1)(T_0 p + 1)}, \quad (9.5)$$

где $T_1 = 1/\omega_1 = 1/16 = 0,0628 \text{ с}$; $T_2 = 1/\omega_2 = 1/1,7 = 0,59 \text{ с}$; $T = 1/\omega_r = 0,035 \text{ с}$; $T_0 = 1/\omega_0 = 1/300 = 0,0033 \text{ с}$.

Выражение (9.5) представляет собой передаточную функцию ПИД-регулятора, реализация которого осуществляется на операционных усилителях A1 (ПИ-регулятор) и A2 (ПД-регулятор) (см. рис. 9.2). Сопротивления и емкости должны быть выбраны так, чтобы $T_1 = R_5 C = 0,0625 \text{ с}$; $T_2 = (R_1 + R_2)C = 0,59 \text{ с}$; $T_1 = R_5 C_2 = 0,035 \text{ с}$; $T_3 = R_5 R_6 C_2 / (R_5 + R_6) = 0,0033 \text{ с}$. Если применить операционные усилители 153УД1 со следующими параметрами: $R_{bx} \leq 100 \text{ кОм}$; $R_{вых} \leq 200 \text{ Ом}$; $u_{bx} \leq 5 \text{ В}$; $u_{пит} = \pm 15 \text{ В}$; $\pm 10\%$; $I_{пит} \leq 6 \text{ мА}$; $K_y = (20 \dots 80) \cdot 10^3$; $R_h = 2 \text{ кОм}$, то во входных цепях и цепях ОС целесообразно применять сопротивления 3...70 кОм. Задаваясь значениями $R_2 = 5 \text{ кОм}$ и $R_5 = 3,3 \text{ кОм}$, определим: $C_1 = T/R_2 = 10 \text{ мкФ}$; $R_1 = T/C_1 - R_2 = 28 \text{ кОм}$; $C_2 = T_1/R_5 = 10 \text{ мкФ}$; $R_5 R_6 / (R_5 + R_6) = 0,5 \text{ кОм}$, откуда $R_6 = 6 \text{ кОм}$.

Для оценки работы синтезированной системы выполним расчет переходных процессов при возмущающем воздействии $iR_0 = f_1(t)$ и $\Delta\omega = f_2(t)$.

Операторные уравнения системы относительно ЭДС e и величины iR_0 найдем на основании структурной схемы (см. рис. 9.1, а), полагая $K_{OC} = k_{OC}$:

$$\{(u_3 - k_{OC}e)K_p K_y K_n - e]K_T - I_c R_0\}K_m = e. \quad (9.6)$$

Учитывая, что $e = (iR_0 - I_c R_0)K_m$, подставим его значение в уравнение (9.6). Получим

$$\begin{aligned} & \{[u_3 - k_{OC}(iR_0 - I_c R_0)K_m]K_p K_y K_n - \\ & - (iR_0 - I_c R_0)K_m\}K_T K_m = iR_0 K_m. \end{aligned} \quad (9.7)$$

Подставляя в выражения (9.6) и (9.7) передаточные функции звеньев, найдем:

$$\begin{aligned} & u_3 \beta(T_l p + 1)(T p + 1) - \\ & - I_c R_0 (T p + 1)(T_\mu p + 1)(T_2 p + 1)(T_0 p + 1) = e N(p); \end{aligned} \quad (9.8)$$

$$\begin{aligned} & u_3 \beta(T_l p + 1)(T p + 1) T_m p - I_c R_0 [\beta_0(T_l p + 1)(T p + 1) + \\ & + (T_2 p + 1)(T_0 p + 1)(T_\mu p + 1)] = iR_0 N(p), \end{aligned} \quad (9.9)$$

где $\beta = \beta_y \beta_n$; $\beta_0 = k_{OC} \beta$;

$$\begin{aligned} W(p) = & (T_m T p^2 + T_m p + 1)(T_\mu p + 1)(T_2 p + 1)(T_0 p + 1) + \\ & + \beta_0(T_l p + 1)(T p + 1). \end{aligned}$$

Передаточную функцию относительно ЭДС при возмущающем воздействии найдем из выражения (9.8), полагая $u_3 = 0$:

$$\Phi_{be} = \frac{e}{-I_c R_0} = \frac{(T p + 1)(T_\mu p + 1)(T_2 p + 1)(T_0 p + 1)}{N(p)} = \frac{H_{be}(p)}{N(p)}. \quad (9.10)$$

Аналогично, передаточную функцию относительно iR_0 определим из выражения (9.9):

$$\begin{aligned} \Phi_{be} = & \frac{e R_0}{-I_c R_0} = \\ = & \frac{\beta_0 (T_l p + 1)(T p + 1) + (T_2 p + 1)(T_0 p + 1)(T_\mu p + 1)}{N(p)} = \frac{H_{bi}(p)}{N(p)}. \end{aligned} \quad (9.11)$$

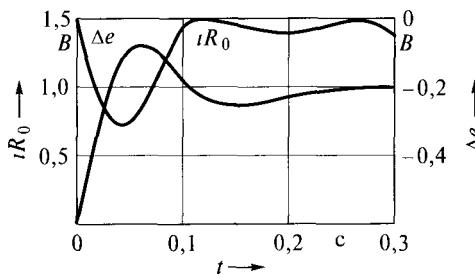


Рис. 9.4. Переходной процесс в статической системе при возмущающем воздействии

По передаточным функциям (9.10) и (9.11) могут быть рассчитаны переходные процессы на ЭВМ, если подставить в них заданные параметры. В рассматриваемом примере: $T_1 = 0,025$ с; $T = 0,035$ с; $T_2 = 0,59$ с; $T_0 = 0,0033$ с; $T_{\mu} = 0,15$ с; $T_{\mu} = 0,015$ с; $\beta_0 = 50$; $\beta = \beta_0/k_{OC} = 50/0,1 = 500$.

На рис. 9.4 показаны переходные процессы $\Delta e(t) = f_1(t)$ и $iR_0 = f_2(t)$.

Уравнения установившегося движения статической системы могут быть получены из операторных уравнений при $p = 0$:

$$e = \frac{(u_3\beta - I_c R_0)}{1 + \beta_0}; \quad i = I_c.$$

9.4. Синтез регулятора статической системы управления положением

На рис. 9.5, а приведена структурная схема системы управления положением. Помимо известных звеньев в цепь прямого канала введено интегрирующее звено с передаточной функцией $K_i = 1/(T_ip)$, где T_i — постоянная времени, равная передаточному числу редуктора, $T_i = i_p$, а ОС осуществляется по углу поворота ϕ . В цепь ОС включено звено с передаточной функцией $K_{оп} = k_{оп}/(T_{дп}p + 1)$, где $k_{оп}$ — коэффициент ОС, представляющий собой коэффициент пропорциональности между напряжением ОС, подаваемым на узел сравнения углом поворота механизма ϕ ; $T_{дп}$ — постоянная времени фильтра датчика положения. Величина u_3 — задающее напряжение, определяющее заданный угол поворота. Звено $K_\omega = 1/c$ преобразует ЭДС e в скорость ω .

Пример 9.2. Примем следующие исходные данные системы электропривода: $U_n = 220$ В; $\omega_n = 105$ рад/с; $I_n = 10$ А; $R_a = 0,3$ Ом; сопротивление цепей якоря двигателя преобразователя $R_0 = R_a + R_n = 0,5$ Ом; $i_p = 1$;

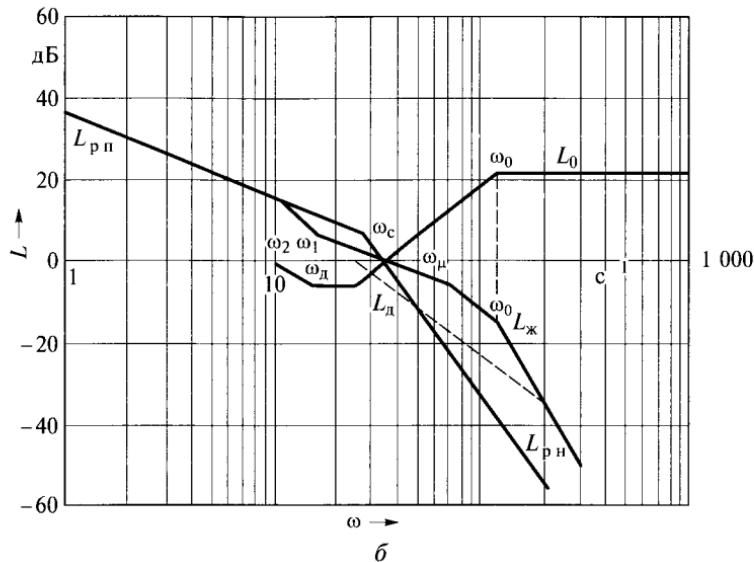
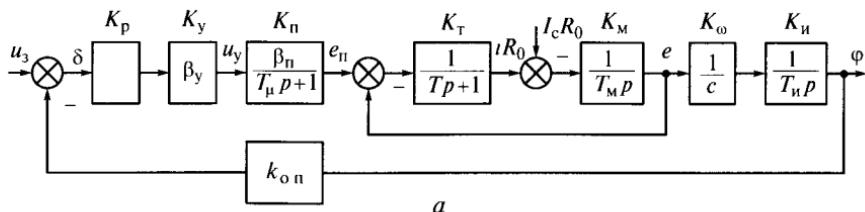


Рис. 9.5. Системы управления положением:

a — структурная схема, *б* — ЛАХ системы

$T_m = 0,05$ с; $T = 0,03$ с; передаточная функция тиристорного преобразователя $K_n = \beta_n / (T_n p + 1)$; $\beta_n = 10$; $T_n = 0,007$ с; $T_d n = 0,005$ с; $k_{o,n} = 1$; максимальная ошибка при отработке угла поворота $\delta_m = 0,15$ рад; максимальный скачок скорости $\Delta\omega_m = 10$ рад/с; $c = (U_h - I_h R_d)/\omega_h = 2,05$ В с/рад.

Передаточная функция разомкнутой нескорректированной системы

$$W_{p,n} = K_y K_n K_d K_i K_{o,n} = \frac{\beta_y \beta_n k_{o,n}}{c T_n p (T_m T p^2 + T_m p + 1)(T_\mu p + 1)}, \quad (9.12)$$

где K_d — передаточная функция двигателя, $K_d = 1 / (T_m T p^2 + T_m p + 1)$.

Методом, изложенным ранее, определим $T_\mu = 0,016$ с. Коэффициент усиления промежуточного усилителя найдем исходя из уравнений, очевидных из структурной схемы рис. 9.5, учитывая, что задающий сигнал линейно возрастает, $u_3 = \Delta\omega_m / p$:

$$\varphi k_{o,n} = u_3 - u_1 = \frac{\Delta\omega_m k_{o,n}}{p} - \delta k_{o,n} \text{ или } \varphi = \frac{\omega_m}{p} - \delta;$$

$$\delta_m = \frac{\Delta\omega_m}{p} - \frac{\delta_m \beta_y W(p)}{c T_u p}, \quad (9.13)$$

$$W(p) = \frac{\beta_n}{(T_\mu p + 1)(T_m T p^2 + T_m p + 1)}.$$

Решив уравнение (9.13) относительно δ_m , получим

$$\delta_m = \frac{T_u c \Delta\omega_m}{T_u p + \beta_y W(p)}. \quad (9.14)$$

В установившемся режиме $W(p) = \beta_n$. Подставив это значение в выражение (9.14), найдем

$$\beta_y = \frac{D_{\omega T} c T_u}{\beta_n},$$

где $D_{\omega T}$ — требуемая добротность системы, $D_{\omega T} = \Delta\omega_m / \delta_m = 10/0,15 \approx 67 \text{ с}^{-1}$. Коэффициент усиления $\beta_y = 67 \cdot 2,05/10 = 13,7$. Для построения ЛАХ разомкнутой нескорректированной системы $L_{p,n}$ представим выражение (9.12) в виде

$$W_{p,n} = \frac{\beta_0}{T_u p (T_\mu p + 1)(T_d^2 p^2 + 2T_d \zeta p + 1)},$$

где $\beta_0 = \beta_y \beta_n k_{o,n} / c = 13,7 \cdot 10 / 2,05 \approx 67$; $T_d^2 = T_m T$; $T_m = 2T_d \zeta$; $T_d = \sqrt{T_m T}$;
 $\zeta = T_m / (2T_d) = T_m / (2\sqrt{T_m T})$.

Тогда

$$L_{p,n} = 20 \lg \beta_0 - 20 \lg T_u \omega - 20 \lg \sqrt{T_\mu^2 \omega^2 + 1} - \\ - 20 \lg \sqrt{(1 - T_d^2 \omega^2)^2 + 4\omega^2 T_d^2 \zeta^2}, \quad (9.15)$$

где угловая скорость, с^{-1} ,

$$\omega_u = 1/T_u = 1; \omega_\mu = 1/0,016 = 63,$$

а также

$$\omega_d = 1/T_d = 1/\sqrt{0,05 \cdot 0,003} = 26;$$

$$\zeta = T_m / (2T_d) = 0,05 / (2 \cdot 0,039) = 0,645; T_d = 0,039.$$

При построении ЛАХ $L_{p,n}$ следует учитывать, что ЛАХ двигателя $L_d = 20 \lg \sqrt{\left(1 - T_d^2 \omega^2\right)^2 + 4\omega^2 T_d^2 \zeta^2}$ при $\zeta > 0,25$ имеет две асимптоты, сопрягаемые в точке $\omega = \omega_d$. При значениях $\omega/\omega_d \ll 1$ характеристика $L_d = 0$ и совпадает с осью абсцисс, а при $\omega/\omega_d \gg 1$ она имеет наклон 40 дБ/дек. Если $\zeta \leq 0,25$, то L_d строится по точкам или с помощью универсальных кривых. При $\zeta > 1$ (оба корня вещественные) $L_d = -20 \lg \sqrt{1 + T_{1d}^2 \omega^2} - 20 \lg \sqrt{1 + T_{2d}^2 \omega^2}$. В этом случае L_d будет состоять из трех асимптот: $L_d = 0$ и с наклонами 20 и 40 дБ/дек. В примере ЛАХ L_d строится по двум асимптотам, которые сопрягаются при частоте $\omega_d = 26 \text{ c}^{-1}$ (штриховая линия на рис. 9.5, б). Там же показано построение всей $L_{p,n}$ по выражению (9.15).

Формирование желаемой ЛАХ L_k для статической системы регулирования положением целесообразно выполнять в следующем порядке. Частота среза $\omega_c = 1/(2T_\mu) = 1/(2 \cdot 0,016) = 32 \text{ c}^{-1}$. Среднечастотная зона слева ограничивается частотой $\omega_1 = \omega_2/2 = 32/2 = 16 \text{ c}^{-1}$, а справа — частотой ω_μ . Сопряжение L_k с $L_{p,n}$ слева от ω_c производится в точке $\omega_2 = 9 \text{ c}^{-1}$ прямой, имеющей наклон 40 дБ/дек. Построение высокочастотной части L_k ограничивается выбором частоты ω_0 , в которой сопрягаются две асимптоты с наклонами 40 и 60 дБ/дек.

Частота ω_0 должна способствовать повышению запаса устойчивости по фазе, определяемого всей желаемой ЛАХ. В нашем случае $\omega_0 = 120 \text{ c}^{-1}$:

$$\begin{aligned}\gamma = 180^\circ - \arctg(\pi/2) - \arctg(\omega_c/\omega_2) + \arctg(\omega_c/\omega_1) - \\ - \arctg(\omega_c/\omega_\mu) - 2\arctg(\omega_c/\omega_0).\end{aligned}$$

В примере

$$\gamma = 90^\circ - 74^\circ 30' + 64^\circ - 27^\circ 30' - 15^\circ = 37^\circ > 35^\circ.$$

Вычитанием ЛАХ $L_{p,n}$ из L_k получаем ЛАХ статического регулятора, по которой определяем его передаточную функцию:

$$K_p = \frac{(T_1 p + 1)(T_d p + 1)^2}{(T_2 p + 1)(T_0 p + 1)^2},$$

где $T_1 = 1/\omega_1 = 1/16 = 0,0625 \text{ с}$; $T_d = 1/\omega_d = 1/26 = 0,039 \text{ с}$; $T_2 = 1/\omega_2 = 1/9 = 0,111 \text{ с}$; $T_0 = 1/\omega_0 = 1/120 = 0,0083 \text{ с}$.

Контрольные вопросы

1. Чем характеризуется одноконтурная структура САУ?
2. Какие дополнительные связи имеются в многоконтурных САУ?

3. Как осуществляется синтез регуляторов методом ЛЧХ?
4. Как осуществляется стабилизация скорости в статической системе?
5. Какова последовательность определения желаемой ЛАХ системы?
6. Как определяются передаточные функции ПИ-, ПД- и ПИД-регуляторов?
7. Как производится синтез регулятора статической системы управления положением?
8. Как выглядит структурная схема САУ положением?

Глава 10

ЛИНЕЙНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

10.1. Импульсные звенья (модуляторы)

Управляющее воздействие системы импульсного действия не непрерывно, а формируется в виде серии импульсов. В связи с этим системы импульсного управления часто называют *дискретными*. Система является импульсной, если она содержит хотя бы одно импульсное звено.

Импульсным звеном, или *импульсным модулятором*, называется динамическое звено, преобразующее непрерывный входной сигнал в последовательность импульсов. Импульсные звенья отличаются способом модуляции: амплитудно-импульсная модуляция (АИМ), широтно-импульсная (ШИМ), время-импульсная (ВИМ). Последняя бывает фазоимпульсной (ФИМ) и частотно-импульсной (ЧИМ). В зависимости от способа модуляции амплитуда, ширина, фаза или частота пропорциональна величине входного сигнала в соответствующие моменты времени. Остальные параметры импульсов неизменны.

Импульсные звенья, имеющие амплитуду и ширину импульсов, не зависящие от входного сигнала на протяжении одного периода, называются модуляторами 1-го рода. При наличии такой зависимости имеем импульсные модуляторы 2-го рода.

Импульсная модуляция способствует помехоустойчивости, поскольку хотя бы один параметр импульсов — амплитуда, ширина, частота — остается постоянным. Импульсная модуляция позволяет использовать полупроводниковые элементы в наиболее благоприятном для них ключевом режиме, что широко применяется для управления силовыми полупроводниковыми преобразователями.

Системы автоматического управления с АИМ относят к первому типу импульсных систем, а с ШИМ — ко второму типу. Они могут содержать импульсные элементы как 1-го, так и 2-го рода.

На рис. 10.1, *a* изображена функциональная схема импульсной САУ. Здесь импульсный элемент (ИЭ) включен в цепь основного воздействия последовательно с эквивалентным звеном непрерывной части (НЧ) САУ. Однако ИЭ может быть включен и в цепь обратной связи. Непрерывная часть может быть линейной и нелинейной. В дальнейшем рассматриваются САУ только с линейной непрерывной частью.

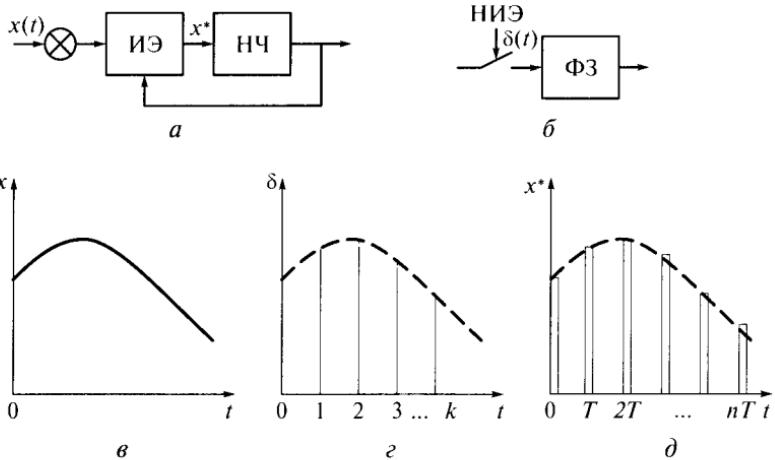


Рис. 10.1. Замкнутая импульсная система:

а — функциональная схема; *б* — реальное импульсное звено; *в* — непрерывная величина; *г* — δ -функция; *д* — последовательность импульсов

Для упрощения исследования импульсных САУ целесообразно представить ИЭ состоящим из двух частей (рис. 10.1, *б*): идеально-го импульсного элемента (ИИЭ) и формирующего звена (Φ_3). Идеальный импульсный элемент в виде ключа преобразует непрерывную величину $x(t)$ в последовательность импульсов, следующих друг за другом через равные интервалы дискретности T (рис. 10.1, *д*) и представляющих собой δ -функции (рис. 10.1, *г*). Величина каждой δ -функции, т.е. интеграл от нее по времени, пропорциональна значению непрерывной величины в момент замыкания ключа. Формирующее звено преобразует каждый идеальный импульс в импульс конкретной формы. Чаще импульсы имеют форму прямоугольников длительностью γT , $0 < \gamma < 1$. Звено, формирующее такие импульсы, описывается передаточной функцией

$$K_{\Phi}(p) = [1 - \exp(-p\gamma T)]/p. \quad (10.1)$$

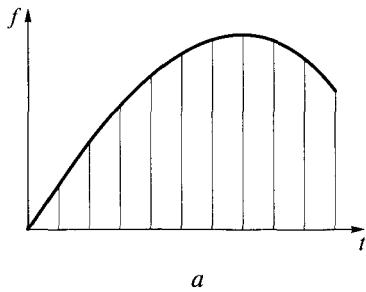
При исследовании импульсных систем формирующее звено относят к непрерывной части. При этом образуется приведенная непрерывная часть (ПНЧ), передаточная функция которой

$$K(p) = K_{\Phi}(p)K_h(p),$$

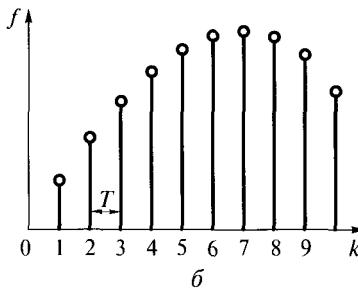
где $K_h(p)$ — передаточная функция непрерывной части.

10.2. Анализ динамики импульсных систем

Решетчатые функции, разностные уравнения. На рис. 10.2 представлены непрерывная функция времени $f(t)$ (см. рис. 10.2, *а*) и



a



б

Рис. 10.2. Функции времени:
a — непрерывная; *б* — решетчатая

соответствующая ей решетчатая функция $f_k = f(t_k)$ (см. рис. 10.2, *б*), значения которой определены для $f_k = kT$. Таким образом, непрерывный аргумент t заменен целочисленным аргументом k (номер интервала времени).

Решетчатой функцией называется действительная функция целочисленного аргумента.

Применяются также смещенные решетчатые функции $f(k, \varepsilon)$, которые задаются для моментов времени $kT + \varepsilon T$, где $-1 < \varepsilon < 1$. Для решетчатых функций вводятся разности различных порядков, которые аналогичны производным для непрерывных функций.

Разность 1-го порядка

$$f_{k+1} - f_k = \Delta f_{k+1}.$$

Разность 2-го порядка

$$\Delta^2 f_{k+1} = \Delta f_{k+1} - \Delta f_k.$$

Разность i -го порядка выражается рекуррентным соотношением

$$\Delta^i f_{k+1} = \Delta^{i-1} f_{k+1} - \Delta^{i-1} f_k,$$

или, с учетом выражений разностей,

$$\Delta^i f_{k+1} = \sum_{j=0}^i (-1)^j a_j f_{k+i-j},$$

где $a_j = i!/(j!(i-j)!)$ — биномиальные коэффициенты.

Уравнение, содержащее решетчатую функцию и ее разности различных порядков, называется *уравнением в конечных разностях*, или *разностным уравнением*. Линейное разностное уравнение имеет вид

$$a_i \Delta^i y_k + a_{i-1} \Delta^{i-1} y_k + \dots + a_0 y_k = u_k.$$

Заменив разности их выражениями, получим разностное уравнение в рекуррентной форме:

$$y_k = b_1 y_{k-1} + b_2 y_{k-2} + \dots + b_i y_{k-i}.$$

Наиболее часто применяются системы разностных уравнений I-го порядка в рекуррентной форме. Они могут быть получены в результате применения к системам дифференциальных уравнений I-го порядка

$$x = f[x, u(t)]$$

численных методов и имеют вид

$$x_{i,k+1} = x_{i,k} + T f_i(x_k, u_k), \quad (i = 1, \dots, n).$$

Преимущество разностных уравнений заключается в простоте их решения по шагам, начиная от начальных условий, путем последовательной подстановки в правую часть результатов предыдущих шагов.

Дискретное преобразование Лапласа. Дискретное преобразование Лапласа является функциональным преобразованием решетчатых функций. Как известно, непрерывная функция времени имеет изображение по Лапласу:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-pt) dt.$$

Если в эту формулу подставить текущее время в виде $t = kT$, где $k = 1, 2, \dots, n$, то интеграл можно заменить суммой

$$D[f(k)] = T \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \exp(-pkT), \quad (10.2)$$

или, в относительных единицах $q = pT$,

$$D[f(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \exp(-kq). \quad (10.3)$$

Для смещенных функций

$$D[f(k, \varepsilon)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(k, \varepsilon) \exp(-q, k). \quad (10.4)$$

Дискретное преобразование Лапласа имеет смысл только в том случае, если ряд, стоящий в правой части уравнений (10.3), (10.4), сходится. Параметр преобразования q в общем случае — комплексное число

$$q = \sigma + j\omega.$$

Чем больше значение σ , тем быстрее сходится ряд (10.3). Абсциссой сходимости называется такое значение $\sigma = \sigma_c$, для которого при $\sigma > \sigma_c$ ряд сходится, а при $\sigma < \sigma_c$ расходится. Изображение решетчатой функции в комплексной плоскости есть периодическая вдоль мнимой оси функция

$$F(q) = F(2n\pi j + q).$$

Поэтому функция $F(q)$ полностью определена в полосе, соответствующей $-\pi < \omega < \pi$.

Обратное преобразование Лапласа производится по формуле

$$f(k) = D^{-1}[F(q)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\pi}^{c+j\pi} F(q) \exp(qk) dq,$$

где D^{-1} — символ обратного дискретного преобразования Лапласа; c — произвольная постоянная, удовлетворяющая условию $c > \sigma_c$.

Для смещенной решетчатой функции

$$f(k, \varepsilon) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\pi}^{c+j\pi} F(q, \varepsilon) \exp(qk) dq.$$

Z-преобразование. Для определения реакции системы на дискретные сигналы наиболее удобно z -преобразование, которое получается из дискретного преобразования Лапласа, если в выражение (10.1) ввести обозначение

$$z = \exp(q) = \exp(pT).$$

Тогда получим

$$F(p) = T \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) z^{-k}.$$

Второй сомножитель правой части этого уравнения называют односторонним z -преобразованием импульсной функции

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) z^{-k} = Z[f(kT)]. \quad (10.5)$$

На основании этого выражения составлены таблицы z -преобразования (табл. 10.1).

Переход от z -преобразования к функции времени $f(kT)$ выполняется путем обратного преобразования:

$$f(kT) = \frac{1}{2\pi j} \int F(z) z^{k-1} dz.$$

Интегрирование ведется по окружности $|z| = \exp(cT)$, где c — абсцисса абсолютной сходимости.

Таблица z -преобразования

$f(t)$	$F(p)$	$F(z)$	Область сходимости
$1(t)$	$1/p$	$\frac{z}{z-1}$	$ z > 1$
t	$1/p^2$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$	$ z > 1$
t^2	$1/p^3$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$	$ z > 1$
$\exp(-at)$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{z}{z - \exp(-at)}$	$ z > \exp(at)$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$	$ z > 1$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$	$ z > 1$

Если требуется определить $f(kT)$ лишь для некоторых k , то можно использовать разложение в ряд (10.5):

$$F(z) = f(0) + f(T)z^{-1} + \dots + f(nT)z^{-n}.$$

Пример 10.1. Необходимо определить $f(kT)$ по заданному z -изображению

$$F(z) = \frac{2z}{(z-2)(z-1)^2} = \frac{2z^{-2}}{1 - 4z^{-1} + 5z^{-2} - 2z^{-3}}.$$

Разложение в ряд получается непосредственным делением числителя на знаменатель

$$F(z) = 2z^{-2} + 8z^{-3} + 22z^{-4} + \dots$$

Отсюда получаются дискретные значения функции времени $f(0) = 0$, $f(T) = 0$, $f(2T) = 2$, $f(3T) = 8$, $f(4T) = 22$ как коэффициенты при степенях z .

При анализе дискретных систем z -преобразование позволяет определить реакцию системы только в моменты квантования. Для нахождения выходной величины в промежуточные моменты времени применяется модифицированное z -преобразование. Для этого

следует квантовать $f(t)$ при $t = (k + \varepsilon)T$, где $0 < \varepsilon < 0$, что равнозначно смещению $f(t)$ на величину εT . Модифицированное z -преобразование имеет вид

$$F(z, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT + \varepsilon T) z^{-k}.$$

Отметим, что $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(z, \varepsilon) = F(z)$.

Выходной сигнал в промежутке между импульсами может быть получен по формуле обращения

$$f(kT + \varepsilon T) = \frac{1}{2\pi f} \int F(z, \varepsilon) z^{-1} dz, \quad z = \exp cT$$

или путем деления числителя на знаменатель z -изображения, как показано в примере 10.1.

Свойства z -преобразования. Если $f_1(k)$ и $f_2(k)$ имеют z -изображения $F_1(z)$ и $F_2(z)$, то их сумма имеет z -изображение

$$Z[f_1(k) + f_2(k)] = F_1(z) + F_2(z).$$

Сдвиг во времени на n интервалов производится в соответствии с выражением

$$Z[f(k - n)] = z^{-n} F(z).$$

Здесь везде $F(z) = Z[f(k)]$.

Умножение оригинала на экспоненту приводит к смещению в области изображений:

$$Z[f(k)\exp(at)] = F[z\exp(at)],$$

где a — постоянная величина.

Если существует предел $F(z)$ при $z \rightarrow \infty$, то

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow \infty} f(z).$$

Если $(1 - z^{-1})F(z)$ не имеет полюсов на окружности единичного радиуса или вне ее на z -плоскости, то

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) f(z).$$

Последние два выражения позволяют определить начальное и установившиеся значения функции $f(k)$.

10.3. Импульсная теорема

Если непрерывную зависимость путем квантования заменили решетчатой функцией, происходит потеря части информации.

Такая потеря информации происходит и в результате работы импульсных модуляторов. В пределе, при бесконечной частоте квантования, получается непрерывный сигнал. Представляет интерес нижний предел частоты квантования. Если частота низка, то непрерывный сигнал за один интервал может весьма существенно измениться. Следовательно, может оказаться невозможным восстановление исходного сигнала по его решетчатой функции. Импульсная теорема была сформулирована и доказана В.А. Котельниковым в 1933 г. В соответствии с этой теоремой, если сигнал не содержит частот выше ω_c , он полностью описывается своими значениями, измеренными в дискретные моменты времени с интервалом $T = \pi/\omega_c$.

Однако сигналы с ограниченным спектром физически не существуют. Вследствие того что амплитуды высокочастотных составляющих сигналов обычно ослаблены, можно приближенно считать, что спектр сигнала ограничен. Однако Л. Фогель доказал, что если частота сигнала не выше ω_c , то он полностью определяется значениями, установленными через интервалы $T = \frac{1}{2}(n+1)\frac{2\pi}{\omega_c}$, для производной до n -го порядка и значений самой функции.

10.4. Передаточные функции импульсных систем

Передаточная функция разомкнутой импульсной системы, состоящей из ИИЭ и ПНЧ, может быть получена на базе z -преобразования:

$$K(z) = \frac{x(z)}{u(z)}, \quad (10.6)$$

где $x(z)$, $u(z)$ — z -преобразования выходной величины и входного воздействия соответственно.

Вместо выражения (10.6) можно использовать формальную запись

$$K(z) = \frac{x(z)}{u(z)} = Z[K(p)] = Z[K_\Phi(p)K_h(p)].$$

Здесь $K_\Phi(p)$ — передаточная функция формирующего звена; $K_h(p)$ — непрерывной части системы.

Передаточная функция замкнутой импульсной системы определяется выражением

$$F(z) = \frac{x(z)}{u(z)} = \frac{K(z)}{[1 + K(z)]k_{oc}},$$

где k_{oc} — коэффициент усиления канала обратной связи.

В результате преобразований можно получить выражение

$$F(z) = \frac{x(z)}{u(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}},$$

из которого следует

$$(a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n})x(z) = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n})u(z).$$

Переходя к оригиналу и считая, что $x(z)$ является z -изображением x_k , а $u(z)$ — z -изображением u_k , получим

$$x_k = \frac{1}{a_0} (b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \dots + b_n u_{k-n} - a_1 x_{k-1} - \dots - a_n x_{k-n}).$$

Последнее выражение позволяет рассчитывать выходную величину по значениям входной величины, заданной в дискретные моменты времени.

Пример 10.2. Пусть формирующее звено описывается выражением (10.1), а НЧ системы является идеальным интегрирующим звеном, т.е. $K_h(p) = k/p$. Тогда

$$K(z) = Z \left\{ \frac{k}{p^2} [1 - \exp(-pT)] \right\}.$$

Учитывая, что $\exp(pT) = z$, запишем

$$K(z) = (1 - z^{-1}) Z \left[\frac{k}{p^2} \right].$$

С помощью таблицы z -преобразования получим

$$K(z) = \frac{(1 - z^{-1}) k T z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{k T z^{-1}}{1 - z^{-1}}.$$

Передаточная функция замкнутой системы

$$F(z) = \frac{x(z)}{u(z)} = \frac{K(z)}{1 + K(z)} = \frac{k T z^{-1}}{1 - z^{-1} + k T z^{-1}}.$$

Отсюда z -изображение выходной величины

$$x(z) = k T z^{-1} u(z) + z^{-1} (1 - k T) x(z)$$

и оригинал выходной величины

$$x_k = k T u_{k-1} + (1 - k T) x_{k-1}.$$

10.5. Частотные характеристики импульсных систем

Частотная характеристика импульсной системы определяется реакцией системы на гармоническое воздействие и получается из дискретной передаточной функции $K(z, \varepsilon)$ путем замены в выражении $z = \exp(j\omega T)p$ на $j\omega$.

Выражение частотной характеристики импульсной системы может быть представлено аналогично АФЧХ линейной системы в виде

$$K(j\omega, \varepsilon) = K_0(\omega, \varepsilon) \exp[j\phi(\omega, \varepsilon)].$$

Здесь $K_0(\omega, \varepsilon)$ — АЧХ; $\phi(\omega, \varepsilon)$ — ФЧХ.

Модуль частотной характеристики может быть вычислен по формуле

$$K_0(\omega, \varepsilon) = \sqrt{P^2(\omega, \varepsilon) + Q^2(\omega, \varepsilon)},$$

где $P(\omega, \varepsilon)$, $Q(\omega, \varepsilon)$ — вещественная и мнимая части частотной характеристики, а ее фаза выражается соотношением

$$\phi(\omega, \varepsilon) = \operatorname{arctg} \left[\frac{Q(\omega, \varepsilon)}{P(\omega, \varepsilon)} \right].$$

Особенность частотных характеристик импульсных систем заключается в их периодичности относительно частоты. Выражение $z = \exp(j\omega T)$ является периодической функцией частоты с периодом $2\pi/T$. Очевидно, что любой дискретной передаточной функции импульсной системы $K(z, \varepsilon)$ соответствует частотная характеристика, являющаяся периодической функцией частоты с тем же периодом. Таким образом, для определения частотных свойств импульсной системы достаточно построить частотные характеристики на интервале $\omega \in [0, 2\pi/T]$.

10.6. Устойчивость импульсных систем

Импульсная САУ в замкнутом состоянии устойчива в том случае, если все полюсы ее передаточных функций имеют отрицательные вещественные части или, что то же самое, если они лежат в левой части полосы $-\pi < \operatorname{Im}q < \pi$ комплексной плоскости. Об устойчивости разомкнутой импульсной системы можно судить по полюсам передаточной функции, ее ПНЧ. Если ПНЧ устойчива, то разомкнутая система будет устойчивой. Так как частотные характеристики импульсной системы аналогичны АФХ непрерывных систем, то и здесь для исследования устойчивости используется критерий Найквиста.

Согласно критерию Найквиста замкнутая импульсная система устойчива, если частотная характеристика $K^*(j\bar{\omega}, 0)$ устойчивой разомкнутой системы не охватывает точку $(-1; j0)$ при изменении ω от 0 до ∞ .

Чтобы замкнутая импульсная система была устойчивой при неустойчивой ПНЧ, необходимо, чтобы разность между числом положительных и отрицательных переходов частотной характеристики $K^*(j\bar{\omega}, 0)$ отрезка действительной оси $(-\infty, +1)$ была равна $s/2$ (s — число полюсов с положительной действительной частью передаточной функции разомкнутой САУ).

На рис. 10.3 изображена частотная характеристика разомкнутой импульсной системы $K^*(j\bar{\omega}, 0)$. Там же нанесена точка $(-1; j0)$, лежащая вне частотной характеристики, и проведена штриховая окружность для определения запаса устойчивости по фазе $\phi(\omega_1) - \pi$. Величина h характеризует запас устойчивости по модулю.

Другой метод исследования основан на выделении областей устойчивости в плоскости комплексной величины z путем отображения линейной оси плоскости p (рис. 10.4, *a*) на плоскость z .

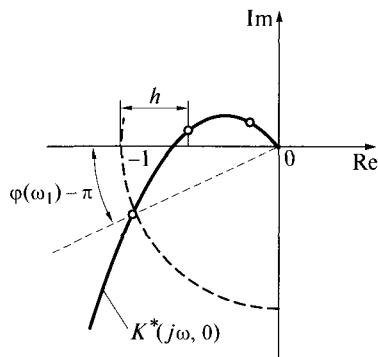


Рис. 10.3. Частотная характеристика разомкнутой импульсной системы

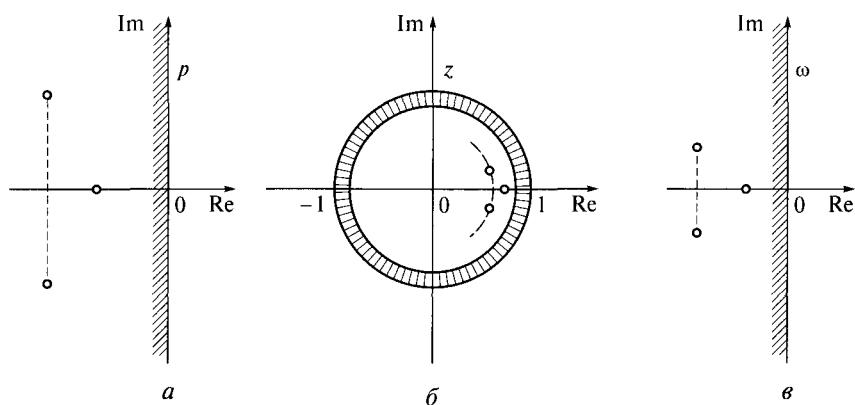


Рис. 10.4. Области устойчивости импульсной системы:
а — на плоскости переменной p ; *б* — переменной z ; *в* — переменной ω

Для этой цели необходимо сделать подстановку $p = j\omega$ в z -преобразование и менять затем частоту ω в пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

Таким образом, получаем $z = \exp(pT) = \exp(j\omega T)$. При изменении частоты в этих пределах в плоскости z (рис. 10.4, б) получаем окружность единичного радиуса, ограничивающую область устойчивости.

Условием устойчивости будет нахождение особых точек (полюсов) передаточной функции замкнутой системы $\Phi(z)$ внутри этой окружности. Следовательно, корни характеристического уравнения $1 + K(z) = 0$ должны быть ограничены по модулю $|z| < 1$.

Для характеристического уравнения 1-го порядка очевидно условие устойчивости

$$|a_0| < 1.$$

Для уравнения 2-го порядка

$$z^2 + a_1 z + a_0 = 0 \quad (10.7)$$

путем вычисления его корней получаются три условия устойчивости:

$$1 + a_1 + a_0 > 0;$$

$$1 - a_1 + a_0 > 0; \quad (10.8)$$

$$a_0 < 1.$$

Для уравнения 3-го порядка

$$z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0 = 0$$

условия устойчивости следующие:

$$1 + a_2 + a_1 + a_0 > 0;$$

$$1 - a_2 + a_1 - a_0 > 0;$$

$$1 - a_0^2 - a_1 + a_2 a_0 > 0.$$

Для уравнений более высокого порядка целесообразно применять w -преобразование, с помощью которого окружность единичного радиуса отображается на мнимую ось плоскости комплексной величины w . Для преобразования используется подстановка

$$z = \frac{1+w}{1-w} \quad (10.9)$$

или

$$w = \frac{z-1}{z+1}.$$

При подстановке $z = \exp(j\omega T)$ будем иметь

$$w = \frac{\exp j\omega T - 1}{\exp j\omega T + 1} = j \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} = j\bar{\lambda},$$

где $\bar{\lambda}$ — относительная псевдоочастота.

При малых частотах $\frac{\operatorname{tg}\omega T}{2} \approx \frac{\omega T}{2}$ и абсолютная псевдоочастота

$$\lambda = \frac{2}{T} \frac{\omega T}{2} = \omega.$$

При изменении частоты ω в пределах от $-\pi/T$ до π/T псевдоочастота изменяется от $-\infty$ до $+\infty$, а комплексная величина w движется по мнимой оси от $-j\omega$ до $+j\omega$. Областью устойчивости в этом случае оказывается вся левая полуплоскость (рис. 10.4, в), поэтому для передаточной функции с ω -преобразованием могут использоваться те же критерии устойчивости, что и для непрерывных систем. Для примера рассмотрим характеристическое уравнение 2-го порядка (10.7). С помощью подстановки выражения (10.9) оно преобразуется к виду

$$(1 - a_1 + a_0)\omega^2 + 2(1 - a_0)\omega + 1 + a_1 + a_0 = 0.$$

Применив критерий Гурвица, получим условия (10.8), которые называются *критерием Шура—Кона*.

Использование ω -преобразования дает возможность построить в функции псевдоочастоты λ ЛАХ и ЛФХ для импульсных систем, аналогичные логарифмическим характеристикам непрерывных систем.

10.7. Особенности анализа и синтеза импульсных систем

Основные принципы расчета корректирующих устройств для импульсных САУ те же, что и для непрерывных систем. Для улучшения качества импульсных САУ в их НЧ можно включать последовательные и параллельные корректирующие устройства и, следовательно, деформировать желаемым образом характеристики НЧ. Синтез корректирующих устройств удобнее всего производить с помощью ЛЧХ. В качестве желаемых можно брать характеристики, аналогичные желаемым ЛАХ непрерывных систем. Для импульсных систем могут применяться непрерывные и дискретные корректирующие устройства. К импульсной системе может быть предъявлено требование, чтобы длительность процесса была рав-

на конечному числу интервалов n . При $n = 2$ желаемая передаточная функция должна удовлетворять равенству

$$F_*^*(z) = F_*(1)z^{-1} + F_*(2)z^{-2}. \quad (10.10)$$

Так как статическая ошибка системы должна быть равна нулю, то

$$F_*^*(0) = F_*(1) + F_*(2) = 1. \quad (10.11)$$

Отсюда желаемая передаточная функция разомкнутой системы

$$W_*^*(z) = \frac{F_*^*(z)}{1 - F_*^*(z)} = \frac{F_*(1)z + 1 - F_*(1)}{z^2 - F_*(1)z - 1 + F_*(1)}.$$

Передаточная функция последовательного корректирующего устройства

$$K_c(z) = \frac{W_*^*(z)}{W^*(z)},$$

где $W^*(z)$ — передаточная функция разомкнутой нескорректированной системы.

Для выбора структуры и параметров корректирующего устройства необходимо задаться желаемой импульсной характеристикой замкнутой системы и определить по уравнениям (10.10) и (10.11) желаемую передаточную функцию замкнутой системы. Последняя должна удовлетворять условиям физической осуществимости и грубости.

Условие физической осуществимости состоит в том, что импульсная характеристика $F_*(z, \varepsilon)$ должна быть равна нулю при $k < 0$. Оно выполняется, если $F_*(z, \varepsilon)$ есть правильная дробь относительно z .

Условие грубости заключается в том, что при малых изменениях параметров системы управления характер и качественные показатели переходных процессов не должны существенно отличаться от расчетных. Если исходная передаточная функция $W^*(z, 0)$ не имеет ни нулей, ни полюсов вне единичного круга на плоскости комплексной переменной z , то условие грубости не накладывает ограничений на вид желаемой передаточной функции замкнутой системы. Если же $W^*(z)$ имеет нули или полюсы вне единичного круга, то при последовательной коррекции для выполнения условия грубости требуется, чтобы эти нули $W^*(z)$ входили в число нулей $F_*^*(z)$ вне единичного круга, а полюсы — в число нулей $1 - F_*^*(z)$.

При параллельной коррекции должны выполняться те же условия, если передаточная функция неразветвленной части системы $W_1^*(z)$ не имеет нулей и полюсов вне единичного круга.

Несколько менее жесткими являются условия грубости при последовательной коррекции в цепи ОС. В этом случае необходимо только, чтобы нули вне единичного круга $W^*(z)$ входили в число нулей $F_{\infty}^*(z)$.

Контрольные вопросы

1. Что называется импульсным звеном?
2. Почему импульсное звено называется импульсным модулятором?
3. Какие бывают способы модуляции?
4. Чем отличаются импульсные модуляторы 1-го и 2-го рода?
5. Как выглядит функциональная схема импульсной САУ?
6. Как осуществляется анализ динамики импульсных систем?
7. Что такое дискретное преобразование Лапласа?
8. Как формулируется импульсная теорема В. А. Котельникова?
9. Что представляют собой передаточные функции импульсных систем?
10. Какова особенность частотных характеристик импульсных систем?
11. Как определяется устойчивость импульсных систем?
12. Каковы особенности анализа и синтеза импульсных систем?

Глава 11

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

11.1. Особенности нелинейных систем и типы нелинейностей

Нелинейной называется система, среди элементов которой есть хотя бы один с нелинейной зависимостью между его выходным и входным сигналами. В такой системе в большинстве случаев процессы не могут быть исследованы методами линейной теории. Кроме того, при исследовании систем с нелинейными элементами не может быть использован принцип суперпозиции.

В практике встречаются автоматические системы, содержащие звенья, которые рассматриваются как элементы, обладающие *несущественными нелинейностями*. По отношению к ним можно применять методы линейной теории, если исследование динамики системы ограничено методами, основанными на линеаризации дифференциального уравнения в сравнительно небольшой окрестности наиболее характерных точек нелинейных характеристик звеньев. Однако создание большого класса систем связано с необходимостью использовать существенно нелинейные элементы в объектах и управляющих устройствах. Эти системы требуют специальных методов исследования.

Для нелинейных систем характерна работа в режимах, принципиально неосуществимых в линейной системе. К таким режимам относятся смена состояний равновесия в зависимости от начальных условий, автоколебания, дискретное изменение амплитуды сигналов, изменение частоты вынужденных колебаний, зависимость частоты автоколебаний от частоты внешнего воздействия, подавление слабого сигнала сильным.

В практике различают нелинейные элементы с *гладкой нелинейной* (рис. 11.1, *а*, *б*) и *кусочно-линейной* (рис. 11.1, *в—и*) *характеристиками*.

Все нелинейные характеристики могут быть разделены на *однозначные* (см. рис. 11.1, *а*, *г*, *д*, *ж*, *з*) и *неоднозначные* (см. рис. 11.1, *б*, *в*, *е*, *и*). Неоднозначная характеристика получается, если при увеличении входного сигнала выходная координата изменяется по одной зависимости, а при уменьшении входного сигнала — по другой.

Характеристика, показанная на рис. 11.1, *г*, имеет *линейные зоны* (OA , OA') и участки насыщения (AB , $A'B'$). Она свойственна устройствам с ограниченным изменением выходной координаты.

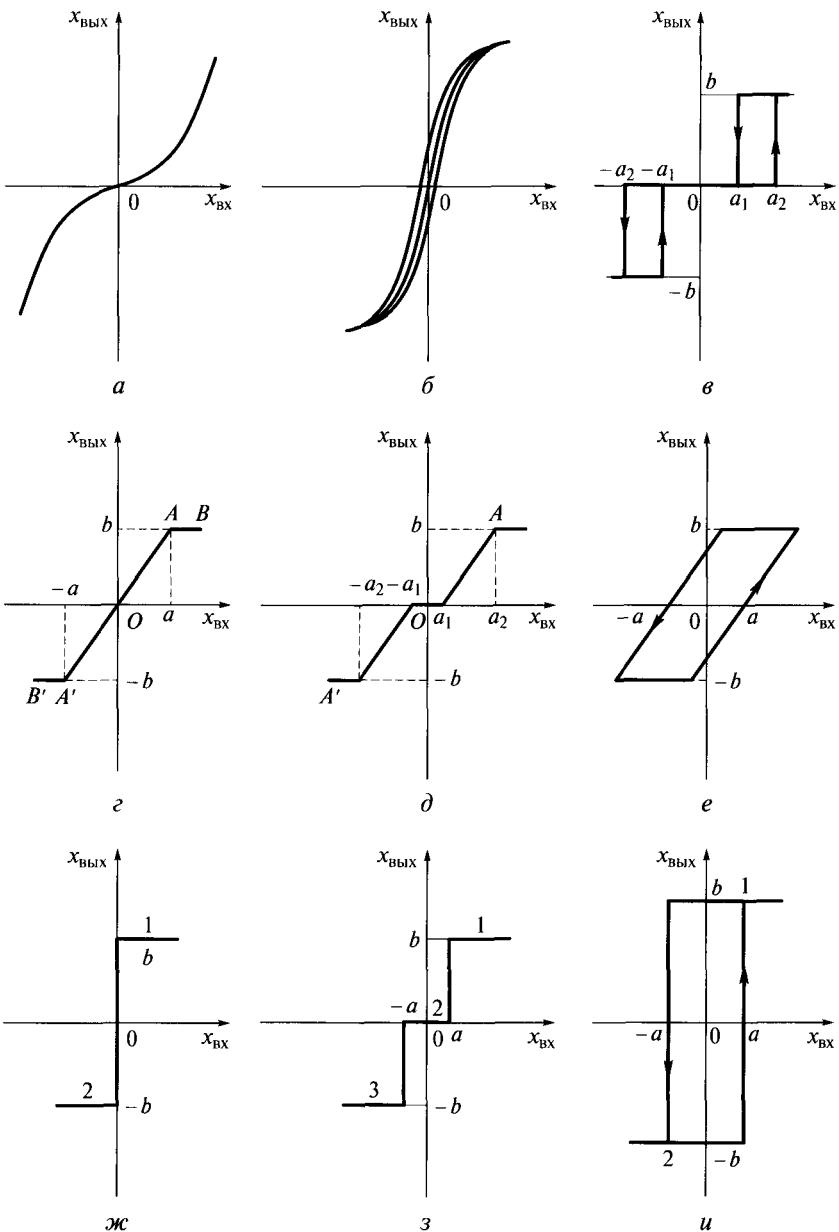


Рис. 11.1. Типы нелинейных характеристик

Статическая характеристика описывается следующими уравнениями:

$$x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}} \quad \text{при } |x_{\text{вх}}| \leq a;$$

$$x_{\text{вых}} = b\text{sign}x_{\text{вх}} \quad \text{при } |x_{\text{вх}}| > a.$$

Характеристика, представленная на рис. 11.1, *д*, помимо линейной зоны и участка насыщения имеет зону нечувствительности (Oa_1). Такими характеристиками обладают системы с трением в исполнительном элементе.

В этом случае уравнения статической характеристики имеют следующий вид:

$$x_{\text{вых}} = 0 \quad \text{при } |x_{\text{вх}}| > a_1;$$

$$x_{\text{вых}} = (kx_{\text{вх}} - a_1) \quad \text{при } a_2 > x_{\text{вх}} > a_1;$$

$$x_{\text{вых}} = (kx_{\text{вх}} + a_1) \quad \text{при } -a_2 < x_{\text{вх}} < -a_1;$$

$$x_{\text{вых}} = b\text{sign}x_{\text{вх}} \quad \text{при } |x_{\text{вх}}| > a_2.$$

Характеристика, приведенная на рис. 11.1, *е*, имеет участок насыщения и отличается наличием зоны неоднозначности. Часто такие характеристики называют *гистерезисными* и типа *люфт*. К гистерезисным относится и характеристика, изображенная на рис. 11.1, *б*. Подобными характеристиками обладают устройства, имеющие зазор, трение и ограничение изменения выходной координаты.

Уравнения статической характеристики в этом случае имеют вид:

$$x_{\text{вых}} = (kx_{\text{вх}} - a_1) \quad \text{при } \dot{x}_{\text{вых}} > 0;$$

$$x_{\text{вых}} = (kx_{\text{вх}} + a_1) \quad \text{при } \dot{x}_{\text{вых}} < 0;$$

$$x_{\text{вых}} = b\text{sign}x_{\text{вх}} \quad \text{при } \dot{x}_{\text{вых}} = 0.$$

Характеристика, показанная на рис. 11.1, *ж*, называется *релейной*. Она имеет участок насыщения и свойственна идеальным двухпозиционным реле, серводвигателям с постоянной скоростью и т. д.

Статическая характеристика описывается следующим уравнением:

$$x_{\text{вых}} = b\text{sign}x_{\text{вх}}.$$

Характеристика, показанная на рис. 11.1, *з*, отличается от предыдущей наличием зоны нечувствительности и свойственна трех-

позиционным реле с порогом срабатывания, серводвигателям с постоянной скоростью, имеющим межконтактное расстояние, а также другим устройствам, обладающим свойством «перекрытия».

В этом случае уравнения статической характеристики имеют следующий вид:

$$x_{\text{вых}} = b \text{sign} x_{\text{вх}} \text{ при } |x_{\text{вх}}| > a;$$

$$x_{\text{вых}} = 0 \text{ при } |x_{\text{вх}}| < a.$$

Характеристика, изображенная на рис. 11.1, *u*, также относится к группе релейных и имеет зону неоднозначности и участки насыщения. Такими характеристиками обладают элементы, имеющие зазор (люфт), сухое трение, гистерезис и т. п. Типичным элементом является двухпозиционное реле с гистерезисом. Уравнения статической характеристики в этом случае имеют следующий вид:

$$x_{\text{вых}} = b \text{ при } -a < x_{\text{вх}} < \infty;$$

$$x_{\text{вых}} = -b \text{ при } -\infty < x_{\text{вх}} < a.$$

На участке $-a < x_{\text{вх}} < a$ величина $x_{\text{вых}}$ принимает два значения ($+b$ или $-b$) в зависимости от предшествовавших $x_{\text{вх}}$. Условие скачка при переходе с нижней ветви на верхнюю выражается следующим образом: $x_{\text{вх}} = a$; $x_{\text{вых}} = -b$; $\dot{x}_{\text{вх}} > 0$. При скачкообразном переходе с верхней ветви на нижнюю $x_{\text{вх}} = -a$; $x_{\text{вых}} = b$; $\dot{x}_{\text{вх}} < 0$.

Характеристика, приведенная на рис. 11.1, *v*, свойственна трехпозиционному реле с гистерезисом. При переключении контактов в одном и другом направлении в соответствии со значением входной величины характеристики приобретают неоднозначность. Если переход от $x_{\text{вых}} = 0$ к $x_{\text{вых}} = b$ происходит при $x_{\text{вх}} = a_2$, а возврат — при $x_{\text{вх}} = a_1$, то характеристика приобретает вид, изображенный в правом верхнем квадранте. Математически характеристика описывается следующим образом:

$$x_{\text{вых}} = b \text{sign} x_{\text{вх}} \text{ при } |x_{\text{вх}}| > a_2;$$

$$x_{\text{вых}} = 0 \text{ при } |x_{\text{вх}}| < a_1.$$

На участках $a_1 < |x_{\text{вх}}| < a_2$ величина $x_{\text{вых}}$ принимает два значения: b или $-b$.

11.2. Методы исследования нелинейных систем

Динамические процессы нелинейной системы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Этот класс систем более широк, чем линейные системы, которые можно рассматривать как частный случай нелинейных систем. В связи с этим

динамические свойства нелинейных систем значительно разнообразнее, чем линейных. В них возможны незатухающие колебания, называемые *автоколебаниями*; устойчивость движения и его характер зависят от начальных условий и внешних возмущений.

В нелинейных системах возможна устойчивость в малом, большом и целом. *Устойчивость в малом* означает устойчивость при сколь угодно малых отклонениях от исходного режима. *Устойчивость в большом* проявляется при конечных отклонениях, возможных по условиям работы. Система *устойчива в целом*, если она устойчива при неограниченных отклонениях от состояния равновесия.

Исследование нелинейных систем имеет следующие цели, связанные с анализом и синтезом систем: анализ устойчивости, определение возможности автоколебаний, их частоты и амплитуды, определение показателей качества, синтез устройств управления. В зависимости от конкретной цели возможно применение того или иного метода анализа.

Моделирование открывает наиболее широкие возможности для анализа динамики и основано на численном интегрировании дифференциальных уравнений с использованием вычислительных машин и специального программного обеспечения. Моделирование позволяет получить переходные процессы, построить фазовый портрет системы, определить устойчивость и возможные автоколебания, оценить показатели качества.

Метод пространства состояний (фазовой плоскости) позволяет определить устойчивость, наличие автоколебательных режимов, их частоту и амплитуду для систем, с достаточной точностью описываемых уравнениями 2-го порядка. Если порядок уравнений равен трем и более, возможно построение траекторий в проекциях на фазовые плоскости, соответствующие парам переменных состояния.

Метод точечных преобразований, основанный на свойствах фазовых траекторий, позволяет оценить устойчивость движений, соответствующих определенным начальным условиям, и определить возможность автоколебаний.

Прямой метод А. М. Ляпунова позволяет оценить устойчивость нелинейной системы в целом, а *метод В. М. Попова* дает достаточночные условия абсолютной устойчивости.

Метод гармонической линеаризации и гармонического баланса позволяет определить возможность автоколебаний, их частоту, амплитуду и устойчивость.

11.3. Метод фазовой плоскости

Основные понятия. Состояние любой динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением n -го порядка, мо-

жет быть определено в любой момент времени значениями n переменных, например регулируемой координаты x и $n - 1$ ее производных в n -мерном пространстве, называемом *фазовым пространством системы*. Это состояние характеризуется координатами *изображающей точки*, откладываемыми по осям фазового пространства. В установившемся режиме системы изображающая точка занимает фиксированное положение и называется *особой точкой*. В переходном режиме координаты x и $n - 1$ ее производных будут изменяться, обусловливая движение изображающей точки по фазовой траектории. Характер этого движения и положение фазовых траекторий в фазовом пространстве определяются динамическими свойствами системы и начальными условиями. Полная совокупность фазовых траекторий, соответствующая всем возможным начальным условиям, называется *фазовым портретом системы*. Двухмерное фазовое пространство представляет собой *фазовую плоскость*.

Метод фазовой плоскости позволяет исследовать динамические свойства систем, описываемых нелинейными уравнениями 1-го и 2-го порядков:

$$\dot{x} = P(x, y); \quad \dot{y} = Q(x, y). \quad (11.1)$$

Системы, содержащие элементы, характеристики которых обладают зонами неоднозначности, не могут быть отображены на обычной фазовой плоскости и требуют для своего отображения *многолистных фазовых поверхностей*. Движение системы в этом случае описывается уравнениями, подобными (11.1), но каждая из систем уравнений определена не на всей фазовой плоскости, а только на некоторых площадях, которые перекрывают друг друга.

При изображении фазового портрета на плоскости уравнение 2-го порядка заменяется системой двух уравнений:

$$\dot{y} = F(x, y), \quad \dot{x} = y. \quad (11.2)$$

Исключив из уравнения (11.2) время, получим $dy/dx = F(x, y)/y$.

Решение этого нелинейного дифференциального уравнения дает зависимость

$$y = f(x),$$

которая определяет фазовую траекторию.

Фазовые портреты линейных систем. Рассмотрим фазовые траектории, определяемые уравнением 2-го порядка, для линейной системы. Пусть дано дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0x = 0. \quad (11.3)$$

Согласно уравнениям (11.2) оно может быть представлено в следующем виде:

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -a_1 y - a_0 x. \quad (11.4)$$

Исключив из уравнений (11.4) время делением одного на другое, получим

$$dy/dx = -a_1 - a_0 x/y.$$

Используя подстановку

$$y/x = u, \quad dy/dx = -u + x du/dx$$

и проинтегрировав это уравнение, получим

$$\int u du / (u^2 + a_1 u + a_0) = -\ln x + C. \quad (11.5)$$

Результат интегрирования левой части уравнения (11.5) зависит от корней характеристического уравнения $(u^2 + a_1 u + a_0) = 0$, которые определяются из выражения

$$s_{1,2} = -a_1/2 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}/2.$$

При отсутствии демпфирования ($a_1 = 0$) получим чисто мнимые корни $s_{1,2} = \pm j\omega$, $\omega = \sqrt{a_1^2 - 4a_0}/2$. Решение уравнения (11.3), имеющее вид $x = x_0 \cos \omega t$, показывает, что в системе устанавливаются незатухающие гармонические колебания (рис. 11.2, а).

Уравнение (11.5) в случае мнимых корней принимает вид

$$\ln(u^2 + \omega^2) = 2(-\ln x + C).$$

Обозначив $C = \ln \omega C_1$ и учитывая, что $u = y/x$, получим уравнение семейства фазовых траекторий, имеющих вид эллипсов:

$$y^2/\omega^2 C_1^2 + x^2/C_1^2 = 1$$

с полуосами ωC_1 и C_1 (см. рис. 11.2, а). Изображающая точка, движущаяся по часовой стрелке, при незатухающих синусоидальных колебаниях описывает замкнутый контур. Центром эллипса является особая точка, в которую стягиваются эллипсы при изменении C_1 .

При положительном демпфировании ($a_1 > 0$) и условии $a_1^2 < 400$ получим комплексные сопряженные корни. Переходный процесс в этом случае согласно уравнению (11.3) определяется выражением $x = x_0 \exp(-\alpha t) \cos \omega t$, где $\alpha = -a_1/2$, и имеет затухающий колебательный характер (рис. 11.2, б), свойственный устойчивой системе.

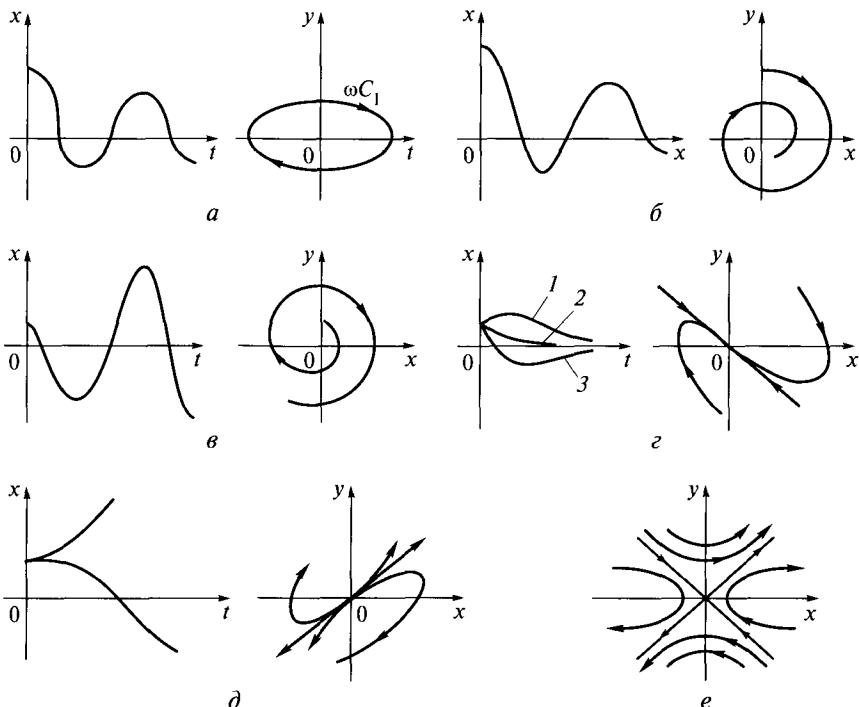


Рис. 11.2. Фазовые портреты линейной системы:

1, 2, 3 — переходные характеристики

Уравнение фазовых траекторий в случае комплексных сопряженных корней находится путем интегрирования уравнения (11.5) и имеет вид

$$y^2 + a_1 yx + a_0 x^2 = C \exp\left(2a/\sqrt{4a_0 - a_1^2}\right) \operatorname{arctg} \left[(2y + a_1 x)/x\sqrt{4a_0 - a_1^2} \right],$$

где C — постоянная интегрирования, зависящая от начального состояния системы.

Это выражение дает семейство логарифмических спиралей, отличающихся значением постоянной C . Изображающая точка описывает в плоскости (x, y) закручувающуюся спираль (см. рис. 11.2, б). Все спирали сходятся к одной особой точке, называемой *устойчивым фокусом* (0).

При отрицательном демпфировании ($a_1 < 0$) возникают колебания с возрастающей амплитудой, характеризующие неустойчивый процесс (рис. 11.2, в). Переходный режим описывается уравнением

$$x = x_0 \exp(\alpha t) \cos \omega t.$$

Фазовые траектории в этом случае имеют также вид логарифмических спиралей, но раскручивающихся из начала координат (см. рис. 11.2, в). Начало координат представляет собой особую точку, называемую *неустойчивым фокусом*.

Если корни характеристического уравнения вещественны и отрицательны, то переходный процесс описывается уравнением

$$x = C_1 \exp s_1 t + C_2 \exp s_2 t$$

и имеет устойчивый апериодический характер с перерегулированием либо без перерегулирования. Фазовые траектории описываются выражением

$$(y - xs_1)^{s_1} = (y - xs_2)^{s_2},$$

являющимся решением уравнения (11.5) при вещественных корнях. На рис. 11.2, г показаны фазовые траектории 1, 2 и 3, соответствующие переходным характеристикам, обозначенным теми же цифрами. Точка, изображающая начало координат, представляет собой точку равновесия и называется *устойчивым узлом*, в котором сходятся все фазовые траектории. В этом случае отсутствуют колебания относительно точки равновесия.

При вещественных положительных корнях характеристического уравнения получим неустойчивый апериодический процесс с неограниченным возрастанием во времени координаты x . Переходные характеристики и фазовые траектории этого процесса изображены на рис. 11.2, д. Точка равновесия системы, из которой выходят все фазовые траектории, называется *неустойчивым узлом*.

При вещественных корнях разных знаков получаем семейство фазовых траекторий, изображенных на рис. 11.2, е, которые характеризуют неустойчивый процесс. Здесь начало координат представляет собой особую точку и называется *седлом*.

Рассмотренные фазовые портреты линейной системы 2-го порядка показывают, что по характеру фазовых траекторий можно непосредственно судить об устойчивости движения системы.

Фазовые портреты нелинейных систем. Пусть нелинейная система неустойчива при малых отклонениях, но амплитуда ее возрастающих колебаний ограничивается некоторым значением, обусловленным нелинейностью, и дальше не возрастает. При этом возрастающие колебания перейдут в незатухающие колебания с постоянной амплитудой, что соответствует замкнутой фазовой траектории в фазовой плоскости. Эта замкнутая кривая называется *устойчивым предельным циклом*. Внутри устойчивого предельного цикла спираль раскручивается от фокуса к замкнутому контуру, а вне его закручивается в направлении контура или от него (рис. 11.3, а). В первом случае система устойчива, а во втором неустойчива в большом. Если картина фазовых траекторий имеет

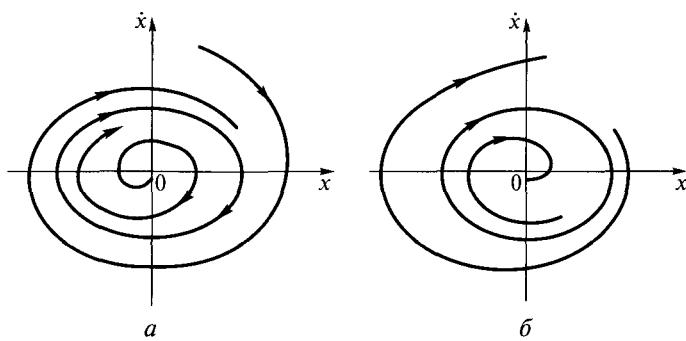


Рис. 11.3. Траектории фазовых портретов нелинейных систем:

a — внутри устойчивого предельного цикла; *б* — при малых отклонениях внутри предельного цикла

устойчивый предельный цикл, исследуемая система обладает устойчивыми автоколебаниями.

Нелинейная система может быть устойчивой, если начальные отклонения не превышают определенного предела (устойчива в малом), и неустойчивой, если отклонения превышают этот предел (неустойчива в большом). В этом случае также будет иметь место замкнутый контур, характеризующий *неустойчивый предельный цикл* (так как изображающая точка не может находиться на нем в постоянном движении). При малых отклонениях (внутри предельного цикла) изображающая точка движется по закручивающейся спирали (рис. 11.3, *б*) к устойчивому фокусу, что характеризует устойчивое движение. При больших отклонениях (за предельным циклом) она будет двигаться по раскручивающейся спирали в бесконечность (неустойчивое движение).

Примеры фазовых портретов нелинейных систем. Если нелинейная система состоит из линейной части и нелинейного элемента с кусочно-линейной характеристикой, то правая часть уравнения, полученного из соотношений (11.1):

$$\frac{dy}{dx} = Q(x, y)/P(x, y) = F(x, y), \quad (11.6)$$

представляет собой набор нескольких линейных функций, соответствующих отдельным линейным участкам этого элемента. При этом фазовая характеристика разбивается на ряд участков, в пределах которых уравнение (11.6) является линейным и легко интегрируемым. Такой метод интегрирования по участкам называется *методом припасовывания (сшивания)*. Точкам излома кусочно-линейной характеристики на фазовой плоскости соответствуют *линии переключения*. При пересечении последних фазовые траектории подвергаются излому.

В качестве примера на рис. 11.4, *а* приведена структурная схема релейной следящей системы, состоящая из линейной части K_d и

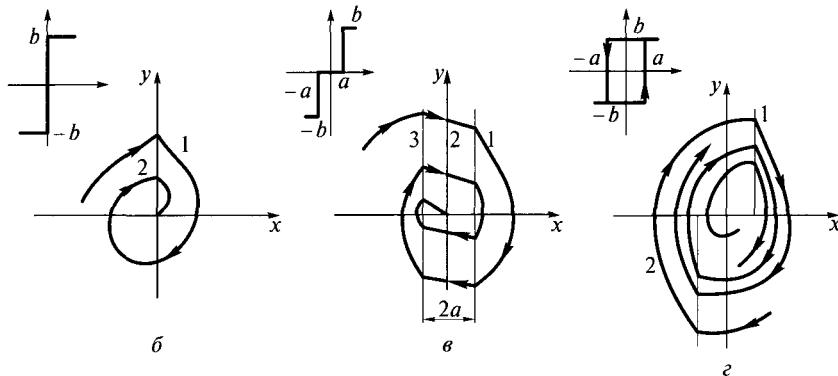
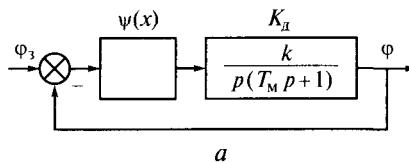


Рис. 11.4. Релейная следящая система:

a — структурная схема; *б*, *в*, *г* — фазовые портреты системы с различными релейными элементами

релейного элемента $\psi(x)$. На структурной схеме T_m — электромеханическая постоянная времени исполнительного двигателя постоянного тока; ϕ — угол поворота вала исполнительного двигателя; ϕ_3 — заданное значение угла поворота; $x = \phi_3 - \phi$ — ошибка следящей системы; k — коэффициент передачи двигателя и редуктора; $\psi(x)$ — кусочно-линейная характеристика релейного элемента.

Операторное уравнение относительно ошибки согласно структурной схеме выражается соотношением

$$(T_m p^2 + p)x + k\psi(x) = p(T_m p + 1)\phi_3. \quad (11.7)$$

При исследовании системы на фазовой плоскости рассматривается свободное движение, поэтому отклонение $\phi_3 = 0$ и уравнение (11.7), представленное в дифференциальной форме, примет вид

$$T_m \ddot{x} + \dot{x} + k\psi(x) = 0.$$

Введя обозначение

$$\dot{x} = y, \quad (11.8)$$

найдем

$$T_m \dot{y} = -y - k\psi(x). \quad (11.9)$$

Разделив уравнение (11.9) на выражение (11.8), получим дифференциальное уравнение фазовых траекторий:

$$T_m dy/dy = -k\psi(x)/y - 1, \quad (11.10)$$

или

$$dx = -\frac{T_m y dy}{y + k\psi(x)}, \quad (11.11)$$

где $\psi(x)$ — величина, постоянная для каждого линейного участка релейного элемента.

Интегрирование выражения (11.11) дает

$$x = T_m \{k\psi(x) \ln[y + k\psi(x)] - y\} + C, \quad (11.12)$$

где

$$C = -T_m \{k\psi(x) \ln[y_0 + k\psi(x)] - y_0\} + x_0. \quad (11.13)$$

Здесь x_0, y_0 — начальные значения координат x, y .

Рассмотрим фазовые портреты системы электропривода с различными релейными элементами.

Для идеального двухпозиционного реле, подставив в соотношение (9.12) $\psi(x) = x_{\text{вых}}$ и $x = x_{\text{вх}}$, из выражения статической характеристики (11.1) получим

$$x = T_m \{kb \text{sign}(x) \ln[y + kb \text{sign}(x) - y]\} + C. \quad (11.14)$$

Аналогичную подстановку необходимо сделать и в уравнение (9.13).

Релейный элемент (см. рис. 11.1, ж) имеет два линейных участка 1 и 2. Для линейного участка 1 в формулу (11.14) следует подставить $b \text{sign}(x) = b$, а для участка 2 — $b \text{sign}(x) = -b$. Уравнение линий переключения имеет вид $x = 0$, так как эта линия, согласно характеристике реле, совпадает с осью ординат.

Для построения фазовой траектории, например на участке 2, выбирается произвольная точка с координатами x_0 и y_0 . Затем по уравнению (11.14) для участка 2 при $b \text{sign}(x) = -b$ строится фазовая траектория вплоть до линии переключения. Для построения фазовой траектории на участке 1 в уравнение (11.14) подставляется $b \text{sign}(x) = b$, за начальные условия принимаются конечные значения x и y , полученные на линии переключения при расчете фазовых траекторий на участке 2, и т.д.

На рис. 11.4, б приведен примерный вид фазового портрета, рассчитанного этим методом. Он показывает, что система устойчива в целом. Теоретически в подобной двухпозиционной релейной системе в начале координат должны существовать устойчивые автоколебания с бесконечно малой амплитудой и бесконечно большой частотой.

При применении трехпозиционного реле фазовый портрет имеет две линии переключения, параллельные оси ординат и отстоящие от нее вправо и влево на расстоянии a . Уравнение линий переключения имеет вид $x = \pm a$.

Нелинейная характеристика (см. рис. 11.1, з) имеет три линейных участка: участок 1 — при $x > a$, 2 — при $-a < x < a$ и 3 — при $x < -a$. Для участков 1 и 3 фазовые траектории рассчитываются по уравнению (11.14) соответственно при $b\text{sign}x = b$ и $b\text{sign}(x) = -b$.

Для участка 2, соответствующего зоне нечувствительности, $\psi(x) = 0$ и уравнение фазовой траектории имеет вид $x = T_m y + C$. Порядок расчета фазовой траектории аналогичен предыдущему. В качестве начальных условий при расчете последующего участка принимаются конечные значения фазовых координат в конце предыдущего участка на соответствующей линии переключения.

Вид фазового портрета изображен на рис. 11.4, в. В этом случае система также устойчива в целом. Автоколебания здесь отсутствуют.

В случае двухпозиционного реле с гистерезисной характеристикой (см. рис. 11.1, и) на фазовой плоскости будем иметь две линии переключения (см. рис. 11.4, в), уравнение которых можно представить в виде

$$\begin{aligned} x &= a \text{ при } y > 0; \\ x &= -a \text{ при } y < 0. \end{aligned}$$

Фазовая плоскость в соответствии с релейной характеристикой (см. рис. 11.1, и) делится на два участка 1 и 2. Справа и слева от линии переключения соответственно на участках 1 и 2 фазовые траектории описываются уравнением (11.14) при $b\text{sign}(x) = b$ (на участке 1) и $b\text{sign}(x) = -b$ (на участке 2). Метод построения полной фазовой траектории (рис. 11.4, г) аналогичен предыдущему. Особенностью фазового портрета является наличие устойчивого предельного цикла при определенном, зависящем от параметров системы значении C , что характеризует существование неустойчивости в малом. Наличие устойчивого предельного цикла означает, что в системе возникают автоколебания с амплитудой, зависящей как от параметров системы, так и от ширины гистерезисной петли. Для того чтобы уменьшить амплитуду автоколебаний, необходимо уменьшить величину a . В пределе, при $a = 0$, автоколебания исчезают, а свободный процесс становится затухающим.

11.4. Метод точечных преобразований

Метод точечных преобразований в применении к исследованию нелинейных САУ разработан А. А. Андроновым и основан на замене истинного переходного процесса приближенным. Замена

производится по участкам, для каждого из которых нелинейная часть характеристики представляется линейным отрезком. Это дает возможность получить интегрируемое линейное дифференциальное уравнение, приближенно отражающее процессы в пределах данного участка. Для системы, описываемой дифференциальным уравнением 2-го порядка, ход расчета можно показать на фазовой плоскости, по осям которой откладываются исследуемая переменная x и ее производная по времени y . Решение динамической задачи сводится к изучению точечного преобразования координатной полуси в самое себя.

На рис. 11.5, *a* приведена фазовая плоскость с координатными осями x и y . Прямые N_1, N'_1, N, N' , параллельные оси ординат, ограничивают области, в пределах которых движение системы описывается линейными дифференциальными уравнениями. Границы областей определяются границами выбранных участков характеристики нелинейного элемента.

Допустим, что начальное положение изображающей точки, соответствующее некоторым начальным условиям при отклонении системы из положения равновесия, M_0 , а ее координата на оси y имеет значение y_0 . Изображающая точка, двигаясь по фазовой траектории в области I, попадает в точку M_1 , расположенную на границе области. Путем подбора соответствующих начальных условий выбираем в области II такую фазовую траекторию, которая проходит через точку M_1 .

Поступая аналогично, выбираем фазовые траектории в областях III и IV. Изображающая точка, двигаясь по соответствующим фазовым траекториям, последовательно обойдет точки M_2, M_3, M_4 , расположенные на границах участка, и, наконец, придет в точку, находящуюся на оси y . При завершении цикла координата изображающей точки y_5 может быть меньше, больше или равна начальной координате. Аналогичные фазовые траектории полу-

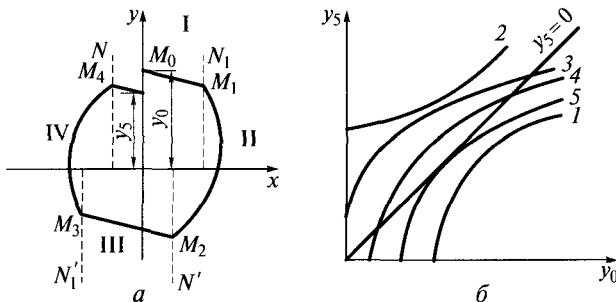


Рис. 11.5. Метод точечных преобразований:

a — фазовая плоскость; *б* — взаимное расположение кривых 1...5 относительно прямой y_0

ним и при других начальных условиях, соответствующих другому начальному положению изображающей точки. Если при любом y_0 значение y_5 меньше y_0 , то процесс будет затухающим, а система — устойчивой. При $y_5 > y_0$ система будет неустойчивой. При $y_5 = y_0$ в системе возможны автоколебания.

Для того чтобы выявить, по каким траекториям будет двигаться изображающая точка для данной конкретной системы, необходимо исследовать последовательность точек пересечения траекторий с выбранной полупрямой при непрерывном изменении начальных условий. Эта последовательность, представленная в виде функции от начальных условий, является точечным преобразованием полупрямой в самое себя. Для определения динамических свойств системы целесообразно построить кривую зависимости координат точек пересечения фазовых траекторий с выбранной полупрямой y_5 от начальных координат изображающей точки y_0 при различных начальных условиях. Расположение полученной кривой относительно прямой, представляющей зависимость $y_5 = f(y_0)$, позволяет судить о характере динамического процесса системы. Отметим, что прямая $y_5 = y_0$ характеризует предельный цикл (наличие автоколебаний в системе) и проходит через начало координат под углом 45° к оси абсцисс в координатной системе y_5 и y_0 .

На рис. 11.5, б показан примерный вид взаимного расположения кривой $y_5 = f(y_0)$ и прямой $y_5 = y_0$ для рассматриваемого случая. Точка пересечения характеризуется наличием устойчивого предельного цикла. Во взаимном расположении этих двух кривых можно выделить пять случаев:

1) кривая $y_5 = f(y_0)$ расположена справа от прямой $y_5 = y_0$ и ее не пересекает. В этом случае процесс будет сходящимся к точке равновесия системы;

2) кривая $y_5 = f(y_0)$ расположена слева от прямой $y_5 = y_0$. В этом случае процесс будет расходящимся, а система — неустойчивой;

3) кривая $y_5 = f(y_0)$ и прямая $y_5 = y_0$ пересекаются в одной точке, следовательно, в системе возможен режим автоколебаний, который может быть устойчивым либо неустойчивым;

4) кривая $y_5 = f(y_0)$ и прямая $y_5 = y_0$ имеют две точки пересечения, соответствующие двум возможным режимам автоколебаний, один из которых обычно устойчив, а второй неустойчив;

5) кривая $y_5 = f(y_0)$ и прямая $y_5 = y_0$ имеют точку касания. В данном случае имеют место полуустойчивые автоколебания.

11.5. Критерий абсолютной устойчивости В. И. Попова

Система дифференциальных уравнений, описывающих динамику структур с нелинейными элементами, может быть записана в виде

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_j x_j + b_i f(\sigma), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad \sigma = \sum_{k=1}^n c_k x_k, \quad (11.15)$$

где a_j, b_i, c_k — заданные коэффициенты (числа).

Если все c_k кроме одного (например, c_1) равны нулю, то нелинейная функция $f(\sigma)$ зависит только от одной координаты.

Обозначив для этого случая $u = f(\sigma)$ и положив, что функция $f(\sigma)$ непрерывная и гладкая, после исключения из уравнений (11.15) всех переменных кроме u и σ найдем операторное уравнение линейной части системы в виде

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0) \sigma = (b_m p^m + \dots + b_0) u. \quad (11.16)$$

Будем считать, что разомкнутая система устойчива, т. е. все корни уравнения

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

расположены слева от мнимой оси. Условно можно положить, что уравнение (11.16) определяет передаточную функцию

$$W(p) = \frac{\sigma}{u} = \frac{b_m p^m + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}, \quad (11.17)$$

соответствует линейной части (ЛЧ) структурной схемы (рис. 11.6, а), которая замкнута с помощью обратной нелинейной части (ОНЧ).

Система (11.15) абсолютно устойчива в том случае, если она устойчива в целом при любом выборе нелинейной характеристики $u = f(\sigma)$, удовлетворяющей неравенству $0 < f(\sigma) \leq \sigma$, т. е. расположенной внутри угла, ограниченного осью абсцисс и прямой $u = k\sigma$, где k — заданное число (рис. 11.6, б).

Критерий абсолютной устойчивости В. М. Попова следует из теоремы: для того чтобы система вида (11.15) была абсолютно устойчива в угле $(0, k)$, достаточно, чтобы можно было подобрать

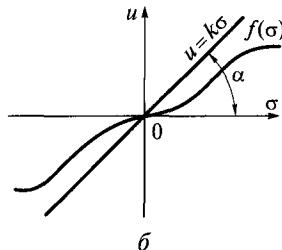
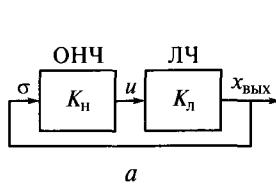


Рис. 11.6. Нелинейная система:
а — структура; б — характеристика нелинейной части

такое конечное число q , при котором при любом $\omega \geq 0$ выполняется неравенство

$$\operatorname{Re}(1 + j\omega) W(j\omega) + 1/k \geq 0. \quad (11.18)$$

Попов В.М. указал следующую геометрическую интерпретацию его теоремы. Введем в рассмотрение видоизмененную частотную характеристику, которая перестраивается из $W(j\omega)$, если не менять абсцисс, а ординаты умножить на ω :

$$W^*(j\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega) + j\omega \operatorname{Im} W(j\omega) = X + jY.$$

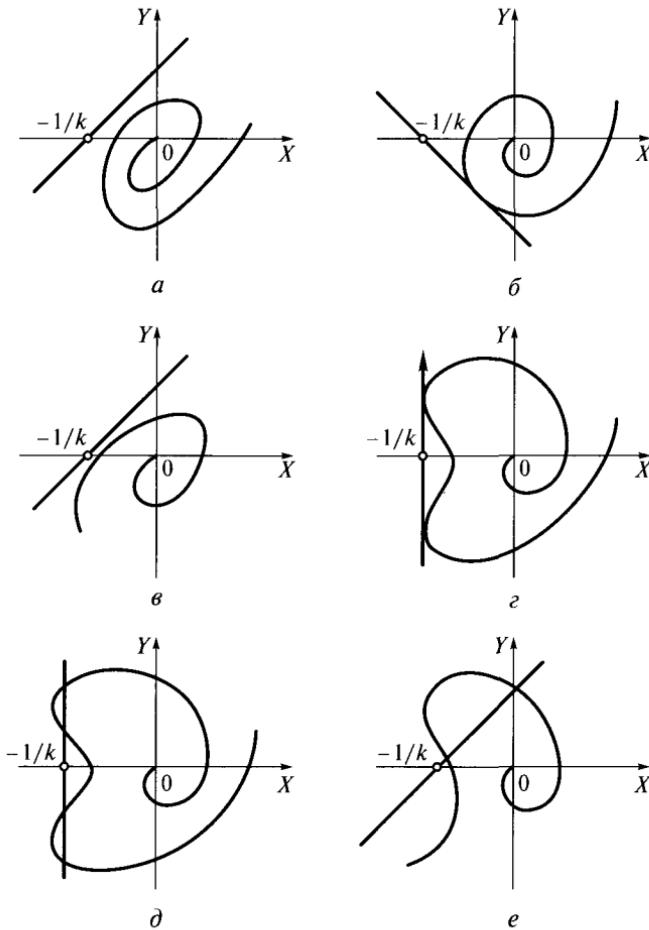


Рис. 11.7. Критерий абсолютной устойчивости В. М. Попова:

$a - c$ — АФХ систем, для которых критерий выполняется; d, e — не выполняется

Левую часть неравенства (11.18) можно записать так:

$$\operatorname{Re}(1 + jq\omega) W(j\omega) + 1/k = \operatorname{Re}W(j\omega) - q\omega \operatorname{Im}W(j\omega) + 1/k,$$

тогда условие устойчивости будет иметь вид

$$X - qY + 1/k \geq 0.$$

Уравнение

$$X - qY + 1/k = 0$$

определяет в плоскости XY прямую, проходящую через точку $X = -1/k$, $Y = 0$ с угловым коэффициентом $1/q$.

Критерий абсолютной устойчивости сформулирован В. М. Поповым следующим образом: для абсолютной устойчивости достаточно, чтобы в плоскости XY через точку действительной оси с абсциссой $-1/k$ можно было провести негоризонтальную прямую так, чтобы видоизмененная частотная характеристика не пересекала этой прямой (она может иметь с этой прямой общие точки).

На рис. 11.7 *a*—*г* изображены АФХ $W^*(j\omega)$ абсолютно устойчивых систем, для которых критерий В. М. Попова выполняется, на рис. 11.7 *д*, *е* — характеристики неустойчивых систем, для которых этот критерий не выполняется.

11.6. Метод гармонической линеаризации

Метод гармонической линеаризации относится к приближенным методам исследования автоколебаний. Он позволяет определить условия существования и параметры автоколебаний в нелинейных системах практически любого порядка. Этот метод может быть использован также для исследования вынужденных колебательных режимов и приближенной оценки качества переходных процессов.

Метод гармонической линеаризации (или гармонического баланса) основан на исследовании поведения системы при гармоническом (синусоидальном) воздействии, подаваемом на вход нелинейного элемента, и замене периодической кривой на выходе нелинейного элемента первой гармоникой. Погрешность, получаемая при такой замене, сравнительно невелика, так как в действительности из-за последующего сглаживающего действия линейной части САУ, являющейся своего рода фильтром низкой частоты, все высокочастотные колебания не пропускаются. Практически они подавляются элементами системы, обладающими инерционностью (например, индуктивностью, механическими массами и др.).

Если на вход нелинейного элемента системы (см. рис. 11.6, *а*) подать синусоидально изменяющийся сигнал

$$\sigma = A \sin \omega t, \quad (11.19)$$

где A — амплитуда входного сигнала, то изменение его выходной величины будет функцией σ :

$$u = f(\sigma) = f(A \sin \omega t).$$

Эта функция, зависящая от статической характеристики нелинейного элемента, может быть представлена в виде аналитической либо графической зависимости. Так, например, для трехпозиционного реле статическая характеристика имеет вид, показанный на рис. 11.8, *a*. Здесь $u = u_k$ — выходное (коммутируемое) напряжение; σ_c , σ_0 — входные величины, соответствующие срабатыванию и отпусканию. При подаче на вход синусоидального сигнала зависимость выходного сигнала от времени может быть получена графическим построением, показанным на рис. 11.8, *б*. Полученная периодическая функция u может быть разложена в ряд Фурье. В общем случае можно записать:

$$u = g_1 \sin \omega t + g_2 \sin 2\omega t + \dots + b_1 \cos \omega t + b_2 \cos 2\omega t + \dots$$

Тогда первая гармоника периодической величины выхода нелинейного элемента

$$u_1 = g_1 \sin \omega t + b_1 \cos \omega t, \quad (11.20)$$

где g_1 и b_1 определяются как коэффициенты Фурье:

$$g_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \omega t) \sin \omega t d\omega t; \quad b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \omega t) \cos \omega t d\omega t. \quad (11.21)$$

Из выражения (11.19) найдем

$$\sin \omega t = \sigma / A. \quad (11.22)$$

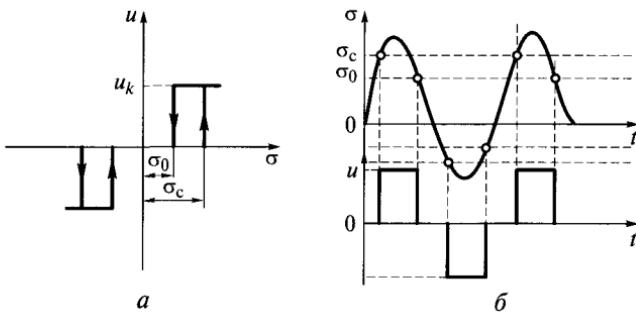


Рис. 11.8. Построение графика выходной величины нелинейного элемента:
а — характеристика трехпозиционного реле; *б* — зависимость выходного сигнала от времени

Дифференцируя выражение (11.22), получаем

$$dsin\omega t/dt = \omega \cos \omega t = (d\sigma/dt)/A,$$

или

$$\cos \omega t = (d\sigma/dt)/(\omega A). \quad (11.23)$$

Подставив соотношения (11.22) и (11.23) в уравнение (11.20) и учитывая, что $u \approx u_1$ можем записать:

$$u = g_1 \sigma/A + (b_1/\omega A)d\sigma/dt.$$

Полученное выражение представляет собой приближенное линейное дифференциальное уравнение нелинейного элемента. Используя преобразование Лапласа, найдем передаточную функцию нелинейного элемента

$$K_n(p) = u/\sigma = g(A, \omega) + b(A, \omega)\omega^{-1}p, \quad (11.24)$$

где

$$g(A, \omega) = g_1/A; \quad b(A, \omega) = b_1/(A\omega).$$

Подставив в формулу (11.24) вместо p значение $j\omega$, получим

$$K_n(j\omega) = u(j\omega)/\sigma(j\omega) = g(A, \omega) + jb(A, \omega), \quad (11.25)$$

или

$$K_n(j\omega) = \sqrt{g^2(A, \omega) + b^2(A, \omega)} \exp[j \arctan(b(A, \omega)/g(A, \omega))].$$

Выражения (11.25) представляют описывающую функцию нелинейного элемента, под которой понимают отношение комплексной амплитуды $u(j\omega)$ основной составляющей выходного сигнала к амплитуде $\sigma(j\omega)$ синусоидального входного сигнала.

В случае симметричных однозначных характеристик нелинейных элементов в формулах (11.25) следует положить $b(A, j\omega) = 0$. Описывающая функция в этом случае будет иметь вид

$$K_n(p) = g(A, \omega). \quad (11.26)$$

В табл. 11.1 приведены описывающие функции, вычисленные по формулам (11.25) и (11.26) с учетом равенств (11.21).

Пусть передаточная функция линейной части системы (см. рис. 11.6)

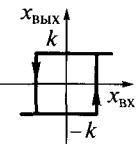
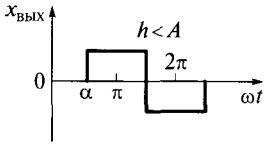
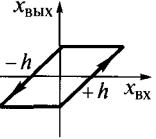
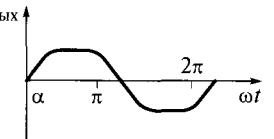
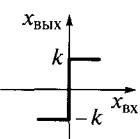
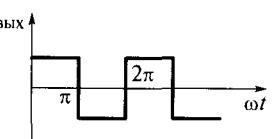
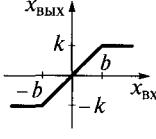
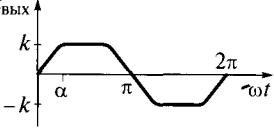
$$K_L(p) = x_{\text{вых}}/u = D(p)/G(p),$$

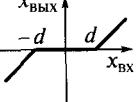
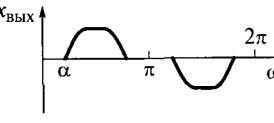
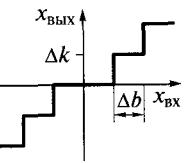
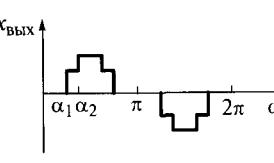
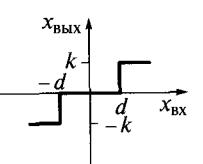
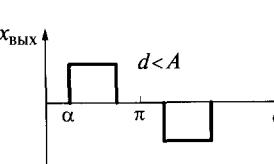
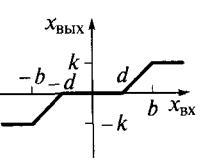
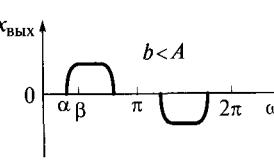
где $D(p)$, $G(p)$ — полиномы числителя и знаменателя передаточной функции.

Тогда передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = K_L(p)K_n(p),$$

Характеристики и функции нелинейных элементов

Тип нелинейности	Статическая характеристика	Вид выходного сигнала для $u = A \sin \omega t$	Описывающая функция $K_n(j\omega)$
Двухпозиционное реле с гистерезисом			0, если $A \leq h$; $4k/\pi^2$, если $A > h$; $\alpha = \arcsin h/A$
Гистерезис, петля			0, если $A \leq h$; $\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \exp j\gamma_1$, если $A > h$; $A_1 = (a_1^2 - a_1)4k/\pi$, где $a_1 = h/A$, $a_1 = 1 - 2a_1$, $B_1 = (\pi/2 - \arcsin a_1 + 2a_1\sqrt{a_1 - a_1^2})k/\pi$; $\gamma_1 = \arctg A_1/B_1$
Идеальное (двуспозиционное) реле			$4k/(\pi A)$
Насыщение, ограничение			k_N , если $A \leq b$; $(2k_N/\pi)(\alpha + 0.5 \sin 2\alpha)$, $A > b$; $\alpha = \arcsin \Delta b/A$; $k_N = \Delta x_{vykh}$

Зона нечувствительности			0, если $A \leq d$; $(2k_N/\pi)(\pi/2 - \alpha - 0.5 \sin 2\alpha)$, если $A > d$; $\alpha = \arcsin d/A$
Ступенчатость			0, если $A \leq \Delta b$; $[2\Delta k/(\pi A)] \sum_{i=0}^l \sqrt{4 - (2i-1)^2 (\Delta b/A)^2}$, если $A > \Delta b$; $\alpha_1 = \arcsin \Delta b/A$; $\alpha_2 = \arcsin 2\Delta b/A$
Трехпозиционное реле с зоной нечувствительности			0, если $A \leq d$; $[4k/(\pi A)] \sqrt{1 - (d/A)^2}$, $A > d$; $\alpha = \arcsin d/A$
Насыщение и зона нечувствительности			0, если $A \leq d$; $(2k_N/\pi)(\pi/2 - \alpha - 0.5 \sin 2\alpha)$, если $d < A < b$; $\alpha = \arcsin d/A$

а замкнутой

$$W(p) = K_h(p)/[1 + W(p)].$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы определяется из выражения

$$1 + W(p) = 1 + D(p)K_h(p)/G(p) = 0 \quad (11.27)$$

и имеет вид

$$G(p) + D(p)K_h(p) = 0. \quad (11.28)$$

Полученные методом гармонической линеаризации соотношения позволяют применить к исследованию динамических свойств нелинейных систем методы линейной теории автоматического управления, в том числе и частотные методы.

Контрольные вопросы

1. Что такое нелинейная система?
2. Что означает понятие «несущественная нелинейность»?
3. Чем отличаются нелинейные элементы с гладкой и кусочно-нелинейной характеристиками?
4. Какие характеристики называются гистерезисными?
5. Чем характеризуется релейная характеристика?
6. Какие существуют методы исследования нелинейных систем?
7. В чем состоит метод фазовой плоскости?
8. Чем отличаются фазовые портреты линейных и нелинейных систем?
9. Что такое устойчивый и неустойчивый предельные циклы?
10. Как исследуются нелинейные САУ методом точечных преобразований?
11. Как пользоваться критерием абсолютной устойчивости В. И. Попова?
12. В чем заключается сущность метода гармонической линеаризации?

ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

12.1. Включение ЭВМ в системы автоматического управления

В современных САУ для реализации сложных алгоритмов управления применяют как аналоговые, так и цифровые ЭВМ. Аналоговые вычислительные устройства используют, например, для сложения и вычитания воздействий в контурах управления, вычисления производных и интегралов, построения перестраиваемых моделей ОУ в адаптивных системах, т.е. там, где реализуются основные достоинства аналоговой техники: большое быстродействие, возможность работы в реальном масштабе времени и непосредственного сопряжения с измерительными и исполнительными устройствами, относительная простота, высокая экономическая эффективность. Однако недостаточные точность и помехоустойчивость аналоговых устройств, неудобство и ограниченные возможности программирования, а также все возрастающая сложность подлежащих реализации алгоритмов обуславливают применение цифровых ЭВМ.

При использовании цифровой вычислительной техники в САУ необходимо преобразовать аналоговые сигналы в цифровые при вводе их в цифровую вычислительную машину (ЦВМ) и цифровые сигналы в аналоговые при их выводе. Для этого используют соответственно аналого-цифровые (АЦП) и цифроаналоговые (ЦАП) преобразователи (рис. 12.1).

Аналого-цифровое преобразование осуществляют посредством квантования непрерывного сигнала по времени и уровню (рис. 12.2).

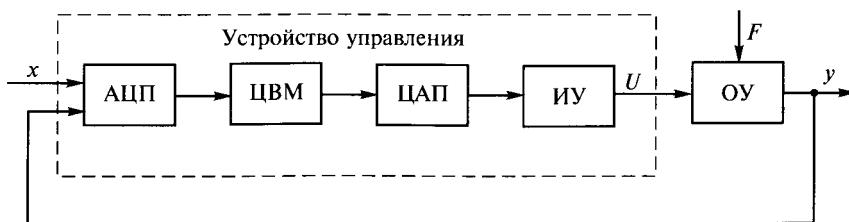


Рис. 12.1. Упрощенная структурная схема цифровой САУ:
ИУ — исполнительное устройство; ОУ — операционный усилитель; U — управляющее воздействие; F — возмущающее воздействие

Квантование по времени производят на основании теоремы Котельникова. Согласно этой теореме непрерывный сигнал, спектр которого ограничен частотой f_{\min} , можно представить в виде его отдельных значений $x(t_i)$, взятых через промежуток времени $\Delta t \leq 1/(2f_{\max})$. Соответственно частота дискретного сигнала $f_0 = k_3 2f_{\max}$, где k_3 — коэффициент запаса, $k_3 = 2 \dots 10$ (выбирается в зависимости от требуемой точности и уровня помех).

В результате использования квантованных по времени сигналов САУ становится импульсной, т.е. с ее помощью можно осуществлять многоточечное управление, при котором одно управляющее устройство используется для управления многими объектами (или различными параметрами одного объекта) путем последовательного переключения.

Квантование по уровню заключается в том, что весь диапазон возможных значений непрерывного сигнала x_{\max} разбивается на M уровней. При этом в качестве значения сигнала в момент времени t , берется не истинное его значение, а номер ближайшего уровня m в виде цифрового кода. Как видно из рис. 12.2, возникающая при этом ошибка квантования по уровню δ_x не превышает половины шага квантования Δx . Следовательно, увеличивая число уровней квантования M и соответственно уменьшая Δx , ошибку δ_x можно сделать сколь угодно малой.

Квантование по времени приводит к необходимости применения при анализе управляющих систем дискретного преобразования Лапласа, используемого для импульсных систем. Квантование по уровню является существенно нелинейной операцией, приводящей к необходимости рассмотрения цифровых систем в качестве нелинейных, поэтому с позиций теории регулирования цифровые САУ являются нелинейными импульсными системами. Однако в предельном случае, т.е. при $f_0 \gg f_{\max}$ и $\Delta x \ll x_{\max}$, их можно рассматривать как линейные непрерывные системы.

В САУ используют как специализированные цифровые вычислительные устройства, так и серийные ЦВМ. Специализирован-

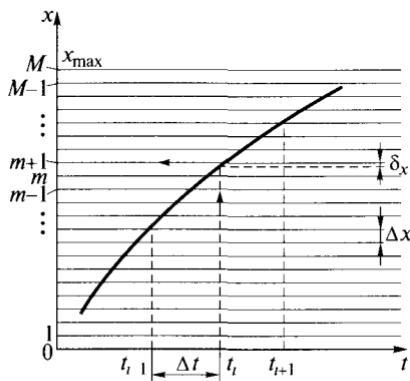


Рис. 12.2. Квантование непрерывного сигнала по времени и уровню

ные вычислительные устройства управления, иначе называемые цифровыми регуляторами, разрабатываются специально для конкретных САУ, т.е. использование их рационально в тех случаях, когда программы управления постоянны и перепрограммирования не требуется. В настоящее время для этих целей все шире применяют встроенные микропроцессоры, сочетающие в себе большие алгоритмические возможности с высокой экономической эффективностью (например, при построении систем числового программного управления станками и промышленными роботами-манипуляторами).

Для многоточечного управления сложными ОУ используют серийно выпускаемые управляющие микро- и миниЭВМ (УВМ).

Основными особенностями малых ЭВМ, предназначенных для применения в САУ, являются:

упрощенная система команд;

ограниченный объем оперативной памяти (примерно 64 Кбайт);

сокращенная длина машинных слов (обычно 2 байта);

упрощенный интерфейс;

наличие дополнительных устройств для автоматического схемного контроля работы всех блоков и резервирование особо важных блоков в целях повышения надежности работы ЭВМ.

В настоящее время в САУ вместо отдельных ЭВМ используют управляющие вычислительные комплексы (УВК), представляющие собой унифицированную систему технических и программных средств эксплуатационного обеспечения и стандартов. Такие комплексы используются в системах управления технологическими процессами, при автоматизации научных и технических экспериментов, в испытательных и измерительных САУ.

Набор технических средств УВК включает в себя процессорные устройства различной производительности, устройства ввода-вывода, устройства связи с объектами (УСО), устройства передачи данных (УПД), мультисистемные средства и другие устройства, позволяющие компоновать самые разнообразные САУ.

Области применения САУ все время расширяются, и сложность ОУ непрерывно возрастает, например Единая автоматизированная система связи (ЕАСС), автоматизированные системы управления предприятиями и целыми отраслями промышленности и т.д. Во всех перечисленных САУ необходимо оперативно обрабатывать столь большие объемы информации, что в качестве центрального вычислительного устройства в них используются универсальные высокопроизводительные ЭВМ.

В последние годы появились задачи управления, для реализации которых недостаточно возможностей, ни аналоговых (мало точность и алгоритмические возможности), ни цифровых (мало быстродействие) ЭВМ. К таким задачам относятся:

управление движущимися объектами, когда траектория формируется в процессе движения;

моделирование и идентификация сложных объектов (включая биологические) в реальном масштабе времени;

создание комплексных тренажеров (например, для подготовки летчиков и космонавтов).

Для решения подобных задач используют гибридные (аналого-цифровые) вычислительные системы, сочетающие в себе достоинства аналоговых и цифровых ЭВМ.

12.2. Логические устройства автоматики

Основные сведения. Управление многими ТП предполагает подачу на ИМ команд типа открыть-закрыть, включить-отключить, которые могут передаваться сигналами, имеющими только два уровня значений. Независимо от физической сути сигнала эти уровни значений условно обозначают цифрами 0 и 1. Переменные, принимающие только два уровня значений, и соответствующие им сигналы называются *двоичными*.

Необходимость формирования команд, передаваемых двоичными сигналами, возникает при изменении последовательности выполнения технологических операций, остановке агрегатов в случае обнаружения нарушений их работоспособности вследствие поломки или отсутствия сырья, возникновении аварийной ситуации, необходимости защиты от неправильного или несанкционированного включения технологического оборудования и т. д.

Кроме того, аналогичные по форме командные сигналы должны формироваться (оператором или соответствующими датчиками) в случае обнаружения нарушения технологического процесса, например сигналы, запрещающие включение оборудования и оповещающие об этом обслуживающий персонал.

При управлении ТП необходимо формирование последовательности управляющих команд для соответствующих ИМ на основе логического анализа ситуации, поступающей от соответствующих датчиков и оператора. Такие команды формируются логическим управляющим устройством с использованием ограниченного числа типовых элементарных операций над сигналами.

Математическая основа синтеза логических устройств — *алгебра логики*, называемая *булевой* по имени ее создателя английского математика XIX в. Дж. Буля.

Булева алгебра оперирует переменными x_1, x_2, \dots, x_n , принимающими только два значения: 0 и 1, т. е. двоичными переменными. Функция двоичных переменных, называемая *логической*, также может принимать только два значения.

Логическую функцию можно выразить словесно, аналитически $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и в форме таблицы возможных значений двоичных переменных, т. е. *таблицы истинности*. Логическую функцию любой сложности можно представить в виде следующих элементарных функций: дизъюнкции — логического сложения, конъюнкции — логического умножения, инверсии — логического отрицания и др.

Инверсия — это логическая функция y одной двоичной переменной x . Если $x = 0$, то $y = 1$, а если $x = 1$, то $y = 0$.

Аналитическая запись инверсии

$$y = \bar{x}$$

читается как y не x , поэтому ее выполнение часто называют операцией НЕ, или операцией отрицания (табл. 12.1).

Дизъюнкция — это логическая функция y , как минимум, двух двоичных переменных x_1, x_2 . Если обе переменные равны нулю, то функция также равна нулю. Если же хотя бы одна из переменных равна единице, то и функция равна единице. Выполнение этой функции называют операцией ИЛИ (табл. 12.2).

Аналитическая запись дизъюнкции имеет следующий вид:

$$y = x_1 + x_2.$$

По форме записи ее называют функцией логического суммирования.

Конъюнкция — это логическая функция y , как минимум, двух двоичных переменных x_1, x_2 . Функция равна единице, если обе переменные равны единице, и равна нулю, если хотя бы одна из переменных равна нулю. Выполнение конъюнкции называют операцией И (табл. 12.3).

Аналитическая запись конъюнкции имеет вид

$$y = x_1 x_2.$$

По форме записи ее называют функцией логического умножения.

Таблица 12.1

Таблица истинности
операции НЕ

x	y
0	1
1	0

Таблица 12.2

Таблица истинности
операции ИЛИ

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Таблица 12.3

Таблица истинности
операции И

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Релейно-контактные схемы. Основными элементами релейно-контактных схем являются электромагнитные реле с замыкающими контактами. В качестве логических переменных в схемах используют изменения состояний kontaktов релейных элементов. При этом логические переменные обозначают строчными буквами (например, $y_1, y_2, \dots, y_n, x_1, x_2, \dots, x_n$), а устройства — прописными, причем устройства, формирующие выходные сигналы, обозначают Y_1, Y_2, \dots, Y_n , а устройства, предназначенные для передачи входных и промежуточных сигналов, — X_1, X_2, \dots, X_n . Постоянно замкнутым kontaktам в электрической цепи соответствует цифра 1, а постоянно разомкнутым — 0.

Операция И реализуется группой последовательно соединенных kontaktов управляющих реле X_1, X_2, \dots, X_n в цепи обмотки реле Y , а операция ИЛИ — группой параллельно соединенных kontaktов.

Допустим, что необходимо получить сигнал на выходе логического устройства только в случае, если на его вход будут одновременно поданы два входных сигнала. Эта описанная словесно ситуация соответствует логической операции И с двумя переменными. Для ее технической реализации на релейно-контактных элементах необходимо обеспечить срабатывание электромагнитного реле Y , для чего сигналы (напряжения) подаются на обмотки двух реле X_1, X_2 , соответствующие контакты x_1, x_2 которых включены последовательно с обмоткой реле Y . При замыкании обоих kontaktов напряжение подается на обмотку реле Y . Выходной сигнал у появляется при замыкании контакта Y .

Релейный эквивалент логической операции И см. в табл. 12.4.

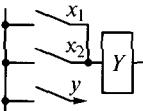
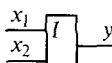
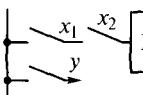
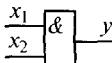
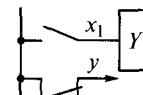
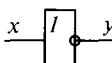
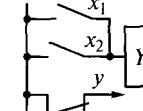
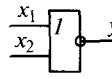
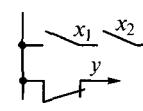
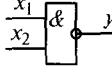
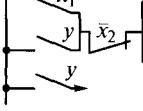
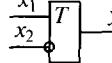
Изображение основных логических элементов на схемах. Первые устройства, для описания действий которых использовались логические функции, выполнялись на релейно-контактных элементах. Затем появились бесконтактные устройства, предназначенные только для логических преобразований сигналов и представляющие собой конструктивно оформленные изделия.

Устройства автоматики, действия которых описываются элементарными логическими функциями, называют обычно в соответствии с реализуемыми ими логическими операциями элементами НЕ, И, ИЛИ, И—НЕ, ИЛИ—НЕ. Их обозначения на схемах показаны в табл. 12.4.

Минимизация логических функций. Имея необходимые элементы, по логической функции можно синтезировать логическое устройство любой сложности. Однако схема такого устройства может оказаться неоправданно сложной, требующей использования большого числа логических элементов, что соответственно будет влиять на его стоимость и надежность. Во многих случаях можно упростить логическую функцию так, чтобы соответствующая ей схема

Таблица 12.4

Изображение основных логических элементов на схемах

Логическая операция	Обозначение элемента	
	релейного	логического
ИЛИ		
И		
НЕ		
ИЛИ-НЕ		
И-НЕ		
ПАМЯТЬ		

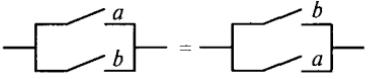
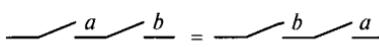
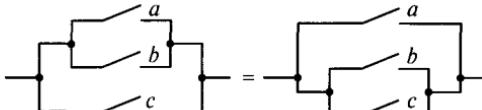
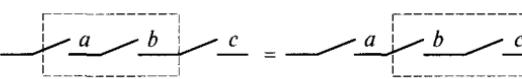
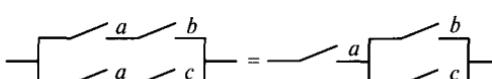
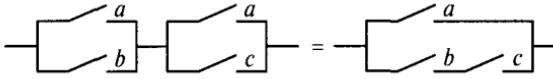
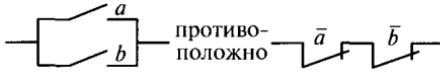
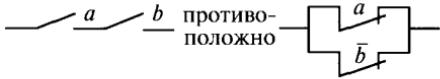
устройства также существенно упростились, выполняя при этом поставленную задачу.

Методы такого упрощения называются *методами минимизации логических функций*. Основными из них являются метод непосредственного упрощения, применяемый при числе переменных, не превышающем трех, а также метод Квайна и карты Вейча, используемые при числе переменных не более пяти. Все эти методы подробно рассмотрены в специализированной литературе.

Минимизация основана на применении законов алгебры логики, которые приведены в табл. 12.5 для минимального числа пере-

Таблица 12.5

Законы алгебры логики

Закон	Релейный эквивалент
<i>Переместительный:</i> при сложении $a + b = b + a$	
при умножении $ab = ba$	
<i>Сочетательный:</i> при сложении $(a + b) + c = a + (b + c)$	
при умножении $(ab)c = a(bc)$	
<i>Распределительный:</i> при сложении $ab + ac = a(b + c)$	
при умножении $(a + b)(a + c) = a + bc$	
<i>Инверсии:</i> при сложении $\overline{a + b} = \overline{ab}$	
при умножении $\overline{ab} = \overline{a} + \overline{b}$	

менных. Эквивалентность левой и правой частей уравнений обозначается в них знаком равенства. Рядом изображены их релейные эквиваленты.

Инверсия произвольной комбинации двоичных переменных, соединенных знаками «плюс» или «умножение», эквивалентна замене в этой комбинации значений переменных их инверсиями при одновременном изменении знака «плюс» на знак «умножение», и наоборот. Например, $\overline{x_1x_2 + x_3x_4} = (\overline{x_1} + \overline{x_2})(\overline{x_3} + \overline{x_4})$.

Таким образом, закон инверсии позволяет заменить операцию ИЛИ операцией И, а при необходимости и наоборот. Это очень

важно, поскольку при широком применении интегральных логических элементов в построении логических устройств наиболее часто используют элементы И—НЕ, ИЛИ—НЕ.

Преобразование логических функций с применением распределительного закона является основным методом упрощений, так как вынесение общего множителя за скобки сокращает общее число переменных в выражении, а следовательно, позволяет сократить число элементов в схемах логических устройств.

Преобразование функций в целях упрощения называют *минимизацией логических функций*.

Выполняя минимизацию, используют также следствия законов алгебры логики, основными из которых являются:

$$x + 0 = x; x \cdot 0 = 0; \bar{x} + x = 1;$$

$$x + 1 = 1; x \cdot 1 = x; \bar{x}x = 0;$$

$$x + x = x; x \cdot x = x; \bar{\bar{x}} = x;$$

$$\bar{x}_1 + x_1 x_2 = \bar{x}_1 + x_2; x_1 + \bar{x}_1 x_2 = x_1 + x_2; x_1 + \overline{x_1 x_2} = x_1 + \bar{x}_1;$$

$$\bar{x}_1 + x_1 \bar{x}_2 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2.$$

Процесс упрощения логических функций в целях их минимизации при прямом использовании законов и следствий алгебры логики может быть пояснен следующим примером.

Пример 12.1. Требуется минимизировать логическую функцию

$$y = (x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_3).$$

Решение:

$$\begin{aligned} y &= (x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_3) = x_1 x_1 \bar{x}_2 + x_1 \bar{x}_1 x_3 + x_2 x_1 \bar{x}_2 + x_2 \bar{x}_1 x_3 + \\ &\quad + \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_3 = x_1 \bar{x}_2 (1 + \bar{x}_3) + x_2 \bar{x}_1 x_3 = x_1 \bar{x}_2 + x_2 \bar{x}_1 x_3. \end{aligned}$$

Наборы логических элементов, позволяющие реализовать логические функции любой сложности, называют *базисами*.

Имея только логические элементы НЕ, И, ИЛИ, можно реализовать логические алгоритмы любой сложности. Именно в этом базисе ранее изготавливали полупроводниковые логические устройства.

Базис для построения логических устройств может состоять из одного вида логических элементов, если в качестве базового выбрать, например, элемент И—НЕ или элемент ИЛИ—НЕ.

С появлением интегральных технологий производства электронных компонентов стали изготавливать логические устройства в базисе одного из этих типов элементов. Для реализации алгоритма одинаковой сложности в базисах И—НЕ, ИЛИ—НЕ формально требуется большее число элементов, чем в базисах НЕ, И, ИЛИ.

Однако для интегральных электронных схем, где десятки тысяч элементов можно разместить на одном кристалле, это несущественно. Например, чтобы реализовать в базисе И—НЕ логическую операцию ИЛИ требуется три элемента.

По типам интегральных схем различают элементы резистивно-транзисторной, диодно-транзисторной, транзисторно-транзисторной логики, эмиттерно-связанной логики, логики с инжекционным питанием, на МОП-транзисторах, в том числе с дополняющими типами проводимости, и др.

Бесконтактные логические элементы. Развитие электроники связано с появлением и быстрым совершенствованием интегральной элементной базы, используемой в том числе при разработке управляющих устройств. Устройства, выполненные на интегральной элементной базе, обладают малыми размерами, массой и высокой надежностью.

В развитии технологии цифровых интегральных схем условно можно выделить три этапа:

1) разработка базовых серий схем, выполняющих простые логические функции (И—НЕ, ИЛИ—НЕ, НЕ и др.) и имеющих от 10 до 50 элементов в одном корпусе;

2) создание более сложных функционально законченных устройств (счетчиков, регистров, дешифраторов, полусумматоров) с числом элементов в корпусе от 50 до 500;

3) разработка сложных функциональных устройств с уровнем интеграции от 500 до 1 000 элементов на одном кристалле.

Дальнейшее развитие интегральных схем продолжается в направлении роста степени интеграции, быстродействия, помехоустойчивости и снижения потребляемой мощности.

Условные обозначения интегральных схем отражают их принадлежность к классам, группам и сериям. В серию объединяют схемы по технологическому и конструктивному признакам. Она представляет собой набор схем, необходимых для построения устройств.

Условное обозначение интегральных схем включает в себя:

цифру, соответствующую их группе (1, 5, 7 — полупроводниковые; 2, 4, 6, 8 — гибридные; 3 — пленочные, керамические);

три цифры (от 0 до 999) порядкового номера разработки серии микросхемы;

две буквы, указывающие подгруппу и вид микросхемы в соответствии с ее функциональным назначением;

условный номер разработки микросхемы, соответствующий ее функциональному признаку в данной серии.

Условное обозначение интегральных микросхем, используемых в широко применяемых устройствах, начинается с буквы К. Следующие два элемента обозначения соответствуют серии микросхемы. Например, К155ЛА1 — это полупроводниковая микросхема.

ма широкого применения с порядковым номером разработки 55, функциональным назначением ЛА и условным номером разработки по функциональному признаку 1.

Классификация микросхем по функциональному признаку приведена в специальных справочниках. Так, ЛМ означает логический элемент И; ЛЛ – ИЛИ; ЛН – НЕ; ЛА – И – НЕ; ЛЕ – ИЛИ – НЕ.

Ранее в системах автоматики и телемеханики применяли логические элементы серии «Логика-Т». Однако по надежности, нагрузочной способности, помехозащищенности, функциональным возможностям и некоторым другим показателям они не соответствуют современным требованиям.

В целях улучшения показателей логических элементов разработана и внедрена в производство серия элементов «Логика-И» на базе интегральных микросхем типа К511 с повышенными помехозащищенностью и быстродействием.

Для реализации различных алгоритмов управления в составе серии «Логика-И» применены следующие элементы: логические И-101...И-112; И-122, И-123; цифровые И-113...И-121; функциональные И-201...И-209; времени И-301...И-302; усилительные И-401...И-406. Напряжение питания этой серии 15 В, потребляемая мощность 0,1...1,0 Вт. Напряжение сигнала, соответствующего логическому нулю, на входе до 6 В, на выходе до 1,5 В. Напряжение сигнала, соответствующего логической единице, на входе более 8 В, на выходе 12 В.

В серии «Логика-И» логическая функция ИЛИ может быть реализована с помощью элемента И-105, который имеет две схемы ИЛИ на четыре входа (4ИЛИ); функция И – с помощью элемента И-102, имеющего две схемы 4И; функция НЕ – с помощью элемента И-107, имеющего две схемы НЕ. Незадействованные выходы схем элементов подключаются к шине питания 15 В или объединяются с рабочими выходами. Входы неиспользованных схем элементов подключаются к нулевой шине.

Для реализации функции ИЛИ – НЕ используется элемент И-108, имеющий четыре схемы на два входа ИЛИ – НЕ.

Для перехода из базисов И, ИЛИ, НЕ в базис ИЛИ – НЕ или в базис И – НЕ выполняется преобразование логической формулы с использованием двойного отрицания.

Пример 12.2. Требуется преобразовать логическую формулу для перехода из базисов И, ИЛИ, НЕ соответственно в базис ИЛИ – НЕ и базис И – НЕ.

Решение:

$$y = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 y = \overline{\overline{x}_1 + x_2} + \overline{x_1 + \bar{x}_2} + y;$$

$$y = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 y = \overline{\overline{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_2} y.$$

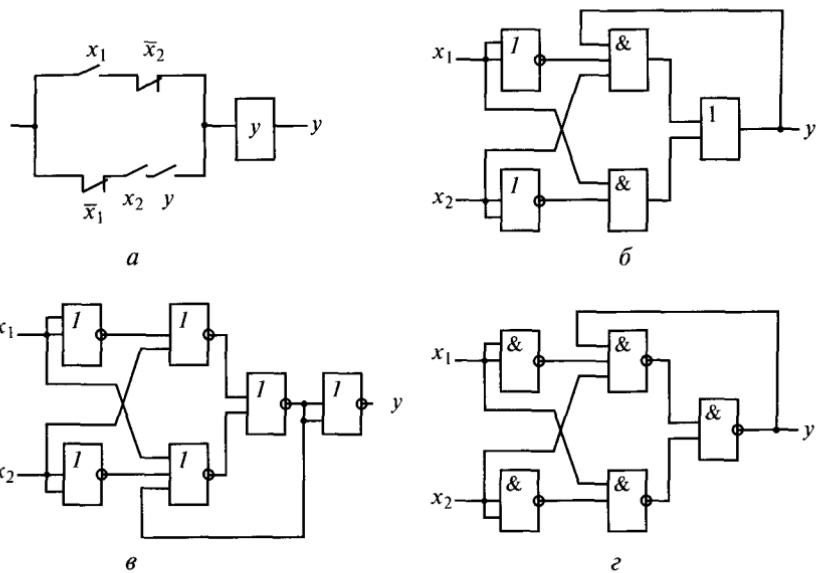


Рис. 12.3. Реализация структурной формулы логического элемента:
 а — на релейных элементах; б — на элементах ИЛИ, И, НЕ;
 в — на элементах ИЛИ—НЕ; г — на элементах И—НЕ

Схемы, построенные по этим формулам, показаны на рис. 12.3.

Синтез логических устройств. Различают комбинационные и последовательностные логические устройства.

В комбинационных логических устройствах значения выходных сигналов зависят только от комбинации входных сигналов в данный момент времени.

В последовательностных логических устройствах выходные сигналы зависят от значений входных сигналов не только в данный, но и в предыдущие моменты времени. В состав этих устройств обязательно входят элементы памяти — триггеры. Различают несколько видов триггеров в зависимости от того, какую элементарную функцию памяти они реализуют.

При разработке логического устройства сначала формулируют словесное описание алгоритма его действия. Затем составляют удовлетворяющую этому описанию логическую функцию (выполняют абстрактный синтез) и далее разрабатывают структурную логическую схему устройства (производят структурный синтез).

В процессе абстрактного синтеза осуществляется переход от словесного описания ТП (его нормального хода и аварийных ситуаций) к составлению алгоритма функционирования в виде таблицы, циклограммы, графика и т. п. Для составления логического алгоритма управления необходимо иметь полную информацию о ТП, каждой технологической операции, применяемом оборудо-

вании. На этой стадии уточняют последовательность операций и необходимые временные задержки для всех режимов работы объекта управления, определяют параметры, подлежащие контролю и учету в ходе ТП; формулируют требования со стороны управляемого объекта к логическому устройству. Эти требования представляют в виде значений двоичных сигналов, которые должны подаваться на исполнительные устройства системы управления в зависимости от состояния управляемого объекта.

Циклограмма представляет собой ряд горизонтальных строк, число которых равно числу входов и выходов логического устройства. Включенное состояние элемента обозначают на строке штриховкой. Вертикальными линиями со стрелками на циклограммах обозначают передачу управления, т. е. причинно-следственные связи между командными, оповестительными устройствами и исполнительными механизмами.

В процессе структурного синтеза производится переход от логической функции, описывающей алгоритм функционирования, к структурной схеме логического устройства.

Однако прежде чем приступить к разработке схемы, необходимо попытаться упростить исходную логическую функцию до максимально простого вида. Для упрощения логических функций комбинационных устройств используют булеву алгебру, а для анализа логических функций, описывающих действие последовательностных логических устройств, — теорию конечных автоматов.

На основе структурной схемы логического устройства разрабатывают его принципиальную схему с использованием конкретной элементной базы, например в базисе ИЛИ — НЕ или базисе И — НЕ.

Завершающим этапом создания схемы логического устройства является разработка и согласование его узлов связи с оператором и управляемым объектом, выполнение защиты от помех и т. п.

Пример 12.3. Резервуар, из которого непрерывно вытекает вода, наполняется автоматически по трубопроводу, на котором установлен электромагнитный вентиль. Требуется, чтобы вентиль открывался, когда уровень воды становится ниже местоположения датчика нижнего уровня, и закрывался, когда уровень достигает верхнего уровня, контролируемого другим датчиком.

Сигнал от первого датчика обозначим x_1 , сигнал от второго датчика — x_2 , а сигнал к вентилю от логического устройства — y .

Пусть $x_1 = 1$ при уровне воды $h > h_b$ и $x_1 = 0$ при $h \leq h_b$; $x_2 = 1$ при $h > h_h$ и $x_2 = 0$ при $h \leq h_h$; $y = 1$ соответствует открытому вентилю, а $y = 0$ — закрытому вентилю.

Предположим, что непрерывно повторяются одинаковые циклы: *наполнение — расход*. Для синтеза логического устройства рассмотрим один такой цикл. В этом цикле выделяются четыре такта:

- 1) уровень воды ниже h_h , вентиль открыт, резервуар наполняется;

Таблица 12.6

**Исходная таблица состояний
переменных**

Такт	x_1	x_2	y
1	0	0	1
2	0	1	1
3	1	1	0
4	0	1	0

Таблица 12.7

**Преобразованная таблица
состояний переменных**

Такт	x_1	x_2	z	y
1	0	0	0	1
—	0	0	1	1
2	0	1	1	1
3	1	1	1	0
—	1	1	0	0
4	0	1	0	0

2) уровень выше $h_{\text{и}}$, но ниже $h_{\text{в}}$, вентиль открыт, резервуар наполняется;

3) уровень превысил $h_{\text{в}}$, вентиль закрыт, жидкость расходуется, уровень понижается;

4) уровень ниже $h_{\text{в}}$, но выше $h_{\text{и}}$, вентиль закрыт, уровень понижается.

Указанная последовательность изменения состояний входных x и выходных y переменных в системе отражена в табл. 12.6.

Здесь выходная переменная y принимает разные значения при одинаковых значениях входных переменных в тактах 2 и 4, но при разных значениях этих переменных в предшествующих тактах 1 и 3, что характерно для последовательного автомата. Для «запоминания» предыдущего такта вводится дополнительная логическая переменная $z = y_{t-1}$, значение которой формируется элементом памяти и равно значению выходной переменной в предыдущем такте. В этом случае вид исходной таблицы состояний переменных изменится (табл. 12.7).

Преобразованная таблица состояний является формой представления алгоритма функционирования последовательностного логического устройства и служит основой для проведения следующих этапов синтеза устройства.

12.3. Системы числового программного управления

Машиностроение является основой успешного развития всех отраслей народного хозяйства. Эффективность машиностроительного производства и качество выпускаемой продукции в значительной степени определяются уровнем его автоматизации. Главное направление в автоматизации машиностроительного производства в настоящее время основывается на широком внедрении цифровых вычислительных устройств и машин.

Для управления универсальными станками и другим технологическим оборудованием применяются *системы числового програм-*

много управления (СЧПУ), которые управляют перемещением рабочих органов станков и оборудования, их скоростью при формообразовании деталей, установочными перемещениями, а также последовательностью режимов обработки и вспомогательными функциями.

Управляющие программы СЧПУ содержат два вида информации, необходимой для автоматической работы станков (оборудования): геометрическую и технологическую. *Геометрическая информация* включает в себя данные о форме, размерах элементов детали и инструмента, а также об их взаимном положении в пространстве. *Технологическая информация* представляет собой указания о последовательности ввода в работу инструментов, изменении режимов резания, смене инструментов, включении подачи охлаждающей жидкости и т. п.

Технологическая информация используется для управления и в других программных устройствах, например в системах циклового программного управления (СЦПУ). Геометрическая информация в СЦПУ реализуется переналаживаемыми упорами, размещенными непосредственно на станке (оборудовании). Преимущества СЧПУ заключаются в их большой универсальности, возможности быстрой переналадки, корректировки программы и включения в более сложные комплексные системы автоматизированного производства. Системы числового программного управления относятся к сложным многоконтурным САУ, так как одновременно управляют несколькими независимыми или связанными параметрами объекта (координатами). Соответственно в структуре СЧПУ имеется несколько контуров (каналов) управления. Так, например, в металорежущих станках СЧПУ управляет одновременно главным движением формообразования, движением подачи и вспомогательными движениями: транспортировки, закрепления, отвода и подвода, смены инструмента и т. д.

Системы числового программного управления классифицируются по структуре и принципу (алгоритму) управления, назначению, числу одновременно управляемых координат, виду энергии, виду и характеру движения привода, способу задания программы.

По структуре СЧПУ делятся на разомкнутые, замкнутые, комбинированные и адаптивные.

Принцип управления *разомкнутых* СЧПУ основан на использовании только задающего воздействия, заложенного в управляющую программу (принцип жесткого управления). В *замкнутых* СЧПУ помимо задающего воздействия — управляющей программы — используется информация о действительных значениях управляемых параметров, т. е. принцип управления по отклонению управляемого параметра (гибкое управление).

В *комбинированных* СЧПУ управление основными параметрами (главным движением и движением подачи) осуществляется замк-

нутыми контурами управления, работающими по принципу отклонения, а управление вспомогательными параметрами (закреплением заготовок, подводом инструмента, сменой инструмента, включением охлаждающей жидкости и т. д.) может осуществляться разомкнутыми контурами управления.

В адаптивных СЧПУ существуют дополнительные датчики информации о параметрах процесса обработки: силе резания, температуре, износе инструмента и т. д. Эта информация используется в СЧПУ для корректировки технологических параметров, заданных управляющей программой, в зависимости от изменения припуска на обработку, твердости и жесткости заготовок, состояния инструмента и т. д.

В зависимости от назначения оборудования, оснащенного устройствами ЧПУ, системы управления подразделяются на позиционные, контурные и универсальные.

В позиционных СЧПУ программируются координаты (x, y) отдельных дискретных точек (рис. 12.4, *a*), определяющих положение (позицию) инструмента или заготовки. Такие системы применяются для управления сверлильными и расточными станками.

Разновидностью позиционных систем управления являются прямоугольные системы, управляющие перемещением вдоль отрезков (обозначенных на рис. 12.4, *б* цифрами 1—6), параллельных направляющим станка. Прямоугольные системы предназначены для последовательного управления одной из двух взаимно-перпендикулярных координат. Такие системы применяются на токарных станках для управления обработкой деталей типа ступенчатых валиков, а на фрезерных — деталей с прямоугольным контуром.

В контурных СЧПУ осуществляется одновременное взаимосвязанное управление по нескольким координатам вдоль отрезков и участков кривых, на рис. 12.4, *в* обозначенных 1—6 и r_1, r_2 , для получения деталей со сложным профилем. Такие системы применяются для управления токарными, фрезерными, электроэрозионными станками, а также сварочными машинами.

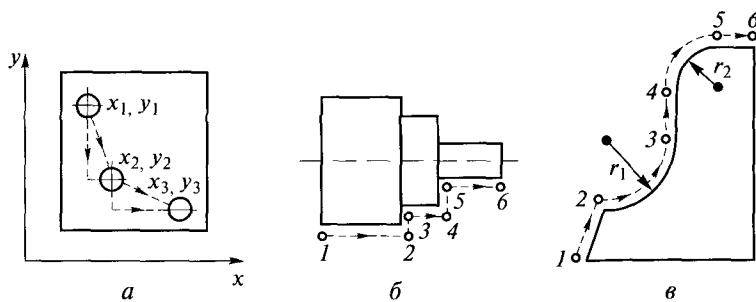


Рис. 12.4. К определению вида управления в СЧПУ:
а — позиционное; *б* — прямоугольное; *в* — контурное

В многооперационных станках, предназначенных для обработки одновременно несколькими инструментами сложных деталей (типа корпуса), применяются *универсальные*, или *позиционно-контурыные*, системы управления.

В зависимости от числа одновременно управляемых координат различают СЧПУ с управлением по одной, двум, трем, четырем, пяти и более координатам.

В зависимости от вида энергии, используемой в двигателях приводных устройств, различают СЧПУ с электроприводом, электрогидравлическим и электропневматическим приводами.

В СЧПУ в основном применяются различные следящие приводы, построенные по принципу замкнутых (следящих) САУ. Реже применяются приводы разомкнутого типа с использованием только шаговых двигателей, допускающих непосредственное программное управление как значением перемещения, так и его скоростью.

В устройствах со следящим приводом могут использоваться двигатели постоянного и переменного тока, а также шаговые гидравлические и пневматические двигатели. Частота вращения двигателей в следящем приводе должна изменяться в широком диапазоне (в 1 000 и более раз).

В приводах используются датчики перемещения, создающие сигнал ОС, который направляется в устройство числового программного управления (УЧПУ), где сравнивается с сигналом задающего воздействия, получаемым от управляющей программы. В качестве датчиков перемещения в аналоговых устройствах следящего привода СЧПУ используются сельсины, вращающиеся трансформаторы, индуктосины, многооборотные потенциометры. Кроме того, в аналоговых устройствах следящего привода СЧПУ применяются преобразователи перемещения в код различного типа.

В зависимости от структуры УЧПУ все системы делятся на два основных вида: построенные по принципу цифровой модели и построенные по структуре ЭВМ.

В системах, где УЧПУ построено по принципу *цифровой модели*, все операции выполняются соответствующими специализированными электронными блоками со строго определенными функциями, причем связи между этими блоками неизменны. Принцип построения УЧПУ на основе использования блоков — агрегатов с четко выраженным функциями — называется *агрегатным*. Функционирует такое устройство управления по неизменному алгоритму, при этом все блоки работают параллельно, выполняя закрепленные за ними операции по преобразованию информации.

В системах, где УЧПУ построено по *структуре ЭВМ*, блоки имеют универсальный характер и связи между ними могут изменяться в соответствии с заданной программой. Операции управления в этом случае выполняются последовательно с помощью

центрального управляющего устройства. В составе УЧПУ имеются запоминающие устройства: оперативное (ОЗУ) и постоянное (ПЗУ).

Функционирование ОЗУ и ПЗУ осуществляется по алгоритму переработки информации, поступающему в виде управляющей программы, т.е. для этих устройств требуется специальное математическое обеспечение. Причем математическое обеспечение может храниться в ПЗУ, если не требуется частая смена алгоритмов работы, или вводиться через устройство ввода как часть управляющей программы. Такое построение позволяет легко корректировать алгоритм работы УЧПУ и совершенствовать его по мере накопления статистической информации о качестве изготовленных деталей.

Перспективным является создание УЧПУ на основе использования одного или нескольких микропроцессоров, построенных на больших интегральных схемах (БИС), т.е. применение агрегатного принципа построения числового программного управления на базе микропроцессоров, запрограммированных на конкретные задачи. Можно построить УЧПУ и на базе микроЭВМ, дополнив его микропроцессором или контроллерами — программируемыми логическими устройствами для переработки информации. В дальнейшем по мере совершенствования элементной базы рациональным может стать построение таких устройств на базе миниЭВМ. Это расширит функциональные возможности СЧПУ и облегчит включение их в более сложные комплексные системы автоматизированного производства: автоматические линии, участки, цеха, системы гибкого автоматизированного производства. Обобщенная функциональная схема СЧПУ токарного станка, построенная по принципу разомкнутой системы, показана на рис. 12.5. Здесь исполнительные двигатели главного движения (M1), движения подач (M2, M3), вспомогательного движения — поворота и подачи револьверной головки с инструментами (M4, M5) — получают управляющие сигналы от блока управления приводами (БУП).

Устройство ввода-вывода (УВВ) воспринимает управляющую программу от центральной ЭВМ (при групповом управлении, когда СЧПУ работает в составе гибкой производственной системы) или считывает ее с программируемого контроллера (при автономном управлении). При этом управляющая программа, промежуточные результаты вычислений, необходимые константы хранятся в запоминающем устройстве (ЗУ) и по мере надобности используются вычислительным устройством (ВУ) для выработки управляющих воздействий на БУП. Последний содержит электронные блоки управления шаговыми двигателями или усилители сигналов рассогласования (в устройствах следящего привода), тиристорные преобразователи для управления скоростью главного движения (в данной схеме — скоростью вращения шпинделя) и т.д.

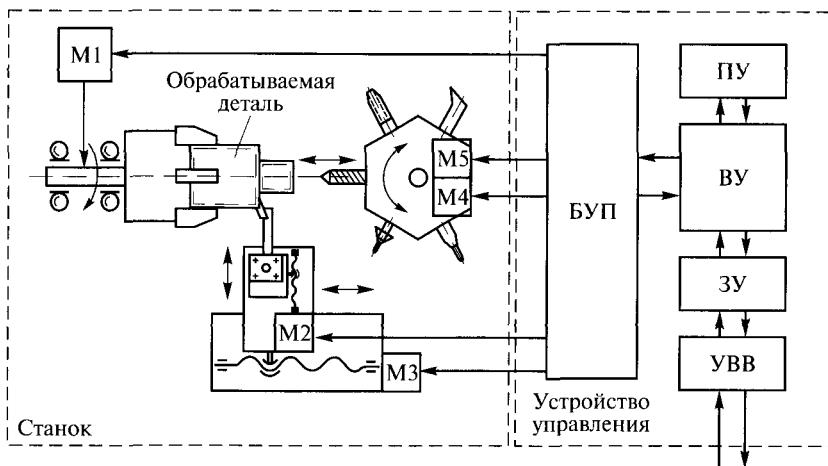


Рис. 12.5. Функциональная схема СЧПУ токарного станка

Панель управления (ПУ) имеет кнопки и клавиатуру для контроля отдельных блоков или ручного управления приводом, а также для полного или частичного (при настройке) ручного ввода управляющей программы в ЗУ и обработки по ней первой детали с последующей редакцией программы (в УЧПУ с непосредственным вводом программы). Панель управления позволяет вывести на индикацию (на дисплей) любой кадр программы или другую информацию, перерабатываемую системой, и сигнализировать о появлении сбоев в работе.

В позиционных УЧПУ, работающих по жесткому алгоритму, ВУ может отсутствовать. В контурных УЧПУ, построенных по принципу цифровой модели, в качестве ВУ используется интерполятор, представляющий собой специализированный блок-агрегат, который управляет скоростью обработки одновременно по двум координатам. Интерполяторы могут быть линейные, линейно-круговые, параболические. *Линейные интерполяторы* используются, если контур обрабатываемой детали можно представить в виде отрезков прямых, расположенных под любыми углами к осям координат. Криволинейные участки аппроксимируются в этом случае отрезками прямых. *Линейно-круговые интерполяторы* применяются при обработке деталей со сложным контуром, составленным из различных дуг окружностей и отрезков прямых. Дуга окружности в таких интерполяторах задается одним кадром программы, а общий криволинейный контур аппроксимируется несколькими прямыми и дугами окружностей различного радиуса. *Параболические интерполяторы* применяют при обработке очень сложных деталей (лопаток гребных винтов, турбин и т.д.).

В УЧПУ, построенных по принципу структуры ЭВМ, в качестве ВУ используются микропроцессоры, а также микро- и миниЭВМ. Устройства числового программного управления на базе миниЭВМ наиболее перспективны при создании сложных комплексных систем автоматического производства, например технологических модулей, комплексов, автоматических линий, участков и гибких производственных систем.

Технологический модуль — это автоматизированный многооперационный станок и автоматический манипулятор, объединенные общей САУ.

Технологический комплекс — это автоматизированный производственный комплекс, состоящий из группы станков с числовым программным управлением, автоматического манипулятора, транспортных и накопительных устройств, объединенных общей САУ, работающей от центральной ЭВМ, и обеспечивающих полную или частичную обработку определенного типа деталей.

Автоматическая линия — это комплекс автоматизированных рабочих машин, расположенных в последовательности выполнения технологических операций, связанных средствами транспортировки и вспомогательным оборудованием, объединенных общей САУ, работающей от центральной ЭВМ, и обеспечивающих полный цикл обработки детали или группы однотипных деталей.

Автоматизированный участок — это комплекс из нескольких автоматизированных станков или модулей, объединенных с помощью транспортной системы, и манипуляторов, вспомогательных устройств, единой системы группового управления от центральной ЭВМ, обеспечивающих комплексную обработку однотипных деталей с разной последовательностью операций.

Гибкие производственные системы (ГПС) предназначены для автоматизированного проектирования и изготовления новых изделий в условиях мелкосерийного многономенклатурного производства. Перевод ГПС на выпуск новых изделий обеспечивается программными средствами без перестройки оборудования ручным способом. Гибкая производственная система объединяет несколько комплексов, в каждом из которых для управления используется локальная ЭВМ. Для общего управления комплексом ГПС используется мощная главная ЭВМ, а вся структура управления основана на иерархическом принципе.

На рис. 12.6 показана структурная схема управления ГПС, в которую входят следующие подсистемы:

САПР конструкций — система автоматизированного проектирования конструкций новых изделий, состоящая из автоматизированных рабочих мест конструктора (АРМ-К);

САПР технологии — система автоматизированного проектирования ТП изготовления новых изделий, состоящая из автоматизированных рабочих мест технолога (АРМ-Т);

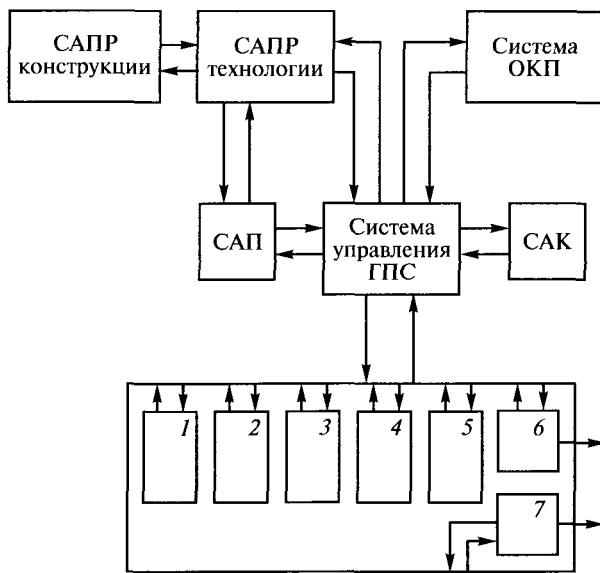


Рис. 12.6. Структурная схема ГПС:

1 — подсистема распознавания предметов труда, приспособлений, инструмента;
 2 — подсистема складирования; 3 — подсистема транспортировки; 4 — подсистема манипулирования (перемещения предметов труда, приспособлений, инструмента); 5 — подсистема обработки предметов труда (станков и оборудования для основных технологических операций); 6 — подсистема контроля; 7 — подсистема удаления стружки

система ОКП — система оперативно-календарного планирования, связанная через ЭВМ с автоматизированной системой управления производством (АСУП);

САП — система автоматизированной подготовки управляющих программ для станков с числовым программным управлением и автоматических манипуляторов;

САК — система автоматического контроля, контролирующая работу всех систем, входящих в ГПС, а также фиксирующая и классифицирующая неисправности во всех подсистемах.

Кроме того, в систему автоматизированного производства входят подсистемы 1—7, показанные на рис. 12.6.

Класс ЭВМ, используемых в каждой системе и подсистеме, зависит от сложности выполняемых задач. В целом управление ГПС представляет собой комплекс ЭВМ, связанный с АСУП.

12.4. Управление промышленными роботами

Роботом называется автоматическая машина, выполняющая физическую работу вместо человека. Область применения роботов

весьма обширна. Исследование космоса и глубин мирового океана, сельское хозяйство, транспорт и промышленное производство, строительство — везде существует настоятельная необходимость в подобных автоматах. Роботы могут заменить человека при работе в опасных для жизни и здоровья условиях, освободить его от монотонных, утомительных, неприятных работ. Наибольшее развитие в настоящее время получили промышленные роботы, являющиеся важнейшей составляющей комплексной автоматизации производственных процессов. От традиционных средств автоматизации промышленные роботы отличаются универсальностью воспроизводимых движений и возможностью быстрой их переналадки на новые операции, а также объединения в комплексы вместе с технологическим оборудованием.

Роботы в основном применяются в машиностроении для замены рабочих, занятых обслуживанием металлорежущих станков, прессов, печей и другого технологического оборудования, а также для выполнения таких основных технологических операций, как сварка, простейшая сборка, транспортировка и т.д. Применение промышленных роботов позволяет не только комплексно автоматизировать работу отдельных станков, но и перейти к автоматизации некоторых участков, например механической обработки, штамповки, точечной сварки, путем создания робототехнических комплексов. Такие комплексы являются обязательной составной частью ГПС — систем высшего (достижимого для современной техники) уровня автоматизации производства.

Основная задача, выполняемая промышленными роботами, — манипуляционные действия в производственном процессе.

Манипуляционные действия — это перемещение и ориентирование в пространстве предметов (заготовок, готовых деталей) и орудий труда (инструментов). Исходя из основной задачи промышленного робота его можно определить как совокупность механических рук — манипуляторов — и управляющего устройства. В общем случае робот может иметь и средства передвижения.

Наиболее простые роботы, основная задача которых — выполнение определенных движений (манипуляций), заданных программой, называются *автоматическими манипуляторами*. В зависимости от сложности выполняемой работы различают автоматические роботы-манипуляторы трех видов — трех поколений.

Роботы-манипуляторы *первого поколения* работают по жесткой программе, а их взаимодействие с окружающей средой ограничено элементарными обратными связями. Роботы первого поколения могут быть «очувствленными», т. е. иметь сенсорные датчики (в частности, датчики осязания — тактильные, позволяющие регулировать силу сжатия захвата). Среда, в которой действуют такие роботы, должна быть определенным образом организована. Это значит, что все предметы (заготовки и готовые детали, инструмент, эле-

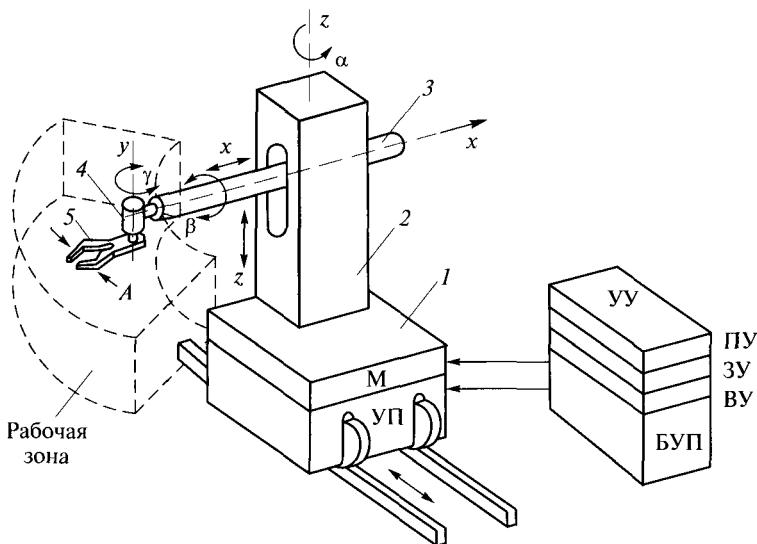


Рис. 12.7. Устройство автоматического робота-манипулятора:

1 — неподвижное основание; 2 — стойка; 3 — горизонтальная рука; 4 — механизм кисти; 5 — захват

менты конструкции, станков, оборудования и т. д.) должны находиться в конкретных местах и иметь определенную ориентацию в пространстве. Данное требование накладывает некоторые ограничения на применение роботов-манипуляторов первого поколения.

Роботы-манипуляторы *второго поколения* обладают элементами адаптации к окружающим условиям и способны решать более сложные задачи. Это «очувствленные» роботы, имеющие сенсорные датчики, которые позволяют им координировать движения по воспринимаемым сигналам о состоянии окружающей среды. В частности, это могут быть тактильные датчики, позволяющие менять развиваемое усилие, локационные датчики (световые, ультразвуковые, телевизионные, гамма-лучевые и т. п.), позволяющие изменять траекторию движения манипулятора при появлении препятствия, необходимости совмещения деталей, нечетко ориентированных в пространстве, и т. п.

Роботы-манипуляторы *третьего поколения* могут логически обрабатывать поступающую информацию, т. е. имеют искусственный интеллект. Эти роботы способны к обучению и адаптации, могут вести диалог с человеком-оператором, распознавать и анализировать сложные ситуации, формировать понятия и создавать модель окружающей среды, планировать поведение в виде программы действий (с учетом предыдущего опыта) и т. д. Осуществлять работу по такому сложному алгоритму можно только с применением ЭВМ.

Основу парка в промышленности составляют в настоящее время роботы первого поколения как наиболее простые, надежные и экономичные.

На рис. 12.7 схематично показано устройство автоматического робота-манипулятора, а на рис. 12.8 приведена функциональная схема его управления. Конструктивно такой робот состоит из двух основных частей: *исполнительской*, включающей в себя манипулятор (М) и устройство передвижения (УП), и *управляющей*, т.е. устройства управления (УУ) робота.

Манипулятор робота имеет горизонтальную руку 3, которая может перемещаться как в горизонтальном (по оси x), так и вертикальном (по оси z) направлениях относительно стойки 2. При

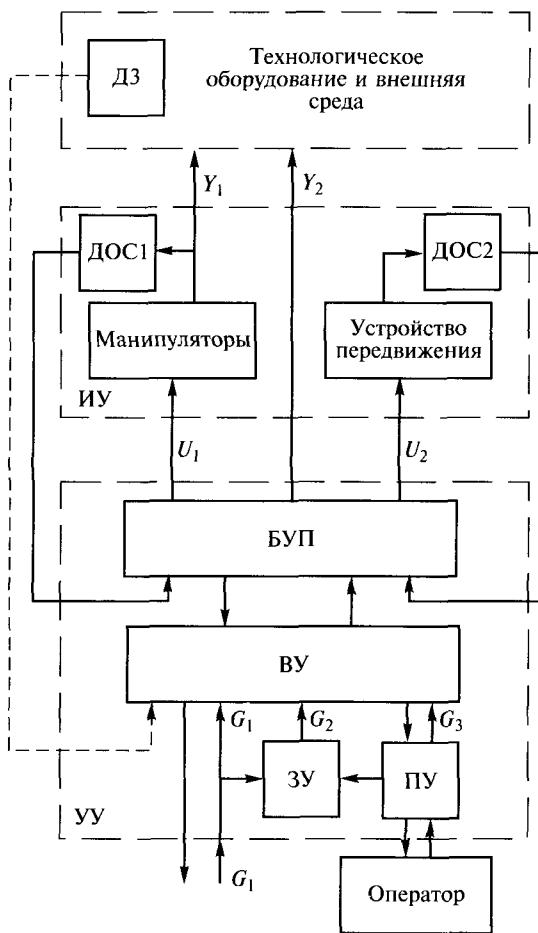


Рис. 12.8. Функциональная схема управления роботом-манипулятором

этом стойка может поворачиваться на угол α вокруг вертикальной оси z относительно неподвижного основания 1. На конце руки закреплен механизм кисти 4, обеспечивающий дополнительно две степени свободы захвата 5: поворот вокруг продольной оси руки на угол β и поворот (качание) относительно перпендикулярной оси y на угол γ . Для фиксирования детали захват 5 может автоматически закрываться (движение по стрелке A).

Рабочий орган манипулятора — захват — может перемещаться в определенном пространстве, которое образует рабочую зону манипулятора. В зависимости от выбранной системы координат (прямоугольная, цилиндрическая, сферическая, комбинированная) для осуществления переносного движения рабочего органа (движения собственно руки манипулятора) рабочая зона манипулятора может иметь вид параллелипеда, цилиндра, шара и более сложных пространственных тел. Так как рука манипулятора, показанного на рис. 12.7, имеет одну вращательную и две поступательные степени свободы (подвижности): движение вдоль осей x и y и поворот вокруг оси z , его рабочая зона имеет вид цилиндра. Движение кисти — поворот вокруг оси x и качание вокруг оси y являются ориентирующими. Автоматические роботы-манипуляторы могут иметь от трех до семи степеней подвижности, а устройство их рабочего органа зависит от назначения робота.

В роботах, выполняющих погрузочно-разгрузочные операции, транспортировку, смену инструмента, используют и различные виды захватов, обеспечивающие взятие, ориентирование и удержание объекта манипулирования. В роботах, осуществляющих технологические операции, рабочим органом может быть пульверизатор, сварочная головка, гайковерт или другой инструмент.

Принципы действия и конструкции захватов весьма разнообразны, так как размеры, форма и физико-химические свойства объектов манипулирования могут изменяться в широких пределах. По способу захвата и удержания объекта манипулирования захватные устройства подразделяются на механические, вакуумные, электромагнитные и комбинированные.

Исполнительные устройства манипулятора приводятся в действие двигателями, число которых зависит от числа степеней его подвижности. Существуют манипуляторы, имеющие один двигатель на несколько степеней подвижности, снабженный муфтами для распределения движения. Вид двигателя привода зависит от назначения манипулятора и его параметров. В настоящее время примерно в равной степени используются пневматические, гидравлические и электрические двигатели.

Подвижные роботы могут иметь различные устройства передвижения — от давно известных устройств качения до шагающих механизмов (педипуляторов), разрабатываемых в последнее время.

Устройство управления роботом-манипулятором может выполняться в виде самостоятельного (конструктивно обособленного) блока или быть встроенным в корпус его исполнительной части. Обычно в состав устройства управления (см. рис. 12.8) входят: пульт управления ПУ, позволяющий производить ввод и контроль задания; запоминающее устройство ЗУ, хранящее программу работы; следящий привод механизмов манипулятора и устройства передвижения; усилители; преобразователи; источники питания; управляющие элементы (реле, контакторы, золотники, струйные трубы, распределители движения, электромагнитные клапаны и т. д.).

Число датчиков ОС в схеме управления (ДОС1, ДОС2) определяется числом степеней подвижности манипулятора и числом координат перемещения его исполнительного устройства (ИУ). Используются они в следящем приводе для контроля перемещения рабочего органа манипулятора и в целом всего его ИУ.

В качестве датчиков ОС по перемещению в роботах-манипуляторах применяют потенциометры, сельсины, врачающиеся трансформаторы, индуктосины, кодирующие преобразователи и т. п.

В «очувствленных» и адаптивных роботах могут быть сенсорные датчики для получения дополнительной информации о фактической обстановке в зоне действия их манипуляторов. В качестве сенсорных датчиков, входящих в систему «очувствления», кроме тактильных и локационных в роботах-манипуляторах могут использоваться и любые другие датчики: температуры, давления, магнитного поля, цвета и т. д. Информация сенсорных датчиков вводится в ВУ для корректировки действия робота.

Манипулятор робота создает основное рабочее воздействие Y_1 на технологическое оборудование или объект манипулирования (например, заготовку). Кроме того, на технологическое оборудование могут подаваться управляющие воздействия U_1 , U_2 и технологические команды Y_2 непосредственно от блока управления процессом БУП — на блокировку работы оборудования во время рабочих движений манипулятора, изменение режима работы оборудования и т. д. В свою очередь, от технологического оборудования или других роботов могут поступать информационные и управляющие воздействия на данный робот (условно от датчиков Д).

В робототехнических комплексах и ГПС на робот могут поступать задающие воздействия G_1 от управляющих устройств более высокого ранга (уровня). Так, от главной ЭВМ, управляющей работой комплекса или ГПС, могут поступать новые рабочие программы, а также команды, корректирующие заданную программу или координирующие действие робота-манипулятора с действиями других роботов или процессом работы технологического оборудования.

В автономном режиме задающее воздействие G_2 создается программой, хранящейся в ЗУ. В режиме наладки или обучения зада-

ющее воздействие G создается оператором через ПУ. При этом вычислительное устройство робота может быть различного уровня (в роботах с цикловым программным управлением ВУ вообще отсутствует). Чем универсальнее робот и сложнее задачи, решаемые с его помощью, тем выше уровень ВУ: микропроцессор, микро- или миниЭВМ. В робототехнических комплексах и ГПС используются ЭВМ средней и большой мощности, а также комплексы из нескольких ЭВМ.

Промышленные роботы-манипуляторы классифицируются по ряду следующих основных признаков, входящих в условное обозначение их типа:

число манипуляторов (1М, 2М, 3М, ...);

число степеней подвижности с учетом устройства передвижения (2, 3 и более);

тип рабочей зоны (плоская — Пл, поверхность — Пв, в форме параллелепипеда — Пр, цилиндрическая — Цл, шарообразная — Ш, комбинированная — ПрЦл, ЦлШ, ПрШ);

грузоподъемность;

тип приводов манипулятора (пневматический — Пн, гидравлический — Г, электромеханический — Э, комбинированный — ГПн, ГЭ, ЭПн);

тип системы управления (цикловая — Ц, позиционная — П, контурная — К, «очувствленный» робот — О, с искусственным интеллектом — И);

класс точности (0; 1; 2; 3).

Например, робот-манипулятор с условным обозначением 1М4Цл-5ЭК1 имеет один манипулятор с четырьмя степенями подвижности, рабочую зону цилиндрической формы, грузоподъемность 5 кг, привод электромеханический, систему управления контурную, первый класс точности (погрешность воспроизведения траектории от 0,01 до 0,05 %). Часть информации, характеризующей робот, указывается словесно (наличие устройства передвижения, раздельный или общий привод по степеням подвижности, адаптивное или неадаптивное управление, тип исполнения — теплозащитное, взрывобезопасное, нормальное и т. п.).

12.5. Управляющие микроЭВМ и микроконтроллеры

Структура цифровых систем управления. Интегральная схема (микросхема) — это микроэлектронное изделие, выполняющее определенную функцию преобразования и обработки сигналов и имеющее высокую плотность упаковки электрически соединенных элементов (или элементов и компонентов) и (или) кристаллов, которые рассматривают как единое целое.

Цифровая интегральная микросхема (цифровая микросхема) — интегральная схема, предназначенная для преобразования и обработки сигналов, изменяющихся по закону дискретной функции.

Большая интегральная схема — интегральная схема, которая применяется при построении наиболее сложных средств обработки информации.

Микропроцессор — программно-управляемое устройство, непосредственно осуществляющее процесс обработки цифровой информации и управление им, построенное на одной или нескольких БИС.

Регистр — функциональный узел, предназначенный для приема, хранения и выдачи коротких последовательностей двоичных знаков, объединенных общим признаком (например, кодом команды и др.).

Память — функциональная часть ЭВМ, предназначенная для запоминания и (или) выдачи данных.

Запоминающее устройство — изделие, реализующее память.

Оперативное запоминающее устройство — ЗУ с изменяемым в процессе выполнения программы содержимым памяти.

Постоянное запоминающее устройство — ЗУ с неизменным содержимым памяти.

Интерфейс — средство стандартного сопряжения (соединения) устройств, отличающееся унификацией способов и средств физического соединения и процедур установления связи, обмена и завершения передачи информации.

Архитектура — совокупность общих принципов построения и характеристик технических и программных средств обработки данных, определяющих функциональные и эксплуатационные параметры изделия и существенных для организации его эффективного применения.

Структура — упорядоченное множество объектов и отношений между ними.

Вычислительная система (ВС) — совокупность нескольких ЭВМ с обобщенными или индивидуальными периферийными устройствами, взаимно координирующих свою работу при решении одной или различных задач и воспринимаемых каждым из пользователей как функциональное единое целое.

Мини-ЭВМ — малая вычислительная машина, имеющая широкое применение благодаря небольшим габаритным размерам, низкой стоимости, относительно высокой производительности.

МикроЭВМ — ЭВМ, состоящая из микропроцессора, полупроводниковой памяти, средств связи с периферийными устройствами и при необходимости пульта управления и источника питания, объединенных общей несущей конструкцией.

Управляющая микроЭВМ — микроЭВМ, которая использует данные (информацию) о процессе и вырабатывает выходные сигналы, управляющие работой объектов, участвующих в этом процессе.

Виртуальная ЭВМ — функциональный эквивалент вычислительной машины, внешних устройств и программного обеспечения, эмулируемый на конкретной ВС.

Эмуляция — имитация функционирования одной системы средствами другой системы без потери функциональных возможностей или искажения получаемых результатов.

Программа — алгоритм преобразования данных в форме последовательности команд ЭВМ.

Команда — указание, определяющее один шаг в общем процессе выполнения программы.

Данные — информация, представленная в формализованном виде и предназначенная для обработки ее техническими средствами (например, ЭВМ) или уже обработанная ими.

Файл — набор логически связанных данных.

Рассмотрим структуру цифровых систем управления.

При создании систем автоматического управления с микро-ЭВМ принципиально возможны два направления.

Первое направление связано с использованием центральных управляющих микроЭВМ. Подобные системы можно применять для управления сложными объектами или группами объектов при комплексной автоматизации в различных отраслях промышленности и сельского хозяйства (металлургической, химической, тепличном овоеводстве, птицеводстве и др.).

Общая структурная схема автоматической системы с микро-ЭВМ представлена на рис. 12.9. Система содержит ряд входных Вх.П1, Вх.П2, ..., Вх.П k и выходных Вых.П1, Вых.П2, ..., Вых.П k преобразователей, обменивающихся сигналами управления с микроЭВМ по шине управления в процессе преобразования данных. С выходных преобразователей сигналы поступают к исполнительным устройствам ИУ1, ИУ2, ..., ИУ k , воздействующим на объект (или объекты) управления (ОУ).

Рассматриваемая система может быть связанный многомерной, если имеет место управление сложным многомерным объектом, и несвязанной многомерной, если осуществляется управление группой несвязанных одномерных объектов. В последнем случае система управления с микроЭВМ распадается на совокупность одномерных систем; ее виртуальная структура представлена на рис. 12.10 в виде совокупности одноконтурных систем, каждая из которых имеет свою программу управления ПУ1, ПУ2, ..., ПУ k .

При управлении сложным объектом или группой объектов процессор обслуживает каналы управления или по жесткой программе, или по мере поступления заявок от отдельных каналов (причем возможно приоритетное обслуживание тех или иных заявок).

Второе направление развития систем управления — использование автономных микроЭВМ в каждом контуре управления.

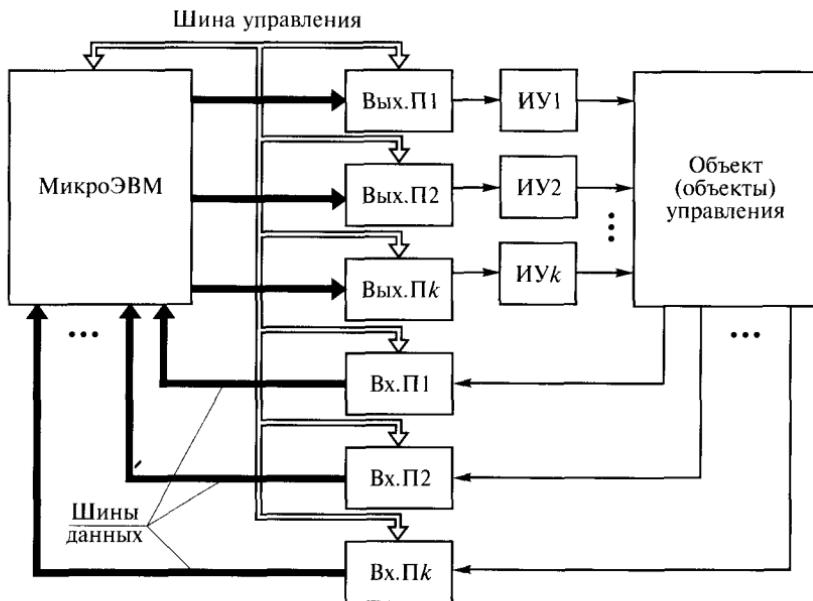


Рис. 12.9. Схема системы с центральной управляющей микроЭВМ

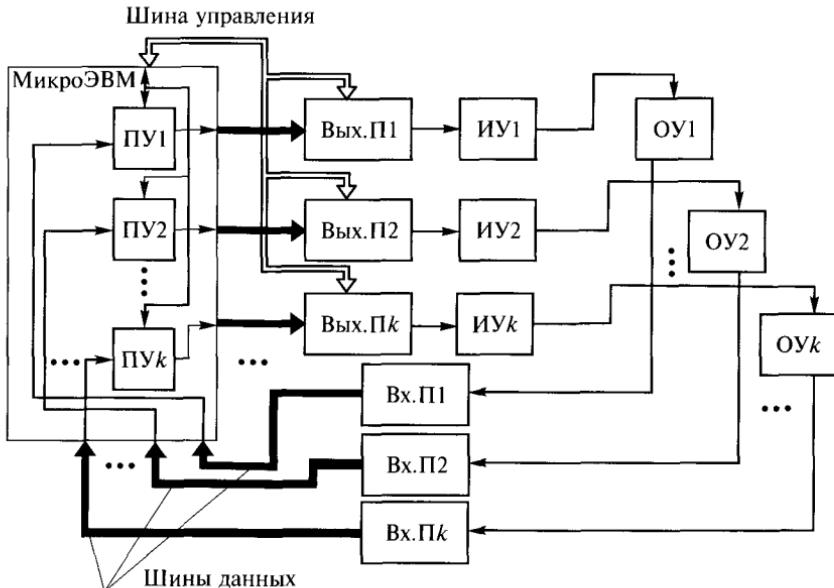


Рис. 12.10. Виртуальная структура системы управления с центральной микроЭВМ

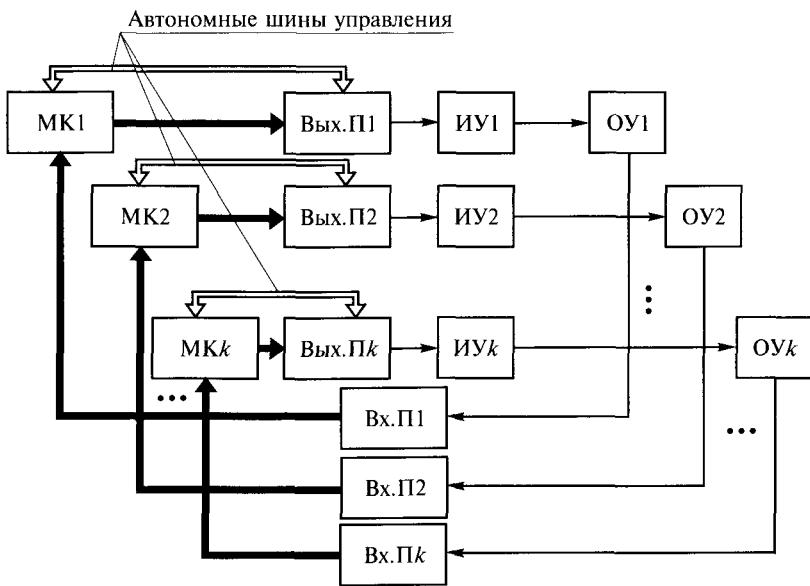


Рис. 12.11. Схема системы управления с автономными микроЭВМ

Структурная схема системы управления с автономными микроЭВМ, или микроконтроллерами **МК1**, **МК2**, ..., **МК k** , показана на рис. 12.11.

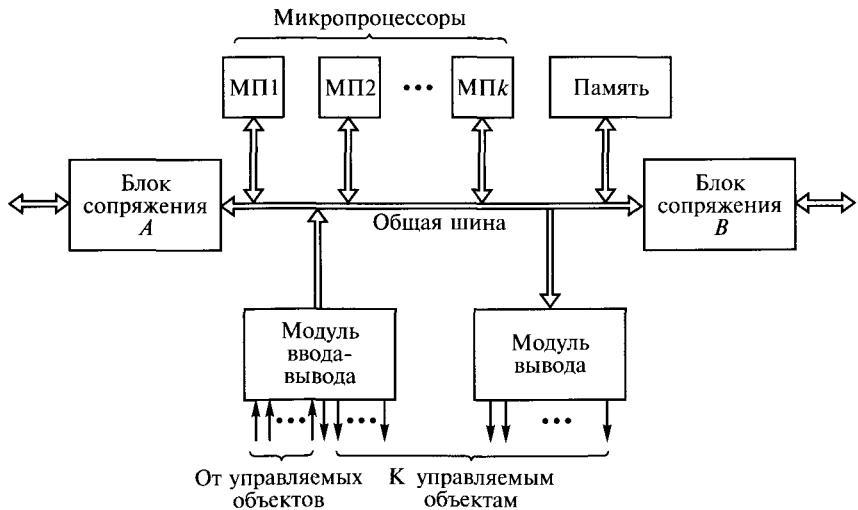


Рис. 12.12. Схема многопроцессорной системы управления

Микроконтроллеры — это упрощенные микроЭВМ, размещаемые в непосредственной близости от управляемого объекта. В микроконтроллерных системах центральная ЭВМ либо отсутствует, либо выполняет функции диспетчера или супервизора.

Выбор одного из двух направлений построения систем управления с микроЭВМ связан, в частности, с вопросами надежности и стоимости.

Для увеличения надежности, производительности и гибкости САУ применяют многомикропроцессорные системы и системы на базе нескольких микроЭВМ — многомашинные. В первом случае большое число микропроцессоров работает на одну общую шину (рис. 12.12). Возможные варианты топологии многомашинных систем приведены на рис. 12.13.

Многомашинные системы характеризуются высокой надежностью. Например, в случае выхода из строя любой микроЭВМ в системе с сетевой топологией (см. рис. 12.13, в) сохраняются два канала связи со всеми другими микроЭВМ.

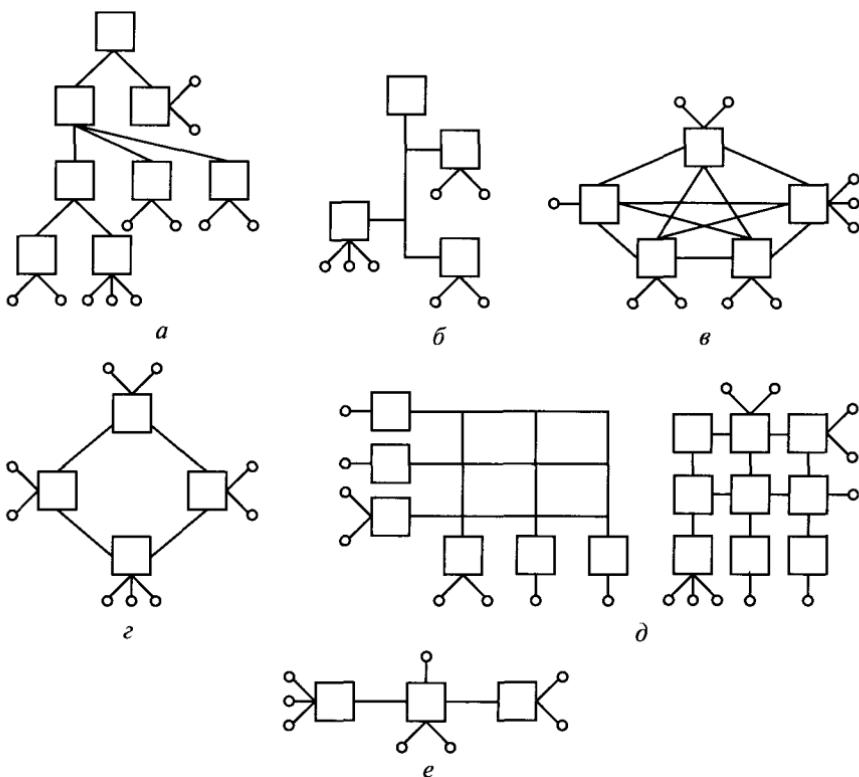


Рис. 12.13. Возможные варианты топологии цифровых систем управления:
а — иерархическая; б — шинная; в — сетевая; г — кольцевая; д — матричная; е — последовательная; ○ — микроЭВМ; □ — объекты управления

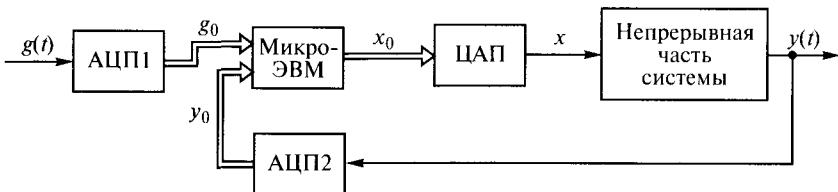


Рис. 12.14. Структурная схема одноконтурной системы управления с микроЭВМ

Типовая одноконтурная система управления с микроЭВМ (рис. 12.14) содержит АЦП, ЦАП, микроЭВМ и непрерывную часть, включающую в себя ОУ и подключенные к нему элементы (исполнительный и воспринимающий). Кодироваться в АЦП могут входное задающее воздействие $g(t)$, управляемая величина $y(t)$, а также другая поступающая извне информация.

В результате такого кодирования на вход микроЭВМ в дискретные моменты времени поступают цифровые представления этих величин g_0 и y_0 . Цифровой сигнал управляющего воздействия x_0 в соответствующее аналоговое представление x преобразуется ЦАП.

МикроЭВМ и микроконтроллеры в системах управления технологическими процессами. Внедрение микроЭВМ в системы управления ТП наряду с упрощением замены элементной базы и определенным расширением функций управляющей аппаратуры открывает принципиально новые возможности в построении децентрализованных, или распределенных, комплексов. Децентрализация в этом случае предполагает рассредоточение аппаратуры и распределение функций обработки информации и управления между автономными микроЭВМ. Подобные системы могут также включать в свой состав и центральную ЭВМ, выполняющую функции оптимизации, учета, планирования и координации работ.

Примером реализации централизованного контроля и управления служит комплекс А360-34 с базовым модулем А330-25, выполненный на микроЭВМ «Электроника С5-02». Наряду со сбором, измерением, обработкой информации и регистрацией управляемых процессов этот комплекс обеспечивает также формирование оптимальных воздействий, поступающих на объект управления.

Схема базового микропроцессорного модуля А330-25 представлена на рис. 12.15. В состав этого устройства входят: блоки коммутации бинарных сигналов и сигналов аналоговых датчиков, имеющие по 40 входов; АЦП; входной и выходной модули связи; перепрограммируемая память; периферийное и регистрирующее оборудование, обеспечивающее ввод данных и программ, а также вывод информации на видеоконтрольное и алфавитно-цифровое печатающие устройства.

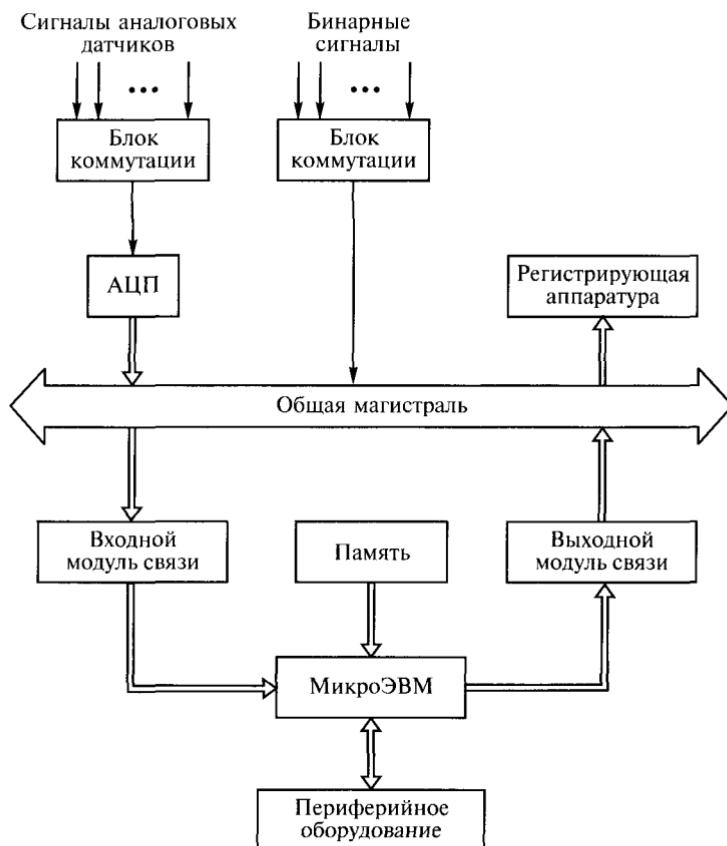


Рис. 12.15. Схема базового микропроцессорного модуля А330-25

Одной из важнейших функций многоконтурных систем управления является сбор информации от многих десятков и сотен датчиков.

Для эффективного решения задачи дистанционного сбора информации используют так называемые вынесенные измерительные станции, которые могут обрабатывать аналоговые сигналы датчиков и передавать выходные цифровые сигналы (по недорогой линии в виде скрученной пары проводов) в центральный микропроцессорный блок.

Вынесенные измерительные станции включают в себя собственный микропроцессор, мультиплексор и АЦП, что позволяет обходиться без сложных и дорогих кабельных линий, а также схем обработки сигналов, необходимых для их передачи в центральный блок обработки данных.

Вынесенные микропроцессоры позволяют также разгрузить центральный процессорный блок от многих дополнительных за-

дач, связанных с реализацией локальных функций управления в одноконтурных системах.

Регуляторы одноконтурных систем могут реализовываться с использованием различных принципов их построения. Наибольшее распространение получили регулирующие микроконтроллеры — ремиконты, служащие центральным звеном локальной системы управления. Входные цепи ремиконта рассчитаны на подключение аналоговых и дискретных датчиков, а выходные — формируют аналоговые и дискретные сигналы для управления исполнительными устройствами.

Аналоговая и дискретная информация, поступающая в ремиконт, преобразуется в цифровую форму и обрабатывается в микроЭВМ, после чего возможен процесс обратного преобразования. Ремиконт программируется с помощью специализированной клавишиной панели.

Устройства аналогового ввода-вывода информации микроЭВМ и пульт оператора являются основой аппаратного обеспечения ремиконта (рис. 12.16). Устройства аналогового ввода-вывода содержат узлы гальванического разделения сигналов, узел мультиплексирования аналоговых входных сигналов и группу преобразователей: АЦП, ЦАП, дискретно-цифровой (ДЦП) и цифродискретный (ЦДП).

Узлы гальванического разделения обеспечивают подавление помех общего вида, а также работу с источниками информации, находящимися под различными потенциалами. На выходе ремиконта не используется мультиплексирование, т. е. число ЦАП равно числу выходных цепей контроллера. Такая особенность построения ремиконта связана с необходимостью запоминания значе-

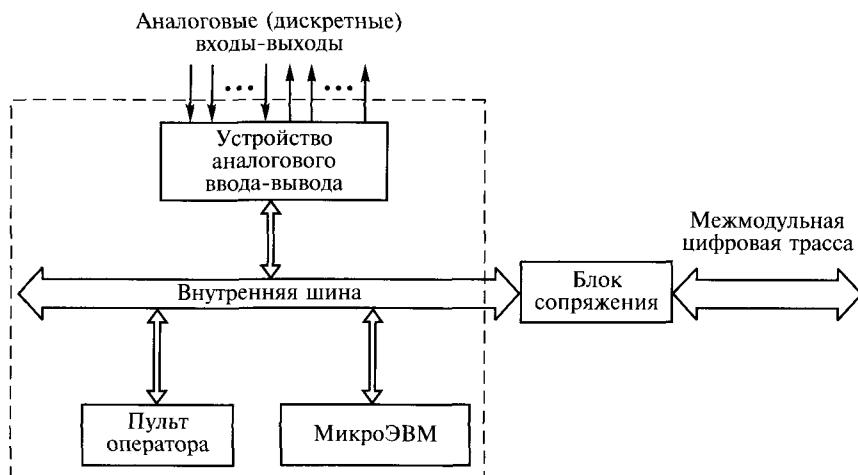


Рис. 12.16. Схема ремиконта

ния каждого управляющего сигнала после прекращения вычислительного процесса.

Поскольку в системе управления число выходных сигналов ре-миконта невелико, затраты на ЦАП и АЦП оказываются сравни-тельно небольшими.

Благодаря перечисленным узлам ввода-вывода аналоговой и дискретной информации можно сопрягать ре-миконт с анало-говыми и дискретными датчиками, с исполнительными механиз-мами пропорционального, позиционного, интегрирующего и дру-гого действия, а также с теми или иными устройствами дискрет-ного и логического управления.

Контрольные вопросы

1. Каково назначение ЭВМ в составе САУ и какова упрощенная схема цифровой САУ?
2. Каково назначение АЦП и ЦАП в цифровой САУ?
3. Как и зачем производится квантование сигналов по времени и уров-ню в цифровых САУ?
4. Для чего применяются логические элементы в автоматике?
5. Какие виды логических операций применяются в автоматике? Что такое дизъюнкция, конъюнкция, логическое умножение, инверсия?
6. Как осуществляются логические операции релейно-контактными элементами?
7. Как изображаются логические элементы на схемах?
8. Какие существуют законы алгебры логики?
9. Как минимизируются логические функции?
10. Что представляют собой бесконтактные логические элементы?
11. Что такое числовое программное управление и каковы преимуще-ства применения СЧПУ в машиностроении?
12. Что представляют собой позиционное, прямоугольное и контур-ное управление в СЧПУ?
13. Поясните функциональную схему СЧПУ токарного станка.
14. Что такое ГПС и какова ее структурная схема?
15. Каково назначение и как устроен автоматический робот-манипу-лятор?
16. Как работает функциональная схема управления роботом-мани-пулятором?
17. Поясните работу системы с центральной управляющей микроЭВМ.
18. Какова виртуальная структура системы управления с центральной микроЭВМ?
19. Как работает система с автономными управляющими микроЭВМ?
20. В чем заключается принцип действия многомикропроцессорной системы управления?
21. Назовите варианты топологии цифровых систем управления.
22. Каким образом работает типовая одноконтурная система управле-ния с микроЭВМ?

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВИДЫ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

13.1. Управление при неполной начальной информации

Если статические и динамические характеристики объекта управления и характеристики возмущающих воздействий известны (постоянны или известен закон их изменения во времени), то для управления такими объектами можно применить управляющее устройство с заданным законом управления. Такие системы относятся к *системам с полной начальной (априорной) информацией об управляемом объекте*.

Часто характеристики управляемого объекта и действующих на него возмущений изменяются с течением времени значительно и заранее непредвиденным образом. Примерами таких объектов являются самолет или ракета, параметры которых существенно изменяются при изменении высоты, скорости полета и расхода горючего.

Кроме того, имеются такие объекты, динамические характеристики которых заранее практически неизвестны или не могут быть достаточно просто определены. Примерами таких объектов являются печи для плавки металлов, агрегаты химической промышленности.

В этих случаях одной исходной информации недостаточно для управления. Системы управления такими объектами относятся к *системам с неполной исходной информацией об управляемом объекте*. В этом случае, чтобы качественно управлять объектом, необходимо автоматически в процессе работы пополнять информацию об объекте и возмущающих воздействиях. Информацию, необходимую для управления и получаемую в процессе работы системы, называют *рабочей, или текущей*.

Системы управления, в которых способ функционирования управляющего устройства автоматически целенаправленным образом изменяется для осуществления наилучшего управления объектом, называют *адаптивными, или самоприспособляющимися*.

Автоматическое изменение способа функционирования управляющего устройства называют *адаптацией, или настройкой*, самоприспособляющейся системы. Настройка осуществляется путем изменения параметров, структуры и алгоритма управления. В адаптивных САУ необходимо иметь устройство для пополнения информации об управляемом объекте и возмуща-

ющих воздействиях, а также устройство для осуществления настройки системы.

Адаптивные системы, у которых целенаправленно изменяются параметры управляющего устройства, называются *самонастраивающимися*; если изменяются параметры и структура управляющего устройства, то системы называются *самоорганизующимися*; если параметры, структура и алгоритм управления меняются с использованием опыта функционирования системы, то системы называются *самообучающимися*. Простейшим видом самонастраивающихся систем (СНС) являются системы экстремального управления (СЭУ).

13.2. Экстремальные системы автоматического управления

Экстремальными называют системы, которые в процессе работы автоматически отыскивают такие управляющие воздействия на входе управляемого объекта, при которых обеспечивается непрерывное поддержание показателя качества системы вблизи его экстремального значения.

Основная особенность этих систем состоит в том, что управление в них осуществляется не путем компенсации частных рассогласований (отклонений) в системе, а целенаправленным воздействием на систему с учетом некоторой функции ее состояния — показателя качества системы управления.

Системы экстремального управления сложнее обычных САУ, и их целесообразно применять, если ОУ имеет достаточно ясно выраженный экстремум показателя качества, который существенно зависит от управляющих воздействий и внешних условий.

На рис. 13.1 проиллюстрирована зависимость показателя качества I от управляющего воздействия u для различных вариантов внешних условий.

Если при изменении внешних условий изменяется только величина экстремального значения показателя качества I_s , а координата u_s , соответствующая экстремуму, не изменяется или изменяется только координата u_s , соответствующая экстремуму I_s , а величина I_s не изменяется, то можно обеспечить экстремальное значение показателя качества, используя обычную САУ, т.е. САУ с постоянными параметрами управляющего устройства.

Показателем качества в СЭУ могут быть различные величины. Например, для системы управления металлорежущим станком таким показателем может являться производительность, которая определяется массой стружки, снимаемой резцом в единицу времени, при условии, что температура резца и детали не превысит заданного уровня.

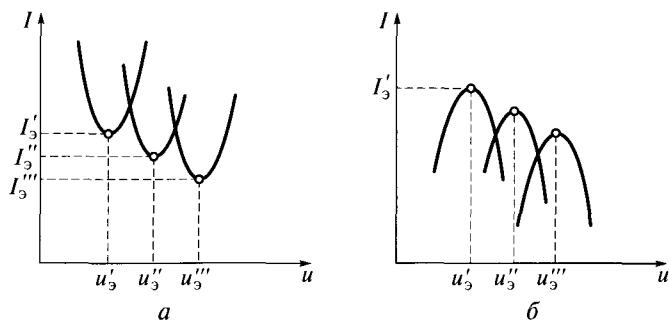


Рис. 13.1. Зависимость показателя качества I от управляющего воздействия u для различных вариантов внешних условий:
а — с минимальными экстремумами; б — с максимальными экстремумами

Обычно показатель качества в СЭУ является функцией нескольких управляющих воздействий, т.е.

$$I = I(u_1, \dots, u_n).$$

Если последняя функция дифференцируема и искомый оптимум заведомо не лежит на границе, то в точке, соответствующей экстремуму,

$$\frac{\partial I}{\partial u_1} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial u_2} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial I}{\partial u_n} = 0$$

или

$$\text{grad}I = \sum_i \bar{e}_i \frac{\partial I}{\partial u_i} = 0,$$

где $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n$ — единичные векторы осей, по которым отсчитываются величины u_1, \dots, u_n .

Экстремальная система должна обеспечить движение рабочей точки по поверхности I в пространстве переменных y_1, y_2, \dots, y_n до точки, в которой $\text{grad}I = 0$. Для осуществления этого необходимо, во-первых, определить градиент и, во-вторых, организовать движение к точке экстремума.

Для решения первой и второй задач существует много способов. Рассмотрим только простейшие из них.

Методы определения градиента показателя качества. На замене частных производных отношениями конечных приращений основан метод конечных приращений:

$$\frac{\partial I}{\partial u_i} = \frac{I(u_1, \dots, u_i + \Delta u_i, \dots, u_n) - I(u_1, \dots, u_n)}{\Delta u_i} = \frac{\Delta I_i}{\Delta u_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Давая величинам u_1, \dots, u_n поочередно небольшие скачкообразные изменения, вычисляют соответствующие приращения Δu_i . Точность этого метода зависит от характера функции I и величины приращений Δu_i .

Метод производной по времени основан на поочередном медленном изменении каждой из величин u_i с постоянной скоростью сначала в одну, а потом в другую сторону при постоянных значениях остальных величин u_j . Из формулы для полной производной функции I по времени

$$\dot{I} = \frac{\partial I}{\partial u_1} \dot{u}_1 + \frac{\partial I}{\partial u_2} \dot{u}_2 + \dots + \frac{\partial I}{\partial u_n} \dot{u}_n$$

следует, что если все величины u_j постоянны, а координата u_i изменяется с постоянной скоростью \dot{u}_i , то

$$\frac{\partial I}{\partial u_i} = \frac{1}{\dot{u}_i} \dot{I} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

При этом методе $\dot{u}_i = \text{const}$.

Недостатком обоих рассмотренных методов определения градиента функции I является то, что они позволяют определять производные $\partial I / \partial u_i$ только поочередно, вследствие чего время определения градиента функции I зависит от числа изменяемых координат.

Метод синхронного детектирования позволяет одновременно найти все составляющие градиента. При определении частных производных $\partial I / \partial u_i$ этим методом (рис. 13.2) входные переменные объекта O модулируются небольшими по амплитуде гармоническими колебаниями различных частот, т.е. к сигналам u_1, \dots, u_n добавляются синусоидальные сигналы

$$\Delta u_i = a_i \sin \omega_i t \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

различных частот $\omega_1, \dots, \omega_n$.

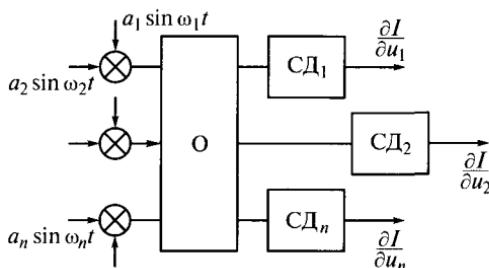


Рис. 13.2. Определение частных производных методом синхронного детектирования

Для определения влияния колебаний каждой переменной на критерий качества I используются синхронные детекторы СД. Каждый детектор выполняет умножение величины I на соответствующий гармонический сигнал $a_i \sin \omega_i t$ и усреднение полученного произведения по времени. При этом выходные сигналы синхронных детекторов приблизительно пропорциональны частным производным функции I по соответствующим переменным. Действительно, при малых амплитудах a_1, a_2, \dots, a_n функцию I можно разложить в ряд Тейлора по приращениям Δu_i .

Если ограничиться членами первой степени относительно Δu_i , то

$$I = I(u_1 + \Delta u_1, \dots, u_n + \Delta u_n) \approx I(u_1, \dots, u_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial I}{\partial u_i} a_i \sin \omega_i t.$$

Умножая это равенство на $a_i \sin \omega_i t$ и осредняя результат по времени, получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T I a_i \sin \omega_i t dt &\approx I(u_1, \dots, u_n) a_i \frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega_i t dt + \\ &+ \sum_{l=1}^n \frac{\partial I}{\partial u_l} \frac{1}{T} \int_0^T a_l a_i \sin \omega_l \sin \omega_i t dt. \end{aligned}$$

Если взять время осреднения T кратным всем периодам $2\pi/\omega_1, \dots, 2\pi/\omega_n$, то

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega_i t dt = 0;$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega_i t \sin \omega_l t dt = 0 \text{ при } l \neq i;$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega_i t dt = \frac{1}{2} - \frac{\sin 2\omega_i T}{4\omega_i T} = \frac{1}{2} \text{ при } l = i.$$

При любом достаточно большом времени осреднения T первые два интеграла будут как угодно малы, а третий как угодно близок к $1/2$. Следовательно, формула может быть переписана в виде

$$\frac{1}{T} \int_0^T I a_i \sin \omega_i t dt \approx \frac{a_i^2}{2} \frac{\partial I}{\partial u_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

В качестве поисковых колебаний Δu_i системы можно использовать не только синусоидальные колебания, но и любые типы ко-

лебаний, удовлетворяющие единственному условию, чтобы средние значения произведений колебаний различных параметров за время осреднения были достаточно близки к нулю.

Поисковые алгоритмы, используемые в экстремальных системах. После того как найден градиент функции I , необходимо организовать движение системы к точке экстремума, т. е. поиск экстремума. В настоящее время имеется большое число методов решения этой задачи. Наиболее распространены следующие методы: Гаусса—Зейделя, градиента и наискорейшего спуска.

Метод Гаусса—Зейделя состоит в поочередном изменении переменных u_1, u_2, \dots, u_n и определении частных экстремумов

$$\frac{\partial I}{\partial u_k} = 0$$

при условии, что остальные переменные $u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_n$ являются постоянными. При этом методе сначала устанавливается исходная (начальная) точка поиска. Затем все переменные u_2, \dots, u_n фиксируются, а переменная u_1 варьируется до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$\frac{dI}{du_1} = 0.$$

В этой точке величина $u_1 = u_0$ фиксируется, и начинает изменяться переменная u_2 до обращения в нуль производной dI/du_2 , и т. д. После нахождения точки, в которой $dI/du_n = 0$, снова начинает изменяться u_1 , и весь цикл повторяется до тех пор, пока не будет найдена точка экстремума.

На рис. 13.3 показаны сечения функции двух переменных $I(u_1, u_2)$.

Пути движения к точке экстремума по методу Гаусса—Зейделя, или, как его иногда называют, методу поочередного изменения переменных, соответствует ломаная линия (траектория 1 на рис. 13.3), состоящая из взаимно-перпендикулярных прямых участков.

Метод градиента предполагает одновременное изменение всех переменных, так что изображающая точка движется в направлении, близком к направлению вектора градиента. Движение может осуществляться непрерывно или дискретно.

На рис. 13.3 траектория движения по методу градиента изображена траекторией 2. Эта кривая нормальна к поверхности равных значений $I(u_1, u_2) = \text{const}$.

Рис. 13.3. Сечения функции двух переменных $I(u_1, u_2)$:
1—3 — траектории

Метод наискорейшего спуска является обобщением методов Гаусса — Зейделя и метода градиента. В нем движение происходит в направлении вектора градиента до тех пор, пока не обратится в нуль частная производная функции I по этому направлению. Затем снова определяется градиент и движение происходит вдоль нового вектора градиента до обращения в нуль производной по этому направлению до тех пор, пока не будет достигнута точка экстремума. На рис. 13.3 траектория, соответствующая методу наискорейшего спуска, отмечена цифрой 3.

Градиентный метод и метод наискорейшего спуска обеспечивают быстрейшее достижение точки экстремума. При больших отклонениях изображающей точки от экстремума целесообразно использовать метод наискорейшего спуска, а при малых — метод градиента.

Классификация СЭУ. В настоящее время имеется большое количество видов экстремальных систем, и классификацию их можно проводить по разным признакам.

По источнику колебаний, используемых для вычисления градиента функции I (по способу поиска), СЭУ подразделяются на системы с автоколебательным и принудительным поиском экстремума.

Если поисковые колебания генерируются самой системой, СЭУ называют *экстремальной системой с автоколебательным поиском экстремума*. Если поисковые колебания вводятся от источника, специально предусмотренного для этой цели, то СЭУ называют *экстремальной системой с принудительным поиском экстремума*.

По количеству переменных, от которых зависит функция качества, СЭУ подразделяются на одномерные и многомерные. Возможна также классификация СЭУ по методу определения градиента, методу движения к экстремуму, а также по другим признакам.

Рассмотрим в качестве примера принцип работы СЭУ с автоколебательным поиском экстремума I_3 , схема которой показана на рис. 13.4, *a*.

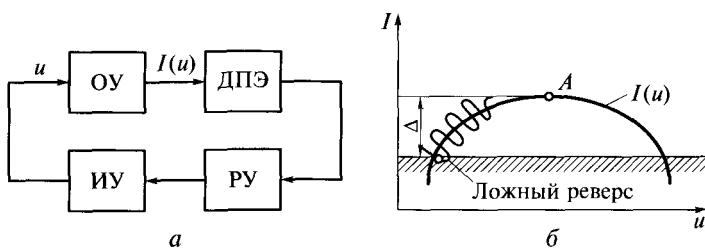


Рис. 13.4. Принцип работы СЭУ с автоколебательным поиском экстремума:
а — схема СЭУ; *б* — «ложные реверсы» из-за широкополосных помех

На датчик показателя экстремума ДПЭ подается измеренное значение показателя качества, который непрерывно изменяется (движется) по направлению к экстремуму при помощи монотонного изменения входной переменной i объекта управления ОУ. При достижении показателем качества I экстремального значения $\partial I / \partial i = 0$ датчик фиксирует (запоминает) значение i_s , соответствующее экстремуму показателя качества, но никаких управляющих сигналов не выдает. Величина i при этом продолжает изменяться в ту же сторону (для определенности пусть i увеличивается). Когда разность между текущим значением I и величиной I_s становится равной некоторой заранее заданной величине (порогу) Δ ($\Delta = |I - I_s|$), датчик выдает импульс, вызывающий срабатывание реверсирующего устройства РУ. При этом исполнительное устройство ИУ меняет направление изменения величины i (i начнет уменьшаться), и величина $I(i)$ вновь стремится к экстремальному значению. В СЭУ такого вида возникает автоколебательный процесс около положения, соответствующего экстремуму I .

Рассмотренная СЭУ является простейшей. Недостатком ее является возможность «ложных реверсов» из-за широкополосных помех (рис. 13.4, б). Из-за помех реверс может происходить не около точки, соответствующей экстремуму показателя качества (точка A), а в любой другой точке, где градиент измеренного значения показателя качества обращается в нуль. Показатель качества в этой системе отклонен от экстремума. Уровень помех определяет величину порога Δ .

13.3. Самонастраивающиеся системы

Основное отличие СНС от САУ с жесткими, неизменными алгоритмами работы состоит в том, что в них при изменении динамических характеристик объекта и характера входных воздействий автоматически, но не по заданному заранее закону, изменяются параметры управляющего устройства для обеспечения заданного или экстремального значения показателя качества. В СНС могут изменяться коэффициенты усиления, постоянные времени инерционных звеньев и другие параметры. Настройка параметров осуществляется при помощи специальной цепи (контура) настройки, т. е. СНС имеет, как минимум, два контура.

По функциональному назначению СНС могут быть системами стабилизации, следящими системами и системами программного управления. Назначение системы определяет показатель качества ее работы. Показателями эффективности работы СНС могут быть точность управления, быстродействие и другие показатели качества, применяемые для оценки работы обычных САУ. В общем случае показатель качества СНС можно записать в виде некоторо-

го функционала $I = I(\beta_1, \dots, \beta_k, \epsilon, t)$, зависящего от настраиваемых параметров β_j ($j = 1, 2, \dots, k$) и ошибки $\epsilon(t) = y_{\text{тр}}(t) - y_{\Phi}(t)$, где $y_{\text{тр}}(t)$, $y_{\Phi}(t)$ — требуемое и фактическое значения выходной координаты ОУ соответственно.

В процессе работы СНС можно выделить следующие четыре задачи:

- 1) получение информации о динамических характеристиках ОУ и величинах возмущающих воздействий (рабочая информация);
- 2) формирование показателя качества системы I ;
- 3) сравнение величины I с требуемым значением показателя качества $I_{\text{тр}}$ и выработка управляющего воздействия;
- 4) изменение (настройка) параметров управляющего устройства для обеспечения $I_{\text{тр}}$.

Решение этих четырех задач в конкретных СНС может осуществляться разными способами.

Получение информации о характеристиках управляемого объекта может происходить в условиях нормального функционирования, т. е. при естественных входных воздействиях, или путем подачи на вход системы или объекта специальных пробных сигналов; например, подавая гармонические колебания разных частот, можно получить точки АЧХ. В этом случае для организации пробных движений необходимо иметь специальное устройство (генератор пробных сигналов), что приводит также к дополнительным затратам энергии; однако при этом время, необходимое для получения информации, меньше, чем при первом способе.

Существуют различные способы формирования параметров настройки по показателю качества СНС. Например, можно выделить системы с настройкой параметров по эталону (модели) и с экстремальной настройкой.

В системах с настройкой параметров по модели целью настройки является обеспечение близости динамических характеристик объекта и модели. В качестве модели используется вычислительное устройство, которое обеспечивает требуемую зависимость выходного сигнала от входного воздействия. На рис. 13.5 показана функциональная схема СНС с настройкой по модели.

Входная величина системы $x(t)$ подается на вход модели M . Выходные координаты объекта $y(t)$ и модели $y_M(t)$ поступают в вычислитель отклонений ВО, который определяет,

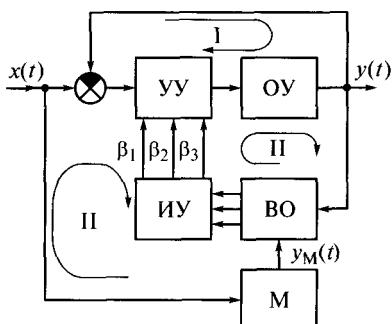


Рис. 13.5. Функциональная схема СНС с настройкой по модели

как нужно изменить параметры β_j ($j = 1, 2, \dots, k$) управляющего устройства основного контура УУ. Исполнительное устройство ИУ контура самонастройки (контур II) осуществляет необходимую настройку параметров.

В системах с экстремальной настройкой параметры управляющего устройства изменяют так, чтобы показатель качества системы достиг экстремального значения. По способу получения информации о текущем значении показателя качества I самонастраивающиеся системы подразделяются на поисковые и беспоисковые (аналитические). В поисковых системах, изменения параметры управляющего устройства, определяют частные производные $\partial I / \partial \beta_j$, показателя качества I по параметрам β_j . Затем методами, рассмотренными в подразд. 13.2, находят экстремум I .

В беспоисковых (аналитических) СНС текущее значение показателя качества I находится в вычислительном устройстве на основе заложенных в них аналитических зависимостей $I = I(\beta)$.

Самонастраивающиеся системы с экстремальной настройкой параметров по характеру работы корректирующих цепей можно разделить на системы с разомкнутыми и замкнутыми цепями настройки. На рис. 13.6, а показана схема СНС с разомкнутой цепью настройки. Возмущающие воздействия f_1, f_2, \dots, f_n , действующие на ОУ, измеряются специальным вычислительным устройством ВУ, выходные сигналы которого вызывают такие изменения параметров корректирующих элементов управ器а $W_y(p)$, чтобы скомпенсировать изменение параметров объекта управления $W_o(p)$.

Самонастраивающиеся системы с разомкнутыми цепями относительно просты и позволяют быстро отреагировать на измеряемые возмущения.

Недостатком СНС с разомкнутыми цепями настройки является невозможность учесть и измерить все возмущающие воздей-

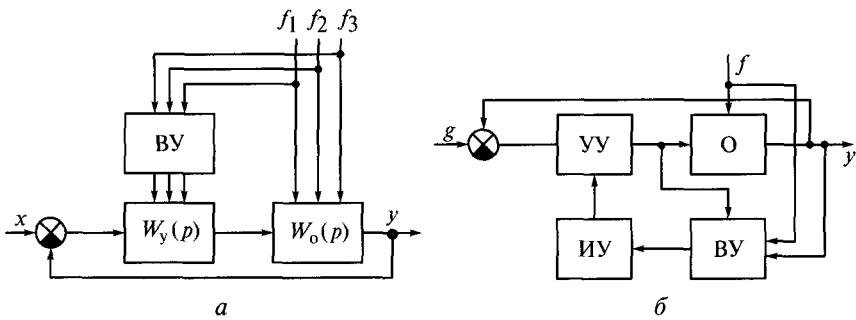


Рис. 13.6. Схемы СНС:

а — с разомкнутой схемой настройки; *б* — с замкнутой схемой настройки

ствия. Принципиальная схема СНС с замкнутой цепью самонастройки показана на рис. 13.6, б.

В системе с *замкнутыми цепями настройки* в вычислительное устройство ВУ поступает информация об управляющих воздействиях и помехах *fi* о выходных координатах объекта *у*. Используя информацию от ВУ, исполнительное устройство ИУ настраивает параметры управляющего устройства УУ. Замкнутые СНС с экстремальной настройкой применяются для управления объектами, работающими в резко изменяющихся условиях, например в автопилотах самолета.

13.4. Самоорганизующиеся и самообучающиеся системы автоматического управления

В самоорганизующихся системах по заданному показателю качества система сама путем автоматического поиска, используя специальные вычислительные устройства — анализаторы, выбирает из нескольких возможных структур ту, которая обеспечивает экстремальное значение показателя качества. В таких системах изменение структуры может осуществляться непрерывно или периодически.

При проектировании в самоорганизующейся системе предусматривается возможность автоматически из отдельных элементов («кирпичиков») собирать структуру системы, которая обеспечивает экстремум заранее заложенного в систему критерия качества.

В самообучающихся системах структура и алгоритм управления на основе накопленного опыта постепенно совершенствуются. В начальный период использования после изготовления они практически совсем не приспособлены к работе, однако затем постепенно «учатся» решать поставленные перед ними задачи. В таких системах вначале используются любой случайный алгоритм управления и любая случайная структура. Если данный вариант системы не решил задачу, то система перестраивается и выбирает другой вариант работы, и т. д. Если, наконец, выбранный очередной вариант структуры или алгоритм привел к решению поставленной задачи, то он запоминается. Если в дальнейшем перед системой возникнет такая же или похожая задача, то система использует этот ее вариант структуры или алгоритм. Если в процессе обучения в систему вводится дополнительная информация, то говорят, что система обучается учителем. Учителем называют любой источник дополнительной внешней информации независимо от его физической природы. Учителем САУ может быть человек или другая САУ. Если система в процессе работы улучшает свое функционирование только на основе исследования рабочей ин-

формации, то говорят, что она обучается без учителя, т.е. самообучается. Самообучающиеся системы — наиболее совершенные и наиболее сложные автоматические системы управления.

13.5. Автоматизированные системы управления

Основные сведения. Обычная автоматическая система после изготовления и наладки может функционировать без участия человека (кроме профилактических осмотров и ремонта). Обучающаяся система, если в роли учителя выступал человек, после некоторого начального периода обучения может функционировать самостоятельно, без участия человека.

Однако существует большое количество объектов, управление которыми необходимо осуществлять совместными действиями человека и технических устройств, т.е. использовать человекомашинную систему управления. Системы управления, в контуре управления которых для реализации цели системы совместно функционируют человек (человеческие коллективы) и технические средства переработки информации, называют *автоматизированными системами управления* (АСУ). В качестве основного технического средства переработки информации в АСУ используется ЭВМ. Распределение функций по управлению объектом между человеком и ЭВМ может осуществляться различными способами. На ЭВМ в АСУ возлагаются функции подготовки информации, необходимой для выбора рационального управляющего воздействия. Принятие решения, как правило, остается в АСУ за человеком.

Роль человека в АСУ. Человек может выполнять различные функции в АСУ, или, как говорят, может быть несколькими способами включен в контур управления. На рис. 13.7, а показана система, где ЭВМ получает информацию о состоянии объекта управления, обрабатывает ее и передает человеку-оператору в виде, удобном для принятия решения. Человек в этой системе выполняет функции принятия решения (управляющего устройства). Один из вариантов этого способа распределения функций между человеком и машиной представлен на схеме, показанной на рис. 13.7, б.

Здесь ЭВМ получает и обрабатывает информацию о всех параметрах управляемого объекта и осуществляет (по простым алгоритмам) управление несколькими параметрами объекта (на схеме y_1 и y_2). Человек-оператор получает от ЭВМ информацию, которую он использует для управления остальными параметрами (на схеме y_3 и y_4). В этих двух примерах контур управления был разомкнут, точнее, замыкался через человека-оператора. В схеме, показанной на рис. 13.7, в, основной контур управления (обозначен цифрой I) замкнут. Электронная вычислительная машина управляет параметрами объекта по заложенному в нее алгоритму (про-

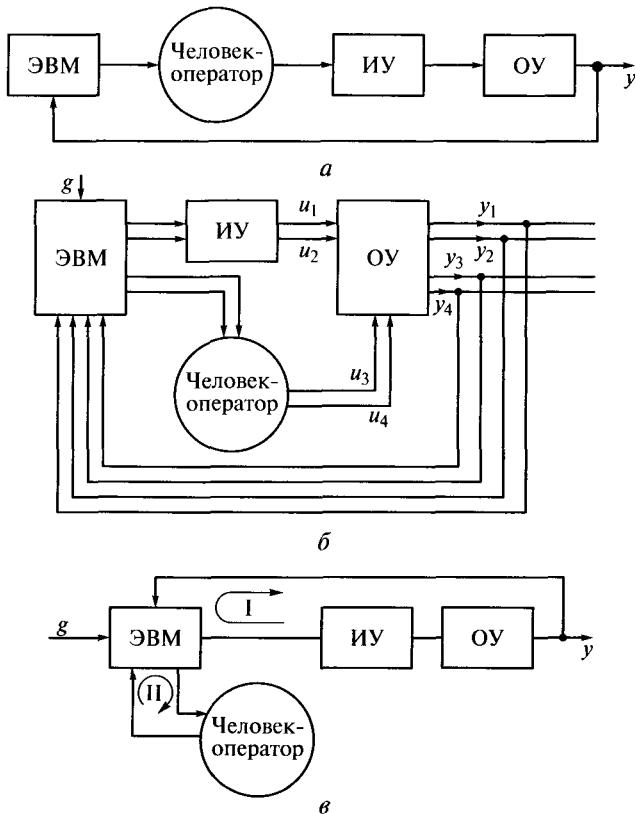


Рис. 13.7. Схема АСУ с человеком-оператором:

а — схема получения и передачи информации оператору; *б* — вариант распределения функций между человеком и машиной; *в* — схема с замкнутым основным контуром управления

граммме). При изменении условий работы объекта человек изменяет программу работы ЭВМ. Здесь ЭВМ и человек образуют второй контур системы (обозначен цифрой II) — контур настройки управляющего устройства. Это адаптивная система, в ней контур II включается в работу по мере необходимости. Этот контур обладает памятью — опытом человека.

По виду объекта управления АСУ принято делить на системы управления технологическими процессами (АСУТП) и системы организационного управления (АСОУ).

Автоматизированная система управления технологическим процессом. Объектом управления в АСУТП является технологический процесс в широком смысле этого понятия (управление станком, поездом, ракетой, энергетической установкой, прокатным станом и т.п.). Такая система выполняет не отдельные операции, а весь

комплекс операций по управлению процессом. Она осуществляет пуск и остановку агрегата, выбор оптимального режима ведения процесса, определение сроков проведения ремонта и профилактических осмотров, а также проводит расчет комплекса технико-экономических показателей ведения управляемого процесса.

Автоматизированная система организационного управления. Основная задача таких систем состоит в обеспечении оптимальных условий функционирования ОУ (завода, отрасли, большой системы типа РАО ЕЭС и др.) путем оптимального распределения заданий между отдельными частями, из которых состоит объект (цехами, службами), и обеспечении их эффективного взаимодействия.

В зависимости от вида объекта управления АСОУ подразделяют: на автоматизированные системы управления предприятиями; автоматизированные системы управления отраслью народного хозяйства.

По функциональному назначению АСОУ выделяют:
автоматизированные системы плановых расчетов;
автоматизированные системы управления строительством;
автоматизированные системы управления материально-техническим снабжением и др.

Принцип иерархии в АСУ. Для уяснения сути этого принципа рассмотрим более подробно, как осуществляется управление производственным процессом в цехе завода.

Для осуществления ТП в каждом цехе имеется некоторое число единиц технологического оборудования (в механических цехах — металлообрабатывающие станки для изготовления деталей, в литьевом цехе — печи для получения отливок и т. д.).

Рассмотрим, например, механический цех. Пусть он имеет n единиц оборудования — автоматических станочных линий для изготовления деталей приборов.

В общем случае возможны два варианта управления технологическим оборудованием цеха: централизованный и децентрализованный.

По первому способу управление всеми единицами оборудования (O_1, O_2, \dots, O_n) осуществляется одно общее управляющее устройство УУ (рис. 13.8, а). Это управляющее устройство должно решать два вида задач: а) управлять технологическими процессами в каждой единице технологического оборудования; б) осуществлять распределение работ между единицами оборудования, определять сроки остановки оборудования для проведения его ремонта. Управляющее устройство, решающее такие разнородные задачи, получается очень сложным и поэтому дорогим и недостаточно надежным.

Второй путь создания системы управления — рассредоточение рассмотренных функций управления так, что управление ТП в отдельных единицах или группах оборудования осуществляется

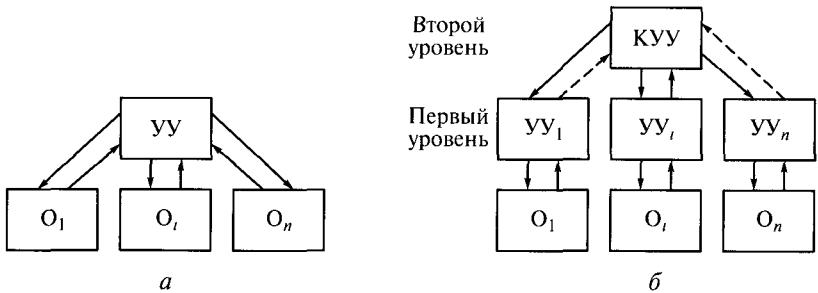


Рис. 13.8. Варианты управления технологическим оборудованием:
а — централизованным, б — децентрализованным

своими управляемыми устройствами УУ (первый уровень управления), а распределение заданий и ресурсов для отдельных ТП – специальным координирующим управляемым устройством КУУ (второй уровень управления). Кроме того, на этом уровне управления на основе анализа работы каждой единицы (группы единиц) оборудования и исходя из общей задачи, стоящей перед цехом, рассчитывается наиболее целесообразная очередность остановок оборудования для проведения текущего ремонта. При этом система управления будет двухуровневой. Такая схема организации управления приведена на рис. 13.8, б.

Многоуровневую систему называют системой, *организованной по иерархическому принципу*. Согласно иерархическому принципу построения системы управления сложный объект управления разбивается на несколько групп более простых объектов управления. Каждая из этих групп имеет свое управляемое устройство, которое обеспечивает оптимизацию работы объекта в соответствии с заданной целью управления и ограничениями, которые определяет координирующее управляемое устройство. Объект управления нижнего уровня вместе со своим управляемым устройством является объектом управления для управляемого устройства следующего уровня (координирующего управляемого устройства).

Использование иерархического принципа позволяет сложную задачу управления разбить на совокупность более простых задач и использовать для управления более простые и, следовательно, более дешевые и надежные управляемые устройства. Однако при этом необходимо иметь два вида управляемых устройств:

- 1) для управления отдельными объектами на нижнем уровне;
- 2) для координации работы управляемых устройств нижнего уровня.

При организации системы по иерархическому принципу очень важно правильно согласовать цели, стоящие перед каждым уровнем управления. Необходимо, чтобы при достижении цели на нижнем уровне обеспечивалось приближение к цели, стоящей

перед системой в целом. Вопрос о том, сколько уровней целесообразно иметь, сложен, и его нужно решать отдельно в каждом конкретном случае.

Иерархическая организация систем управления не является специфической особенностью только систем управления с участием человека (АСУ). Она широко используется и в полностью автоматических системах, когда задача управления является достаточно сложной.

Принцип адаптивности. Одной из важных особенностей АСУ является то, что параметры ОУ в процессе функционирования системы существенно изменяются, причем часто заранее непредвиденным образом, т.е. их можно считать случайными функциями времени. Например, может в любое время выйти из строя какой-то станок, заболеть рабочий или служащий и т.д. Внешние воздействия также, как правило, можно считать случайными функциями. Например, даты поставки какого-либо материала или отказа в системе энергоснабжения являются случайными величинами. Для того чтобы АСУ эффективно выполняла возложенные на нее задачи, она должна приспосабливаться к изменениям внешней среды и характеристик объекта управления, т.е. быть адаптивной системой. В АСУ в процессе функционирования должны непрерывно совершенствоваться алгоритмы управления и структура системы управления. Такую систему следует проектировать как самоорганизующуюся и самообучающуюся, т.е. адаптивную.

Математические методы в АСУ. Автоматизированные системы управления, как правило, предназначены для обеспечения оптимального управления объектом. Задачи управления, возникающие в АСУТП, могут быть описаны и решены при помощи моделей и методов оптимизации управления, используемых в САУ. Однако для управления используют некоторые специфические модели и методы — так называемые *методы и модели исследования операций*.

К этим методам относятся методы линейного, нелинейного и стохастического программирования, методы теории игр, теории массового обслуживания, теории расписаний и др. Эти методы изложены в специальной литературе по исследованию операций.

В системах управления будущего роль человека не только не уменьшится, а наоборот, будет возрастать. Человек, освобожденный от рутинной, нетворческой работы, станет в системах управления будущего главнейшим командным звеном.

13.6. Оптимальные системы автоматического управления

Для проектирования оптимальной САУ необходима полная информация об ОУ, возмущающих и задающих воздействиях,

начальном и конечном состояниях ОУ. Далее требуется выбрать критерий оптимальности. В качестве такого критерия можно использовать один из показателей качества системы. Однако требования к отдельным показателям качества, как правило, противоречивы (например, повышение точности системы достигается уменьшением запаса устойчивости). Кроме того, оптимальная система должна иметь минимально возможную ошибку не только при отработке какого-то конкретного управляющего воздействия, но в течение всего времени работы системы. Следует также учитывать, что решение задачи оптимального управления зависит не только от структуры системы, но и от параметров составляющих ее элементов.

Достижение оптимального функционирования САУ во многом определяется тем, как осуществляется управление во времени, какова программа, или *алгоритм управления*. В связи с этим для оценки оптимальности систем используют интегральные критерии, вычисляемые как сумма значений интересующего проектировщиков параметра качества системы за все время процесса управления.

В зависимости от принятого критерия оптимальности рассматривают следующие виды оптимальных систем.

1. *Системы, оптимальные по быстродействию*, которые обеспечивают минимальное время перевода ОУ из одного состояния в другое. В этом случае критерий оптимальности выглядит следующим образом:

$$Q = t_k - t_h = T,$$

где t_h и t_k — моменты начала и окончания процесса управления.

В таких системах длительность процесса управления минимальна. Простейший пример — система управления двигателем, обеспечивающая минимальное время разгона его до заданной частоты вращения с учетом всех имеющихся ограничений.

2. *Системы, оптимальные по расходу ресурсов*, которые гарантируют минимум критерия

$$Q = \int_{t_h}^{t_k} k U(t) dt,$$

где k — коэффициент пропорциональности; $U(t)$ — управляющее воздействие.

Такая система управления двигателем обеспечивает, например, минимальный расход топлива за все время управления.

3. *Системы, оптимальные по потерям управления* (или по точности), которые обеспечивают минимальные ошибки управления на основании критерия

$$Q = \int_{t_n}^{t_k} \varepsilon^2(t) dt,$$

где $\varepsilon(t)$ — динамическая ошибка.

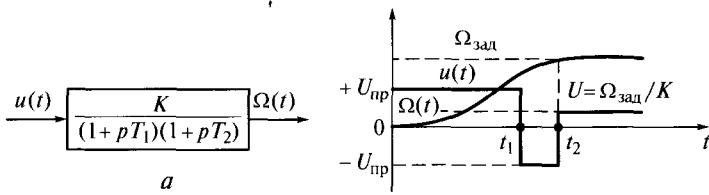
В принципе задача проектирования оптимальной САУ может быть решена простейшим методом перебора всех возможных вариантов. Конечно, такой метод требует больших затрат времени, но современные ЭВМ позволяют в некоторых случаях им воспользоваться. Для решения задач оптимизации разработаны специальные методы вариационного исчисления (метод максимума, метод динамического программирования и др.), позволяющие учесть все ограничения реальных систем.

В качестве примера рассмотрим, каким должно быть оптимальное по быстродействию управление электродвигателем постоянного тока, если подаваемое на него напряжение ограничено предельной величиной $U_{\text{пр}}$, а сам двигатель можно представить в виде апериодического звена 2-го порядка (рис. 13.9, *a*).

Метод максимума позволяет рассчитать закон изменения $u(t)$, обеспечивающий минимальное время разгона двигателя до частоты вращения $\Omega_{\text{зад}}$ (рис. 13.9, *б*). Процесс управления данным двигателем должен состоять из двух интервалов, в каждом из которых напряжение $u(t)$ принимает свое предельное допустимое значение (в интервале $0 - t_1$: $u(t) = +U_{\text{пр}}$, в интервале $t_1 - t_2$: $u(t) = -U_{\text{пр}}$). Для обеспечения такого управления в состав системы должен быть включен релейный элемент.

Как и обычные системы, оптимальные системы бывают разомкнутыми, замкнутыми и комбинированными. Если оптимальное управление, переводящее ОУ из начального состояния в конечное и не зависящее или слабо зависящее от возмущающих воздействий, может быть задано как функция времени $U = U(t)$, то строится *разомкнутая система* программного управления (рис. 13.10, *а*).

В программное устройство ПУ закладывается оптимальная программа Π , рассчитанная на достижение экстремума принятого критерия оптимальности. По такой схеме осуществляется управ-



б

Рис. 13.9. Пример управления, оптимального по быстродействию:
а — с общим управляемым устройством, *б* — с двухуровневым управляемым устройством

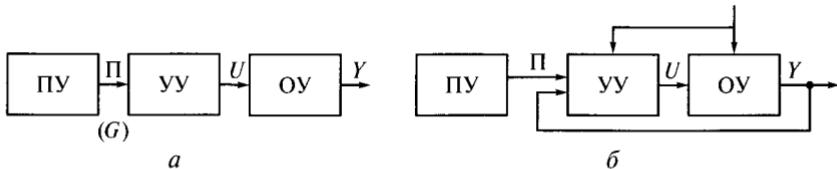


Рис. 13.10. Схемы оптимальных систем:

a — разомкнутой, *б* — комбинированной

ление станками с числовым программным управлением и простейшими роботами, производится вывод ракет на орбиту и т.д.

Наиболее совершенными, хотя и наиболее сложными, являются *комбинированные оптимальные системы* (рис. 13.10, *б*). В таких системах разомкнутый контур осуществляет оптимальное управление по заданной программе, а замкнутый контур, оптимизированный по минимуму ошибки, отрабатывает отклонение выходных параметров. Используя канал измерения возмущений F , система становится инвариантной относительно всего множества задающих и возмущающих воздействий.

Для того чтобы реализовать столь совершенную систему управления, необходимо точно и быстро измерять все возмущающие воздействия. Однако такая возможность имеется далеко не всегда. Гораздо чаще о возмущающих воздействиях известны только усредненные статистические данные. Во многих случаях, особенно в системах телеуправления, даже задающее воздействие поступает в систему вместе с помехами. А так как помеха представляет собой в общем случае случайный процесс, то удается синтезировать только *статистически оптимальную систему*. Такая система не будет оптимальной для каждой конкретной реализации процесса управления, но она будет в среднем наилучшей для всего множества его реализаций.

Для статистически оптимальных систем в качестве критерии оптимальности используют усредненные вероятностные оценки. Например, для следящей системы, оптимизированной по минимуму ошибки, в качестве статистического критерия оптимальности используют математическое ожидание квадрата отклонения выходного воздействия от заданного значения, т.е. дисперсию:

$$M\{|y(t) - y_{\text{зад}}(t)|^2\} = \min.$$

Используются и другие вероятностные критерии. Например, в системе обнаружения целей, где важно только наличие или отсутствие цели, в качестве критерия оптимальности применяют вероятность ошибочного решения $P_{\text{ош}}$:

$$P_{\text{ош}} = P_{\text{пц}} + P_{\text{ло}} = \min,$$

где $P_{\text{пц}}$ — вероятность пропуска цели; $P_{\text{ло}}$ — вероятность ложного обнаружения.

Во многих случаях рассчитанные оптимальные САУ оказываются практически не реализуемыми ввиду их сложности. Как правило, требуется получение точных значений производных высоких порядков от входных воздействий, что технически очень трудно осуществимо. Зачастую даже теоретический точный синтез оптимальной системы оказывается невозможен. Однако методы оптимального проектирования позволяют строить квазиоптимальные системы, хотя и упрощенные в той или иной степени, но все-таки позволяющие достичь значений принятых критериев оптимальности, близких к экстремальным.

13.7. Адаптивные системы автоматического управления

Основные сведения. Обычные, неадаптивные, САУ обеспечивают заданные показатели качества управления (а оптимальные системы — наилучшие показатели) лишь при заранее известных и неизменных внешних воздействиях и характеристиках ОУ. Однако во многих случаях условия работы САУ или неизвестны, или меняются случайным образом. Примеров, где возникают подобные ситуации, довольно много. Типичным примером является летательный аппарат, параметры которого (масса, моменты инерции) и возмущающие воздействия (скорость и направление ветра, давление и температура воздуха) в процессе полета изменяются в широких пределах. Другими примерами являются большинство технологических процессов химии и нефтехимии (перегонка нефти, производство бензина), металлургии (выплавка стали), микробиологии (получение антибиотиков), трубопрокатное производство, многие сборочные линии и другие объекты, параметры которых трудно или невозможно измерить. В некоторых случаях обеспечить управление подобными объектами можно путем разработки САУ с большими запасами по диапазону управляемых величин, быстродействию, мощности и т. д. В других случаях можно вручную производить настройку САУ человеком-оператором по мере изменения внешних условий. Радикальным путем обеспечения автоматического управления в таких случаях является введение в САУ возможности самонастройки, или адаптации.

Адаптивными называются системы, которые решают задачи управления в условиях неопределенных или переменных внешних воздействий или параметров ОУ путем автоматической самонастройки. Фактически возможность адаптации есть возможность автоматического управления автоматической системой, поэтому в схеме адаптивной САУ (рис. 13.11, а) дополнительно появляется устройство управления 2-го уровня УУП. Устройство управления первого уровня УУ1 в совокупности с ОУ образует обычную САУ,

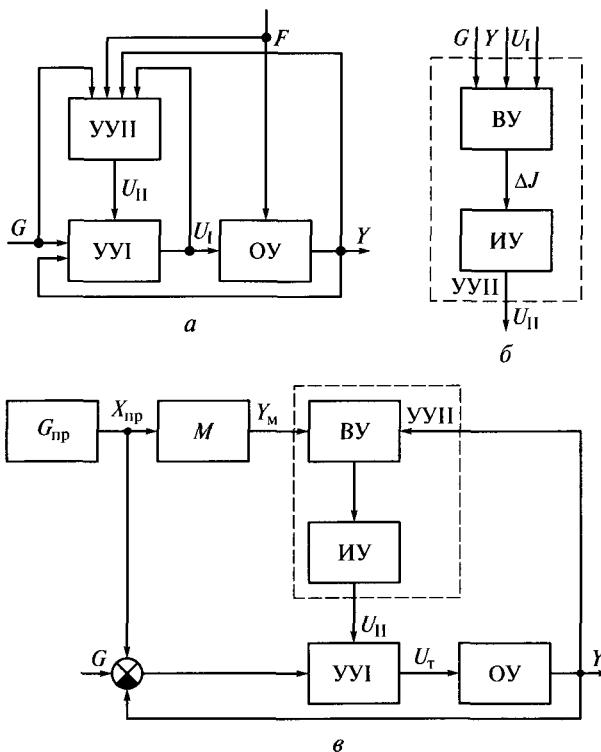


Рис. 13.11. Схемы адаптивных САУ:

а — обобщенная; *б* — с идентификацией по внешним воздействиям; *в* — с использованием пробных сигналов и модели

но допускает возможность перестройки. Задачу УУII можно условно разбить на две. Вначале оно собирает информацию о работе основного контура управления, анализирует задающие и возмущающие воздействия (задача идентификации), а затем вырабатывает управляющее воздействие U_{II} (задача автоматической настройки). Управление первым контуром производится на основании критерия качества J его работы, подобного критерию оптимальности. Как и в неадаптивных системах, задачей управления может быть стабилизация или оптимизация этого критерия. Соответственно можно выделить адаптивные системы со стабилизацией и с оптимизацией качества управления.

Адаптивные САУ со стабилизацией качества управления. Такие системы вычисляют текущее значение критерия качества J , сравнивают его с заданным и в зависимости от знака отклонения производят перестройку в ту или иную сторону. Основное применение системы этого типа получили для стабилизации динамических характеристик, поэтому в качестве критерии качества ис-

пользуют различные косвенные критерии переходного процесса — корневые, частотные, интегральные, а также непосредственно частотные и переходные характеристики ОУ. Рассмотрим, как решаются задачи идентификации и настройки в этих системах.

Идентификация может производиться по внешним воздействиям, моделям и с использованием пробных сигналов. При идентификации *по внешним воздействиям* вычислительное устройство ВУ (рис. 13.11, б), входящее в состав УУП, определяет отклонения критерия качества ΔJ путем анализа изменения входных и управляющих воздействий и реакций на них ОУ. На основании анализа ΔJ исполнительное устройство ИУ вырабатывает управляющее воздействие U_{II} .

В тех случаях, когда изменению подвержены параметры ОУ, идентификацию удобно производить *по эталонной модели* объекта, параметры которой неизменны. Применение моделей позволяет значительно упростить ВУ, которому остается только сравнить между собой реакции модели и реального ОУ.

Произвести полную идентификацию ОУ лишь на основании внешних и управляющих воздействий удается далеко не всегда, поэтому приходится использовать специальные *пробные сигналы*. В качестве таких сигналов используют определенным образом подобранные воздействия, по реакции на которые можно определить критерий качества. На рис. 13.11, в показана схема адаптивной САУ с генератором пробных сигналов G_{np} и эталонной моделью М. Вычислительное устройство выделяет реакцию ОУ на пробный сигнал x_{np} и сравнивает ее с реакцией модели y_M . Естественно, что амплитуда пробных сигналов должна быть достаточно мала для того, чтобы не вносить помех в работу ОУ.

Настройка основного контура может осуществляться путем дополнительных воздействий, самонастройки параметров и структуры. При настройке путем *дополнительных воздействий* вырабатываемый УУП сигнал U_{II} используется как дополнительное задающее воздействие (уставка) для основного контура. Широко используются адаптивные системы с *самонастройкой параметров*. В этом случае воздействие U_{II} приводит к изменению параметров звеньев основного контура: коэффициентов усиления, постоянных времени, коэффициентов затухания. В системах с *самонастройкой структуры*, или *самоорганизующихся системах*, воздействие U_{II} приводит к изменению не значений параметров основного контура управления, а его структурной схемы. При самонастройке структуры воздействие U_{II} , каждому значению которого соответствует включение того или иного корректирующего звена в УУП, является дискретным. Например, в зависимости от характера изменения задающего воздействия, включая или выключая интегрирующее звено, можно варьировать степень астатизма системы. Возможность изменения структуры в процессе настройки

значительно расширяет пределы работоспособности адаптивных систем.

Адаптивные САУ с оптимизацией качества управления. В этих САУ, называемых также экстремальными адаптивными системами, требуемое значение критерия качества не задано, его необходимо найти самой системе. Вследствие этого в экстремальных адаптивных системах, кроме задач идентификации и настройки, появляется еще задача *поиска экстремального значения*, предшествующая рабочей операции — настройке основного контура. В оптимальных неадаптивных системах поиск осуществляется проектировщиком однократно при разработке системы. В экстремальных адаптивных системах точка экстремума непостоянна, поэтому поиск ее надо осуществлять автоматически.

Поясним это на примере управления авиационным двигателем. Зависимость расхода топлива Q от скорости V (рис. 13.12) имеет минимум, положение которого определяется массой самолета, качеством топлива, атмосферным влиянием и т. д. При наборе этих факторов, соответствующем характеристике 1, минимальный расход топлива $Q_{\min 1}$ достигается при скорости V_1 . При смещении экстремума, соответствующем характеристике 2, неадаптивная система, стабилизирующая значение V_1 , обеспечит расход Q_2 . Адаптивная экстремальная система, произведя поиск нового значения скорости V_2 , обеспечит расход топлива $Q_{\min 2}$, значительно меньший, чем Q_2 .

Экстремальные адаптивные САУ классифицируют в зависимости от способа поиска экстремума. В отличие от оптимизации, выполнить которую в принципе можно любым способом, для экстремального управления, в зависимости от ОУ, подходит далеко не всякий алгоритм поиска. Очевидно, что поиск экстремума надо производить быстрее, чем смещается сам экстремум.

Если критерий качества J зависит от одного настроичного параметра U , то направление его изменения определяется по знаку производной dJ/dU , а в точке экстремума знак производной меняется на противоположный. При большом числе настроичных параметров используют *случайный поиск*, при котором делают небольшие изменения настроичных параметров в разных направлениях и сравнивают полученные значения показателя качества.

Реальные ОУ далеко не всегда допускают поисковые движения. В этих случаях используют *метод подстраиваемых моделей* (рис. 13.13). Анализатор характеристик подстраивает модель таким образом, чтобы ее характеристики совпадали с харак-

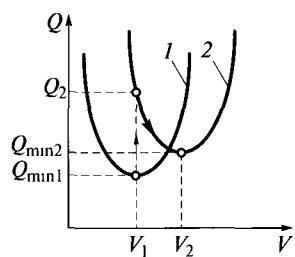


Рис. 13.12. Экстремальные характеристики ОУ:
1, 2 — характеристики

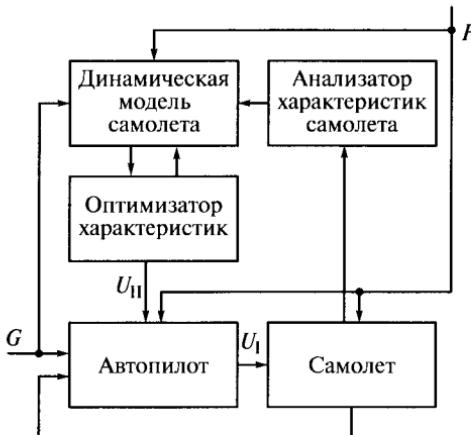


Рис. 13.13. Экстремальная адаптивная САУ с подстраиваемой моделью

теристиками самолета. Затем оптимизатор характеристик производит поиск экстремальных значений на подстроенной модели, после чего найденную настройку переносит на реальный автопилот. Практически все указанные устройства (анализатор, модель, оптимизатор) представляют собой программы, заложенные в ЭВМ. В некоторых случаях, особенно при управлении объектами химического производства, вместо электрических моделей используют полупромышленные установки малой мощности.

Самообучающиеся САУ. Рассмотренные ранее адаптивные САУ, приспосабливаясь к переменным или неизвестным внешним условиям и параметрам ОУ, достигают поставленных перед ними целей управления. Но при этом сами цели управления в виде критерии качества должны быть строго сформулированы заранее.

По мере расширения сферы применения автоматического управления встречается все больше объектов, для которых неизвестны не только внешние условия, но даже цели управления не могут быть строго сформулированы. Типичным примером являются автоматические аппараты для исследования дна океана или поверхности других планет. Системы управления подобными объектами должны приспосабливать к внешним условиям не только свои параметры и структуру, но и вырабатывать, и по мере необходимости изменять цели управления таким образом, чтобы обеспечить самосовершенствование системы. Такие САУ называются *самообучающимися*.

Как и переход к адаптивным системам, переход к самообучающимся системам приводит к появлению еще одного (или более) контура и устройства управления УУIII (рис. 13.14). Это устройство управления, обладая памятью и развитыми логическими

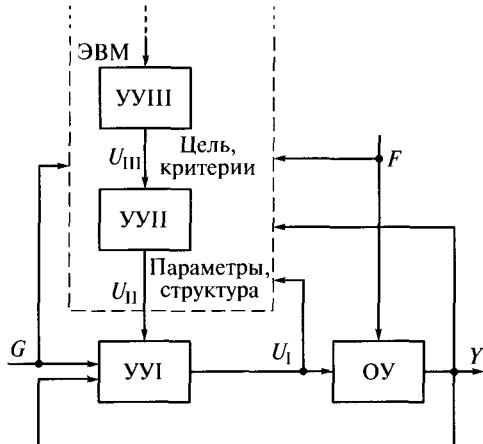


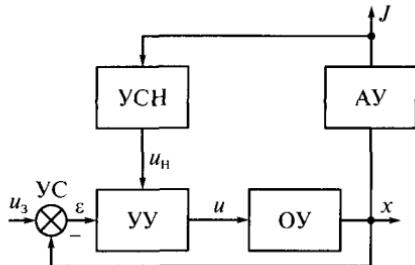
Рис. 13.14. Обобщенная схема самообучающейся САУ

и алгоритмическими возможностями, анализирует поведение адаптивной системы УУП — УУИ — ОУ, уточняет характеристики внешней среды и на основании собранной информации выдает управляющее воздействие U_{III} в виде критерия качества управления. В качестве столь совершенного устройства управления используют ЭВМ. Отдельным уровням управления в ЭВМ соответствуют не устройства, а программы, заложенные в нее и совершенствуемые по мере самообучения, поэтому проектирование самообучающихся систем заключается прежде всего в алгоритмической разработке математического обеспечения. Подчеркнем, что при разработке невозможно предсказать, как будет изменяться система в результате самообучения.

13.8. Поисковые системы автоматического управления

Системы экстремального управления, или поисковые системы, осуществляют автоматический поиск оптимального управления, обеспечивающего экстремум некоторого показателя качества, представляющего функцию переменных состояния системы. Величина и направление отклонений от экстремума предварительно не измеряются и должны быть установлены в процессе работы системы. Благодаря этой особенности СЭУ выполняют две функции: поиск экстремума и слежение за ним. Системы экстремального управления подразделяются в зависимости от принципа, положенного в основу их функционирования, на одномерные и многомерные.

Рис. 13.15. Функциональная схема одномерной СЭУ



Одномерными называются СЭУ, работа которых характеризуется показателем качества J , зависящим от одной выходной координаты системы x . Функциональная схема одномерной СЭУ показана на рис. 13.15. На вход системы подается задающий сигнал u_3 , который в узле сравнения УС сравнивается с выходной величиной x . Сигнал рассогласования ε поступает на вход управляющего устройства УУ, с выхода которого снимается управление u . Под действием этого управления в ОУ осуществляется некоторый процесс, влияющий на изменение выходной координаты x . Ее величина в общем случае является вектором, координаты которого могут представлять, например, перемещение, скорость и ускорение рабочего органа. Анализирующее устройство АУ производит анализ изменения величины x и определяет значения показателя качества процесса J . Сигнал, выражający значения J , поступает в устройство самонастройки УСН, которое вырабатывает воздействие u_n изменяющего настройку УУ. Наличие замкнутого контура самонастройки приводит в конечном счете к тому, что система автоматически осуществляет наилучшие процессы, характеризуемые экстремумом показателя качества J .

Многомерными называются СЭУ, у которых воздействие самонастройки u_n и показатель качества J представляют собой многокоординатные векторы.

В большинстве случаев объект экстремальной системы имеет экстремальную характеристику, т. е. показатель качества управляемого процесса J при изменении управляющего воздействия u_n должен иметь экстремум. Экстремальные характеристики объекта могут получаться путем непосредственного измерения координат объекта, экстремальные значения которых принимаются за показатель качества работы системы (см. рис. 13.1).

В системах экстремального регулирования процесс поиска экстремума показателя качества начинается с принудительного изменения входного воздействия в произвольном направлении. Если в результате такого движения получено увеличение показателя эффективности J , то изменение входного воздействия u_n происходит в направлении достижения экстремума J . Если в результате

пробного движения u_h происходит уменьшение J , то следует изменить знак приращения Δu_h .

Экстремальные системы позволяют обеспечить поддержание показателя качества процесса на экстремальном значении не только при первоначальной настройке, но и при сдвиге экстремума в процессе работы.

По способу функционирования СЭУ подразделяются на системы: с запоминанием экстремума; реагирующие на знак и величину производной (с измерением производной); с непрерывным поисковым сигналом; шагового типа.

Контрольные вопросы

1. Каковы особенности систем с неполной исходной информацией об управляемом объекте?
2. Какие системы управления называются экстремальными?
3. Что является показателем качества САУ и что означает его экстремум?
4. Какие существуют методы определения градиента показателя качества САУ?
5. Какие поисковые алгоритмы используются в экстремальных системах?
6. По каким признакам классифицируются экстремальные САУ?
7. Как функционируют самонастраивающиеся системы?
8. Что представляют собой самоорганизующиеся и самообучающиеся САУ?
9. Какова структура АСУ и в чем состоят функции человека-оператора в этих системах?
10. В чем состоит принцип иерархии в АСУ?
11. Каковы особенности оптимальных САУ и какие бывают критерии оптимальности?
12. Как построены и как функционируют адаптивные САУ?
13. В чем заключается особенность работы поисковых САУ?

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

14.1. Методы экспериментальных исследований объектов

Для предварительной оценки работоспособности автоматических систем управления, а также выбора или расчета регулирующих устройств необходимо знать статистические и динамические характеристики объекта как по регулирующим, так и по возмущающим каналам, а также характер возмущающих воздействий, действующих на объект. Эти характеристики могут быть известны из математического описания объекта, полученного аналитически, а могут быть получены экспериментально. Ввиду недостаточной изученности ОУ и необходимости принимать при их математическом описании ряд упрощений в настоящее время динамические и статистические характеристики объектов, определенные экспериментально, являются наиболее достоверными. От характера возмущающих воздействий во многом зависит структура автоматических систем регулирования.

Изучение возмущающих воздействий следует производить с двух точек зрения: во-первых, оценивая, какие меры могут быть приняты для стабилизации входных величин, и, во-вторых, какими свойствами обладают те возмущения, которые не могут быть устранены до входа в объект.

Выбор метода экспериментального исследования действующего объекта определяется: характером поставленной задачи; условиями проведения опытов, допустимыми по технологическим требованиям; отклонениями исследуемой величины; характером эксплуатационных возмущений. При этом получение исходного материала возможно путем пассивного и активного экспериментирования. Метод *пассивного эксперимента* основан на регистрации контролируемых параметров процесса в режиме нормальной работы объекта, без внесения каких-либо преднамеренных возмущений. Метод *активного эксперимента* подразумевает использование определенных искусственных возмущений, вводимых в объект по заранее спланированной программе.

Введение искусственных возмущений позволяет целенаправленно и быстро вскрывать нужные зависимости между параметрами. Однако для того чтобы исключить влияние естественного шума, величина искусственных возмущений должна быть значительной. Для многих объектов введение таких искусственных возмущений

оказывается недопустимым, так как при этом возможны срывы технологического режима. Кроме того, в течение эксперимента значения неуправляемых переменных должны достаточно твердо выдерживаться на заданном уровне, чтобы исключить возможность возникновения режимов, не предусмотренных программой эксперимента. Во всех случаях определенные преимущества имеет метод пассивного эксперимента. Однако результаты, полученные на основании данных метода пассивного эксперимента, будут справедливы только для наблюдавшегося диапазона изменения переменных.

Объем экспериментальных работ существенно зависит от цели исследования. Так, для выбора регулятора и определения оптимальной его настройки достаточно определить частотные или переходные характеристики объекта по регулирующему каналу при максимальной, средней и минимальной нагрузках (если характеристики зависят от нагрузок). Для оценки максимальной ошибки регулирования в дополнение к этому необходимо определить переходную характеристику по каналу от наиболее опасного возмущающего воздействия.

При исследовании объектов с несколькими взаимосвязанными регулируемыми величинами необходимо определить его статистические и динамические характеристики для всех возможных режимов работы и с учетом всех источников возмущений.

14.2. Определение статических характеристик объектов управления

Перед постановкой эксперимента по определению характеристик объекта производится подготовка и планирование эксперимента. Подготовка к проведению эксперимента начинается с предварительного изучения конструкции и технологических режимов работы объекта; при этом выявляют основные входные возмущающие и управляющие воздействия, а также выходные управляемые и контролируемые величины. Кроме того, определяют допустимые пределы отклонения выходных величин и уровень естественных шумов. На основании предварительных сведений составляют структурную схему объекта, на которой изображают основные входные $x_1 \dots x_5$ и выходные y_1 и y_2 величины объекта, а также каналы связи между ними. До начала основных экспериментов проводят предварительные опыты для определения необходимых и характерных для данного объекта точек измерений, максимального времени переходных процессов по каналам возмущающих воздействий, количества и частоты повторных измерений и т.д.

При определении статических характеристик методом активного эксперимента через определенные промежутки времени Δt

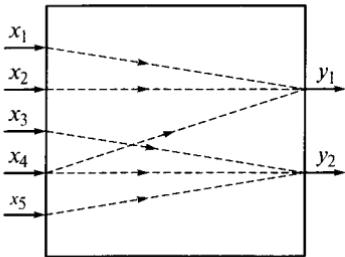


Рис. 14.1. Структурная схема объекта

величины на каждом интервале времени Δt . Аналогичную серию опытов для одной и той же выходной величины проводят при изменении другого входа. В общем виде статические характеристики объекта по рис. 14.1 должны иметь следующие зависимости:

$$y_1 = f(x_1, x_2, x_4); \quad y_2 = f(x_3, x_4, x_5).$$

Для оценки линейности автоматизированной системы управления может оказаться достаточным получение статических характеристик объекта следующего вида (с одним входом и одним выходом):

$$y_1 = f(x_1); \quad x_2 = \text{const}; \quad x_4 = \text{const};$$

$$y_1 = f(x_2); \quad x_1 = \text{const}; \quad x_4 = \text{const};$$

$$y_1 = f(x_4); \quad x_1 = \text{const}; \quad x_2 = \text{const}.$$

В процессе эксперимента значения входных и выходных величин определяются с некоторыми погрешностями, обусловленными наличием естественных шумов и помех, погрешностью измерительной аппаратуры и т. д. Удовлетворительный результат при нахождении статических характеристик получается при определении за длительный период выходной величины при каждом значении входной величины и многократном повторении опыта.

Определение статических характеристик методом активного эксперимента является трудоемким процессом и часто сопряжено с нарушением нормального хода ТП. Однако этот метод часто используется в практике, так как в большинстве случаев дает положительный результат. Метод активного эксперимента неосуществим в случаях, когда по условиям ТП нельзя нарушать режим. В этих случаях для определения статических характеристик используют метод пассивного эксперимента. Метод пассив-

задают приращения одной из входных величин, поддерживая остальные входные величины постоянными. Время наблюдения выбирают из условия

$$\Delta t \geq (1,5 \dots 2) T_n,$$

где T_n — максимальная длительность переходного процесса в системе.

Входную величину последовательно изменяют от минимального до максимального значения. При этом регистрируют изменения выходной величины на каждом интервале времени Δt . Аналогичную серию

опытов для одной и той же выходной величины проводят при изменении другого входа. В общем виде статические характеристики объекта по рис. 14.1 должны иметь следующие зависимости:

$$y_1 = f(x_1, x_2, x_4); \quad y_2 = f(x_3, x_4, x_5).$$

Для оценки линейности автоматизированной системы управления может оказаться достаточным получение статических характеристик объекта следующего вида (с одним входом и одним выходом):

$$y_1 = f(x_1); \quad x_2 = \text{const}; \quad x_4 = \text{const};$$

$$y_1 = f(x_2); \quad x_1 = \text{const}; \quad x_4 = \text{const};$$

$$y_1 = f(x_4); \quad x_1 = \text{const}; \quad x_2 = \text{const}.$$

В процессе эксперимента значения входных и выходных величин определяются с некоторыми погрешностями, обусловленными наличием естественных шумов и помех, погрешностью измерительной аппаратуры и т. д. Удовлетворительный результат при нахождении статических характеристик получается при определении за длительный период выходной величины при каждом значении входной величины и многократном повторении опыта.

Определение статических характеристик методом активного эксперимента является трудоемким процессом и часто сопряжено с нарушением нормального хода ТП. Однако этот метод часто используется в практике, так как в большинстве случаев дает положительный результат. Метод активного эксперимента неосуществим в случаях, когда по условиям ТП нельзя нарушать режим. В этих случаях для определения статических характеристик используют метод пассивного эксперимента. Метод пассив-

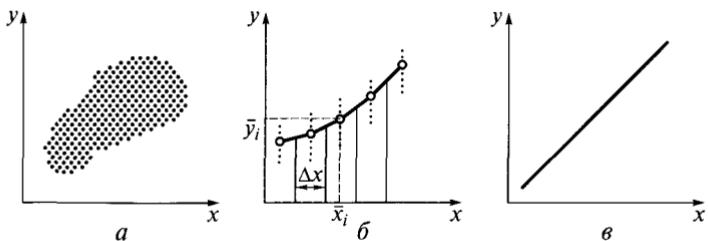


Рис. 14.2. Построение линий регрессии:

а — поле корреляции; *б* — трансформированное поле корреляции; *в* — линия регрессии

ного эксперимента сводится к регистрации большого числа случайных изменений входных величин $x_1(t)$, $x_2(t)$ и соответствующих им изменений выходной величины $y_1(t)$. Для обработки результатов наблюдений используется аппарат корреляционного и регрессионного анализов.

Рассмотрим зависимость между случайными величинами x и y , представленную в виде некоторой таблицы наблюдений значений x и y . Перенеся табличные значения x и y на плоскость xy , получим так называемое поле корреляции (рис. 14.2, *а*). Разобьем диапазон изменения x на m равных интервалов Δx . Все точки, попавшие в интервал Δx_i , отнесем к середине интервала \bar{x}_i ; в результате получим трансформированное поле корреляции (рис. 14.2, *б*).

Определим частные средние арифметические \bar{y}_i для каждого значения \bar{x}_i :

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} y_{ik}}{n_i},$$

где n_i — число точек, оказавшихся в интервале Δx_i ;

$$\sum_{i=1}^m n_i = N.$$

Здесь N — общее число наблюдений.

Соединим последовательно точки с координатами \bar{x}_i и \bar{y}_i отрезками прямых. Полученная ломаная линия называется *эмпирической линией регрессии* $у$ по x , она показывает, как в среднем меняется y с изменением x . Предельное положение эмпирической линии регрессии, к которому она стремится при неограниченном увеличении числа наблюдений и одновременном уменьшении Δx , называется *пределной теоретической линией регрессии*, или *линией*

регрессии (рис. 14.2, в). Ее нахождение по результатам конечного числа наблюдений и составляет задачу корреляционного анализа.

Уравнение линии регрессии имеет следующий вид:

$$y - y_{\text{cp}} = R_{yx} \sqrt{\frac{D_y}{D_x}} (x - x_{\text{cp}});$$

$$y_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}_i}{m}; \quad x_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m};$$

$$R_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^m (\bar{y}_i - y_{\text{cp}})(\bar{x}_i - x_{\text{cp}})}{(m-1)\sqrt{D_x D_y}};$$

$$D_y = \frac{\sum_{i=1}^m (\bar{y}_i - y_{\text{cp}})^2}{m-1}; \quad D_x = \frac{\sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - x_{\text{cp}})^2}{m-1},$$

где y_{cp} , x_{cp} — средние значения переменных; m — число точек построения эмпирической линии регрессии, равное числу интервалов Δx .

Тесноту исследуемой связи оценивает коэффициент корреляции R_{yx} . Если $R_{yx} = |1|$, то связь между y и x является функциональной; если $R_{yx} = 0$, то корреляция между y и x отсутствует; чем больше R_{yx} , тем теснее корреляционная связь, тем точнее по значениям x можно предсказать значения y .

Изложенные принципы справедливы и в том случае, когда исследуется зависимость y от нескольких параметров, а именно:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n.$$

В этом случае рассматривают уже не линию регрессии, а плоскость или гиперплоскость регрессии.

Для определения коэффициентов a_0, \dots, a_n составляют журнал наблюдений.

Все переменные переводятся в стандартизованный масштаб по формулам

$$\varepsilon_{y_i} = \frac{y_i - y_{\text{cp}}}{\sigma_y}; \quad \varepsilon_{x_j} = \frac{x_{ji} - x_{j\text{cp}}}{\sigma_{x_j}},$$

где y_{cp} , $x_{j\text{cp}}$ — средние значения соответствующих переменных; σ_y , σ_{x_j} — среднеквадратичные значения отклонений соответствующих переменных.

14.3. Определение динамических характеристик объектов управления

При подготовке и планировании эксперимента проводят анализ полученных статических характеристик. По статическим характеристикам выбирают линейные режимы работы объекта и значения допустимых входных воздействий. Для проведения эксперимента оснащают объект необходимой контрольно-измерительной аппаратурой. При экспериментах желательно применять измерительную и регистрирующую аппаратуру с линейными статическими и хорошими динамическими характеристиками, обеспечивающими постоянство АФЧХ в диапазоне рабочих частот объекта (от нуля до частоты среза ω_{cp}).

Аналогичные требования предъявляют и к датчикам, предназначенным для измерения входной и особенно выходной величин. При определении динамических характеристик объектов целесообразно применять датчики, используемые в автоматизированных системах регулирования. В этом случае знать динамические характеристики датчиков не обязательно. При планировании эксперимента выбирают метод исследования динамики объекта, а также вид испытательного детерминированного (с заранее известным характером изменения) воздействия. Для приближенного определения динамических характеристик обычно применяют метод переходных функций.

Этот метод прост, требует минимального количества аппаратуры и позволяет получить динамические характеристики объекта за короткий промежуток времени. Если необходимо получить более точные динамические характеристики объекта, то применяют метод снятия АФЧХ путем возмущения объекта сигналами периодической формы.

14.4. Определение переходных характеристик объекта

Определение переходных характеристик объекта необходимо производить в рабочих режимах при установившихся значениях входной x_{bx0} и выходной y_{vbx0} величин объекта регулирования. Выбор значений x_{bx0} и y_{vbx0} не имеет принципиального значения только для объектов с линейной статической характеристикой.

Перед началом опыта стабилизируют все существенные входные воздействия. При невозможности стабилизации возмущающих воздействий следует попытаться установить среднюю частоту их появления и сравнить с грубой оценкой времени затухания переходного процесса T_n , которую определяют из анализа диаграмм

эксплуатационных регистрирующих приборов, чтобы выяснить возможность определения переходной характеристики $h(t)$ между моментами возникновения возмущений. Регистрацию входных и выходных величин можно производить с помощью как стандартных приборов, так и специальной аппаратуры, разработанной для снятия динамических характеристик.

В схеме автоматизации со стандартными приборами используется простейшая аппаратура, но проведение эксперимента осложняется необходимостью синхронизации записи на диаграммах нескольких приборов, увеличения масштаба записи и т.д. Предпочтительнее схемы, в которых для записи всех входных и выходных величин применяется один многоточечный регистрирующий прибор. Такие схемы особенно необходимы, если находят характеристики объекта с несколькими регулируемыми величинами, так как в этом случае экспериментальное определение динамических характеристик одноточечными промышленными приборами усложняется по мере увеличения числа параметров, влияющих на переходный процесс в объекте.

Точность обработки данных эксперимента во многом зависит от класса точности аппаратуры, предназначенной для измерения выходных величин. Если эксперимент проводится в условиях, когда нельзя стабилизировать источники случайных помех и шумов, или динамические свойства существенно изменяются во времени, то для записи переходной характеристики можно использовать стандартные регистрирующие приборы классов 1,0...2,0 и скоростью пробега кареткой шкалы за 0,5...1,0 с. Вообще же целесообразно применять автоматические регистрирующие приборы классов 0,2...0,5 с прямоугольной шкалой и минимальной зоной нечувствительности.

При планировании эксперимента оценивают время проведения одного опыта и определяют необходимое число опытов. Если динамика объекта исследуется в условиях отсутствия помех и случайных флюктуаций, то на каждом рабочем режиме следует снимать не менее четырех переходных характеристик; при наличии шумов рекомендуется записывать до 10 переходных характеристик.

При определении переходной характеристики на вход объекта наносят возмущение заданной формы, делают отметку времени на диаграммной бумаге и ведут постоянное наблюдение за характером изменения выходной величины. При исследовании статических объектов (с самовыравниванием) изменение выходной величины после нанесения возмущения записывают до установления нового состояния равновесия. При исследовании объектов, содержащих интегрирующие звенья (без самовыравнивания), запись производится до получения четкого участка переходной функции с установленвшейся в допустимых пределах скоростью изменения регулируемой величины.

Если при исследовании динамических характеристик промышленных объектов на последние действуют случайные возмущения, то во время эксперимента регистрируют некоторую функцию $z(t)$, состоящую из случайного сигнала $f(t)$ и полезного сигнала $h(t)$:

$$z(t) = h(t) + f(t).$$

Как правило, случайный сигнал $f(t)$ имеет нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием. Примерный вид такого переходного процесса, искаженного помехой, показан на рис. 14.3, *a*. Для выделения истинной переходной характеристики используют различные методы сглаживания. Наиболее простым из них является сглаживание переходных функций скользящим усреднением (рис. 14.3, *б*). Метод скользящего усреднения заключается в том, что на некотором интервале времени $l\Delta t$ (l — любое целое число, лучше четное) осуществляют последовательное усреднение ординат z_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) по формуле

$$h_{i+l/2}^* = \frac{1}{l+1} \sum_{\beta=0}^l z_{i+\beta},$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, n - l$; h^* — ординаты оценки переходной характеристики $h(t)$.

Интервал $l\Delta t$ называют *памятью линейного фильтра*. Этот фильтр не пропускает или существенно ослабляет гармоники функции $z(t)$ с частотой выше $2\pi/l\Delta t$. При правильном выборе l выделение переходной функции $h(t)$ может быть выполнено достаточно точно. Уменьшение памяти относительно оптимального значения ведет к недостаточному выравниванию экспериментальных данных,

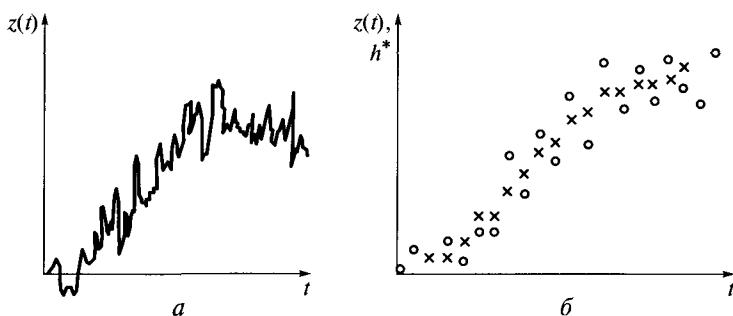


Рис. 14.3. Переходный процесс:

а — искаженный случайной помехой; *б* — сглаживание переходной функции; точками отмечены экспериментальные данные; крестиками — результаты сглаживания скользящим усреднением

а увеличение — к искажению существенных особенностей $h(t)$ и потере части ординат h_i^* с индексами

$$i \leq \frac{l}{2} - 1 \text{ и } i \geq n - \frac{l}{2} + 1.$$

Так как начальный участок $h(t)$ определяет структуру передаточной функции объекта, а конечный — коэффициент усиления объекта, то для сглаживания скользящим усреднением необходимо начинать регистрацию $z(t)$ несколько раньше момента внесения возмущения и прекращать при $t > T_n$. По этим же соображениям для сглаживания $z(t)$ вначале берут $l = 2 \dots 4$, затем визуально оценивают $h^*(t)$ и, если необходимо, увеличивают l .

Пример 14.1. Выполнить сглаживание переходной характеристики $z(t)$, снятой экспериментально. Измерения производились в точках z_i при $i = 0, 1, \dots, 19$ через $\Delta t = 40$ с.

Решение. Выберем $l = 4$. При этом будут потеряны ординаты с индексами

$$i \leq \frac{4}{2} - 1 = 1 \text{ и } i \geq 19 - \frac{4}{2} + 1 = 18,$$

т.е. h_0^* , h_1^* , h_{18}^* и h_{19}^* .

По выражению найдем ординату h_2^* переходной характеристики:

$$\begin{aligned} h_{0+\frac{4}{2}}^* &= h_2^* = \frac{1}{4+1} \sum_{\beta=0}^4 z_{0+\beta} = \\ &= \frac{1}{5}(z_0 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4) = \frac{1}{5}(1 + 4 + 0 + 5 + 2) = \frac{12}{5} = 2,4. \end{aligned}$$

Таблица 14.1

Сглаживание переходных характеристик скользящим усреднением при $l = 4$

i	t	z_i	$h_{i+l/2}^*$	i	t	z_i	$h_{i+l/2}^*$
0	0	1	—	10	400	20	21,8
1	40	4	—	11	440	30	26,4
2	80	0	2,4	12	480	23	27,8
3	120	5	3,8	13	520	37	30,6
4	160	2	4,4	14	560	29	30,8
5	200	8	8,4	15	600	34	33,6
6	240	7	10,2	16	640	31	32,8
7	280	20	14,2	17	680	37	33,0
8	320	14	16,6	18	720	33	—
9	360	22	21,2	19	760	30	—

Ордината h_3^* будет составлять:

$$h_{1+4}^* = h_3^* = \frac{1}{5} \sum_{\beta=0}^4 z_{1+\beta} = \frac{1}{5} (z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5) = \frac{1}{5} (4 + 0 + 5 + 2 + 8) = \frac{19}{5} = 3,8.$$

Остальные ординаты находятся аналогично. Результаты расчетов $h_{i+1/2}^*$ приведены в табл. 14.1. Графическое изображение результата сглаживания приведено на рис. 14.3, б.

Кроме рассмотренного метода для сглаживания экспериментальных функций применяются метод четвертных разностей, с помощью рядов Фурье и степенных многочленов, которые наиболее полно изложены в специальной литературе.

14.5. Определение частотных характеристик объекта

Проведение экспериментов по определению АФЧХ с помощью периодических воздействий связано с большими техническими трудностями, так как продолжительность опыта на одной и той же частоте ω в среднем в 5–10 раз больше, чем время установления переходной функции $h(t)$. В связи с этим необходимо тщательно стабилизировать источники возмущений, контролировать смещение средней линии выходных колебаний. Эксперимент заключается в том, что испытательное периодическое воздействие с заданным периодом T подают на вход объекта до тех пор, пока на его выходе не установятся колебания выходной величины $y(t)$ с частотой $\omega = 2\pi/T$. Признаком установившихся колебаний выходной величины $y(t)$ является совпадение колебаний на 3...5 периодах, при этом общая продолжительность опытов равна $(6\dots 15)T$.

Эксперимент следует начинать с определения переходной характеристики объекта для получения коэффициентов АФЧХ на нулевой частоте ($\omega = 0$). Затем на вход объекта подают колебания с частотой ω_n , при которой сдвиг фаз между входными и выходными колебаниями составляет 180° . Для нахождения ω_n достаточно ввести объект в режим двухпозиционного регулирования с зоной нечувствительности, равной нулю. Двухпозиционное регулирование является верхним пределом диапазона рабочих частот для систем с ПИ-регулятором. Далее следует снять частотную характеристику в диапазоне рабочих частот процесса регулирования, например при частотах, равных 0,8; 0,6; 0,4 частоты двухпозиционного регулирования. При проведении эксперимента целесообразно записывать колебания входной и выходной величин на одной диаграммной бумаге.

Важным фактором при планировании эксперимента является выбор испытательного периодического воздействия $x(t)$. Желатель-

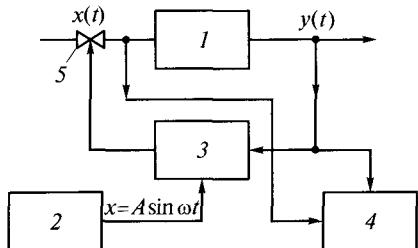


Рис. 14.4. Структурная схема снятия частотных характеристик объекта с использованием автоматического регулятора:

1 — объект; 2 — генератор колебаний; 3 — регулятор; 4 — регистрирующий прибор; 5 — регулирующий орган

ным видом входных возмущений являются синусоидальные колебания. В линейной системе колебания на выходе объекта могут отличаться от колебаний на входе только по значениям амплитуды и фазы. Чтобы получить АФЧХ объекта при синусоидальных колебаниях, достаточно сравнить выходные и входные колебания для ряда различных частот ω . В общем случае применение синусоидальных воздействий $x(t) = A \sin \omega t$ упрощает последующую обработку результатов эксперимента, однако для создания таких сигналов необходим специальный генератор колебаний.

Испытательные сигналы типа $A_{\text{вх}} \sin \omega t$ при экспериментальном определении АФЧХ удобно применять на объекте, на котором смонтирована автоматизированная система регулирования выходной величины $y(t)$, имеющая в законе регулирования $x(t)$ интегральную составляющую. При этом структурная схема снятия частотных характеристик объекта с использованием автоматического регулятора самой системы имеет вид, показанный на рис. 14.4. При проведении эксперимента регулятор 3 опытным путем настраивают таким образом, чтобы переходные процессы в системе затухали достаточно быстро. Затем на задатчик регулятора подают синусоидальный сигнал и регистрируют установившиеся колебания $x(t)$ и $y(t)$. Система управления будет следящей относительно сигнала генератора колебаний 2. При этом, если условная частота среза объекта 1 лежит в области рабочих частот регулятора, вынужденные колебания выходной величины $y(t)$, а при низких частотах и входного сигнала $x(t)$, будут гармоническими даже при наличии нелинейностей в регулирующем органе 5. Достоинствами такой схемы являются отсутствие дрейфа оси колебаний выходной величины и обеспечение сохранения хода технологического режима, так как в процессе проведения опытов автоматически поддерживается в среднем нормальный режим работы объекта. Для упрощения опытов удобно возбуждать на входе в объект периодические колебания в виде прямоугольной (для мембранных исполнительных механизмов) или трапецидальной волны (при использовании исполнительных механизмов с постоянной скоростью).

Метод прямоугольной волны не требует применения генератора колебаний и линеаризации расходной характеристики регулирующего органа. Периодические колебания в виде прямоугольной

волны могут создаваться вручную любым регулирующим органом, имеющимся на входе исследуемого объекта. Однако при использовании этого метода в некоторых случаях при обработке результатов опытов приходится разлагать в ряд Фурье колебания входных и выходных величин.

При снятии АФЧХ методом прямоугольной волны возможны два способа.

1. На вход объекта подают прямоугольные периодические колебания с постоянным периодом. После двух-трех колебаний на выходе измеряют амплитуду колебаний и их сдвиг по фазе относительно входных колебаний. Затем изменяют период входных колебаний, не изменяя амплитуды, и снова после двух-трех колебаний измеряют амплитуду и фазу выходных колебаний. Опыт повторяется на каждой точке АФЧХ. Существенным недостатком этого способа является дрейф средней линии колебаний, особенно при наличии в объекте интегрирующих элементов или нестабилизированных источников помех и шумов.

2. На вход объекта подают постоянное воздействие $x(t) = +A$ и при отклонении выходной величины на $y(t) = +M$ (рис. 14.5, кривая 1) скачком изменяют входное воздействие до значения $x(t) = -A$. При уменьшении выходной величины до значения $y(t) = -M$ вновь скачком устанавливают значение входной величины $x(t) = +A$. В дальнейшем опыт повторяется (см. рис. 14.5, кривые 2, 3). Так как по этому принципу работают двухпозиционные регуляторы при зоне неоднозначности, равной $2M$, этот способ снятия частотных характеристик часто называют методом двухпозиционного регулирования.

При снятии частотных характеристик методом двухпозиционного регулирования вследствие инерционности объекта регулирования после изменения знака возмущающего воздействия выходная величина продолжает некоторое время изменяться в пре-

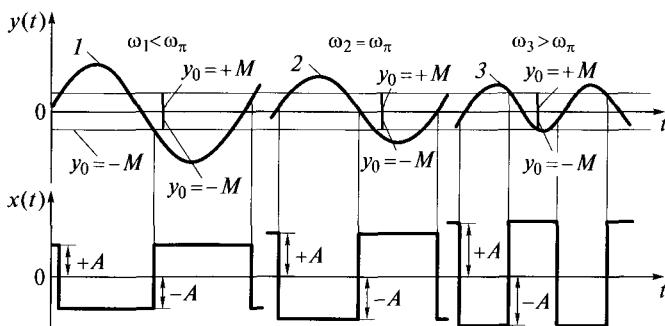


Рис. 14.5. Определение АФЧХ объекта методом прямоугольной волны при заданной зоне изменения выходной величины

жнем направлении и выходит из заданной зоны $\pm M$. Вследствие этого заданная зона должна быть меньше допустимых отклонений параметра по технологическому режиму.

Если зона изменения будет равна нулю и входное воздействие $x(t) = \pm A$ будет изменять свой знак при проходе $y(t)$ через нуль, то выходная величина $y(t)$ будет гармонически колебаться с частотой ω_π .

Если изменение знака входного воздействия будет произвольиться на границах зоны $y(t) = y_0 = \pm M$, то выходная величина будет совершать гармонические колебания с частотой $\omega \neq \omega_\pi$.

При этом, если изменение знака входного воздействия производить при входе выходных колебаний в зону $y_0 = \pm M$, частота колебаний $y(t)$ будет больше ω_π , а если изменение знака $x(t)$ производить при входе $y(t)$ из зоны $y_0 = \pm M$, частота колебаний $y(t)$ будет меньше ω_π . Степень уменьшения и увеличения колебаний $y(t)$ возрастет при увеличении зоны $y_0 = \pm M$. Таким образом, при каждом фиксированном значении y_0 , методом двухпозиционного регулирования можно снять значения частотных характеристик в двух точках: при $\omega_1 < \omega_\pi$ и $\omega_3 > \omega_\pi$. Изменением амплитуды возмущающего воздействия или ширины зоны y_0 можно получить колебания выходной величины требуемой частоты.

Обработка записей входных и выходных синусоидальных колебаний начинается с выбора нескольких периодов установившихся колебаний и проведения средних линий $x = 0$ и $y = 0$ (рис. 14.6). Значения АФЧХ $A(\omega_i)$ определяются как отношение диапазонов входных Δx_i и выходных Δy_i колебаний для данной частоты ω_i :

$$A(\omega_i) = \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}.$$

Вычисление АФЧХ проводят для нескольких периодов и определяют среднее арифметическое значение $A(\omega_i)$. Значение ω_i также

находят из графиков функций $x(t)$ и $y(t)$. Для этого измеряют несколько периодов T входных и выходных колебаний и определяют средние значения периода и частоты. Для нахождения фазового сдвига определяют отрезок времени ΔT между моментами пересечения $x(t)$ и $y(t)$ средних значений $x = 0$ и $y = 0$ в одном и том же направлении. Величины усредняют по нескольким измерениям и выясняют значение фазочастотной характеристики $\phi(\omega)$ на данной частоте $\phi(\omega_i) = (\Delta T/T)360^\circ$.

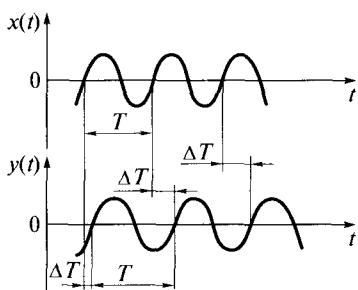


Рис. 14.6. Обработка входных и выходных колебаний

После определения значений $A(\omega)$ и $\phi(\omega)$ на всех частотах строят годограф АФЧХ. При наличии разброса отдельных значений АФЧХ сглаживают комплексную функцию. Для этого на практике прибегают к выравниванию точек годографа АФЧХ от руки или осуществляют сглаживание частотных характеристик, например с помощью метода наименьших квадратов.

Если испытательный сигнал имел форму прямоугольной волны или входные и выходные колебания искажены шумами и помехами, то обработка результатов эксперимента осуществляется разложением функций $x(t)$ и $y(t)$ в ряд Фурье. В случае хорошей фильтрации высших гармоник, что имеет место для большинства промышленных объектов, при расчете можно ограничиться первыми гармониками входных и выходных колебаний. Первые гармоники из колебаний, искаженных шумами, удобно выделять по методу двенадцати ординат, который заключается в следующем. Период анализируемого колебания разбивают на 11 равных частей и от произвольного уровня измеряют ординаты $y(t_i) = y(i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, 11$. Разложение функции в ряд Фурье имеет следующий вид:

$$y(t) \approx a_0 + b_1 \sin \frac{2\pi}{T} t + a_1 \cos \frac{2\pi}{T} t_1.$$

Коэффициент разложения находят из выражений

$$a_0 = \frac{1}{12} \sum_{i=0}^n y(i);$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{6} \left\{ y(11) - y(5) + 0,5 [y(1) + y(9) - y(3) - y(7)] + \right. \\ &\quad \left. + 0,866 [y(0) + y(10) - y(4) - y(6)] \right\}; \\ b_1 &= \frac{1}{6} \left\{ y(2) - y(8) + 0,5 [y(0) + y(4) - y(6) - y(10)] + \right. \\ &\quad \left. + 0,866 [y(1) + y(3) - y(7) - y(9)] \right\}. \end{aligned}$$

Коэффициент a_0 определяет среднюю линию, относительно которой совершаются гармонические колебания.

Коэффициенты a_1 и b_1 определяют амплитуду колебаний относительно средней линии. Обозначив эти коэффициенты для функции $y(t)$ для различных частот a_{iy} и b_{iy} , а для функции $x(t)$ соответственно a_{ix} и b_{ix} , находят значение АЧХ на частоте

$$A(\omega_i) = \sqrt{\frac{a_{iy}^2 + b_{iy}^2}{a_{ix}^2 + b_{ix}^2}}.$$

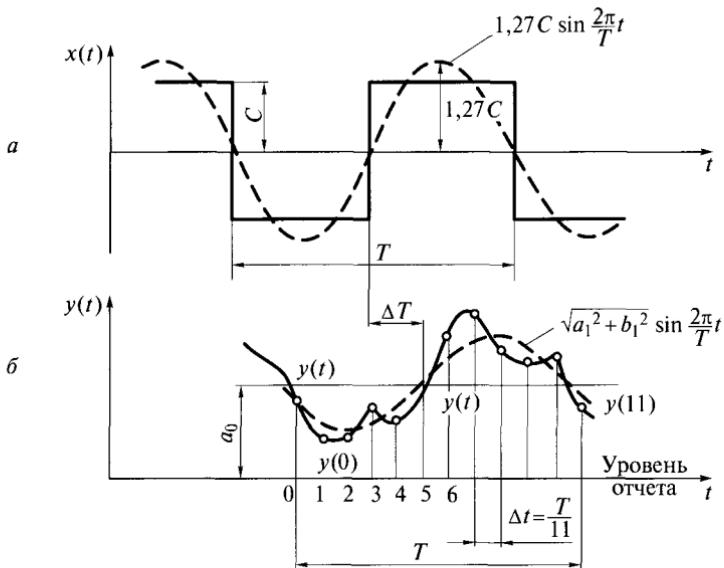


Рис. 14.7. Обработка результатов исследования АФЧХ методом двенадцати ординат:
а — входные колебания; *б* — выходные колебания

Отставание колебаний $y(t)$ от $x(t)$ во времени и значение фазочастотной характеристики $\varphi(\omega)$ находят обычным способом. На рис. 14.7 показаны входные (рис. 14.7, *а*) периодические и выходные (рис. 14.7, *б*) колебания, искаженные шумом, а также первые гармоники их разложения в ряд Фурье.

Контрольные вопросы

1. Чем определяется выбор метода экспериментального исследования объекта управления?
2. Чем отличаются методы пассивного и активного эксперимента при исследовании объектов управления?
3. Как определяются экспериментально статические характеристики объектов управления?
4. Что такое «поле корреляции» и «трансформированное поле корреляции» при обработке данных эксперимента?
5. Каким образом ведется построение эмпирической и теоретической линий регрессии?
6. Как оценивается теснота исследуемой связи с помощью коэффициента корреляции?
7. Каким методом определяются динамические характеристики объекта управления?
8. Какие существуют способы определения переходных характеристик объекта?

9. Как осуществляется сглаживание переходных характеристик, иска-
женных помехами?
10. Что представляет собой метод скользящего ускорения?
11. Как экспериментально определяются частотные характеристики
объектов регулирования?
12. Что такое «метод двухпозиционного управления»?
13. Как определяется АФЧХ объекта методом прямоугольной волны?

ЧЕЛОВЕК-ОПЕРАТОР В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ

15.1. Человек-оператор как звено системы управления

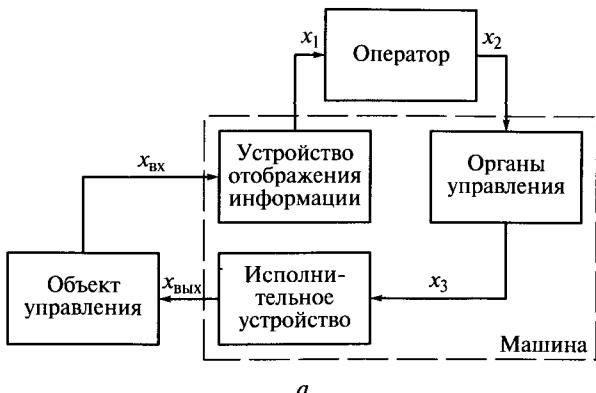
Сложные системы автоматики представляют собой совокупность технических устройств и людей, занятых эксплуатацией этих устройств. Эту совокупность принято называть системой «человек—машина». Весьма распространенным является случай, когда взаимодействие с машиной осуществляется одним человеком, которого обычно называют *оператором* (космонавт, пилот, рулевой и т. п.).

Рассмотрим простейшую одноконтурную замкнутую систему управления «человек—машина», изображенную на рис. 15.1, а. Здесь человек-оператор замыкает цепь воздействия в системе управления, являясь звеном этой системы. Процесс управления в этой системе осуществляется как ряд переходов воздействий от одного звена системы к другому ($x_{\text{вх}}, x_1, x_2, x_3, x_{\text{вых}}$). При этом состояние любого звена влияет на все остальные и, в свою очередь, зависит от них.

В структуру более совершенных систем управления включаются подсистемы автоматического регулирования САР (рис. 15.1, б). Основными функциями оператора становится контроль за работой САР, предупреждение и профилактика аварий, выявление возникающих неисправностей и т. п. При нормальной работе САР оператор ограничивается наблюдением за состоянием управляемых объектов. Когда же САР не справляется с задачей, оператор вынужден активно вмешиваться в процесс управления.

К современным человекомашинным системам относятся УВМ, которые включаются вместо САР на рис. 15.1, б и осуществляют управление объектом по оптимальной программе, предупреждают аварии, сигнализируют о нарушениях процесса с указанием места их возникновения, освобождая оператора от многих функций. Основной задачей оператора становится контроль за работой УВМ. При выходе УВМ из строя оператор берет на себя и функции управления.

С развитием техники ряд сложных функций, с одной стороны, переходит от человека к машине, что расширяет круг задач, решаемых системами, с другой стороны, с увеличением числа и усложнением машин, включаемых в процесс управления, становится настоятельно необходимым интегрировать их работу. Функции интегрального звена системы управления ложатся на опера-



a



b

Рис. 15.1. Структуры систем «человек — машина»:

a — с человеком-оператором, *б* — подсистемой автоматического регулирования

тора, а это означает, что относительная роль человека в системах управления возрастает.

Оптимизацией взаимодействия человека-оператора и технических устройств занимается инженерная психология. Эта область знаний получила большое развитие за последние десятилетия, особенно в связи с реализацией программ космических исследований и разработкой военной техники.

Свойства систем управления определяются характеристиками входящих в них звеньев. Из всех характеристик оператора наибольшее влияние на работу систем управления оказывают динамические свойства оператора. Так, в случае одноконтурной систе-

мы управления (см. рис. 15.1, а) динамические свойства системы будут определяться временем полного цикла управления (временем прохождения сигнала по контуру «человек — машина»):

$$t_{\text{у.у}} = \sum_{i=1}^n t_i + t_{\text{оп}},$$

где n — общее число машинных звеньев; t_i — время задержки сигнала в i -м машинном звене системы; $t_{\text{оп}}$ — время задержки сигнала оператором (от момента поступления сигнала до ответа на него действием).

Величина $t_{\text{оп}}$ лежит в пределах 100...500 мс и более и, как правило, существенно превышает суммарное время задержки в машинных звеньях.

В первом приближении время задержки $t_{\text{оп}}$ складывается из так называемого *латентного периода реакции* $t_{\text{л}}$, т. е. времени от момента появления сигнала до начала ответной реакции (движения) оператора, и *времени моторного компонента* $t_{\text{м}}$, т. е. длительности ответного движения.

Значение латентного периода неодинаково для сигналов (раздражений), действующих на различные органы чувств (анализаторы) человека, иными словами, для раздражителей различной модальности. Далее приводятся величины средних латентных периодов $t_{\text{л}}$, мс, для различных видов анализаторов (сигнал — раздражитель) и возбуждений средней интенсивности:

Зрительный (свет)	150 ... 220
Слуховой (звук)	120 ... 180
Тактильный (прикосновение)	90 ... 220
Обонятельный (запах)	310 ... 390
Температурный (тепло и холод)	280 ... 1 600
Болевой		130 ... 890

Таким образом, запаздывание, вносимое оператором в цепь управления, намного превосходит запаздывание в машинной части (элементах) системы управления (электрических, пневматических и т. п.) и является определяющим для оценки результирующего запаздывания в системе (контуре) управления. Оператору как звуку системы управления присуще, прежде всего, «чистое» (латентное) запаздывание.

Звено с постоянным запаздыванием воспроизводит на выходе входную величину как идеальное статическое звено, но выходная величина запаздывает относительно входной на постоянное время τ , т. е.

$$x_{\text{вых}} = x_{\text{вх}}(t - \tau).$$

Передаточная функция подобного звена имеет следующий вид:

$$W(p) = \exp(-\tau p).$$

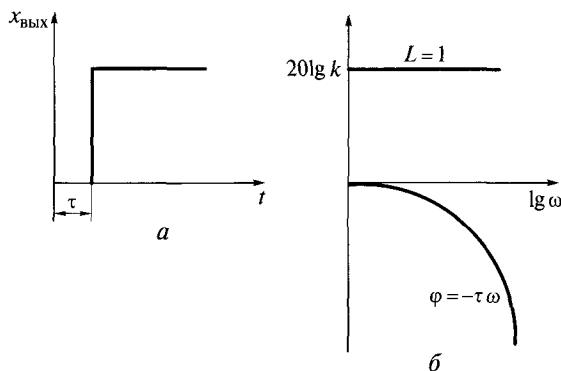


Рис. 15.2. Динамические характеристики оператора:
а — переходная характеристика; б — ЛФЧХ и ЛАЧХ

На рис. 15.2, а показана переходная характеристика звена с постоянным запаздыванием, а на рис. 15.2, б — логарифмические фазочастотная и амплитудно-частотная характеристики.

Латентный период определяется не только характеристиками анализаторов, но и интенсивностью возбуждения (величиной входного сигнала). Чем сильнее раздражитель, т. е. чем больше $x_{вх}$, тем меньше длительность латентного периода t_p . Таким образом, человек-оператор является нелинейным звеном системы управления. Лишь сверхсильные раздражения вызывают охранное торможение.

С увеличением интенсивности возбуждения возрастают также скорость и ускорение ответного движения, т. е. сокращается время моторного компонента. Зависимость времени реакции человека t_p от интенсивности сигнала может быть выражена соотношением

$$t_p = \frac{a}{in} + t_{min},$$

где a — переменная часть времени реакции; i — интенсивность сигнала-раздражителя; n — величина, зависящая от конкретных характеристик сигналов и условий эксперимента; t_{min} — минимальное время реакции в оптимальных условиях.

В отличие от машинных звеньев, реализующих, как правило, определенный (жесткий) закон преобразования сигналов, оператор способен обучаться разнообразным реакциям на полученные сигналы, в частности реакции статического и астатического звена, корректировать действия по скорости изменения сигнала, дозировать действия пропорционально значениям сигналов или осуществлять некоторые нелинейные преобразования.

Остановимся на операции наблюдения показателей на зрительном индикаторе. Время наблюдения можно выразить соотношением

$$t_{\text{наб}} = \sum_{i=1}^k t_i n_i + \sum_{i=1}^k t_{\text{п.в.}} n_i + t_{\text{сп}},$$

где t_i — время, необходимое для оценки показаний приборов; n_i — периодичность контроля параметров, т. е. число наблюдений; k — число приборов (в частности стрелок) или других индикаторов; $t_{\text{п.в.}}$ — время, необходимое для перевода взгляда с одного прибора на другой; $t_{\text{сп}}$ — спонтанная (самопроизвольная) отвлекаемость оператора, вызванная не внешними, а внутренними причинами (явлениями).

Дискретность обращения человека-оператора к приборам должна быть согласована с частотой изменения регулируемого параметра. Если оператор обращается к приборам реже необходимого, то имеет место потеря информации, если чаще необходимого, — повышенная утомляемость оператора.

На рис. 15.3 показана связь между изменениями во времени наблюдаемого параметра, т. е. показаний прибора, и периодом дискретности наблюдения $t_{\text{наб}}$. Поскольку кривая изменения наблюдаемого параметра представляет собой функцию с ограниченным спектром и может быть построена при использовании конечного числа точек (теорема Котельникова), то значение $t_{\text{наб}}$ будет связано с наибольшей частотой f_{max} рассматриваемой функции соотношением

$$t_{\text{наб}} = \frac{1}{2f_{\text{max}}}.$$
 (15.1)

Человек-оператор воспринимает не только значения регулируемого параметра x , но и скорость \dot{x} , и ускорение \ddot{x} его изменения, поэтому в общем случае формулу (15.1) можно записать в виде

$$t_{\text{наб}} = \frac{k+1}{2f_{\text{max}}},$$

где k — порядок высшей производной.

Таким образом, наблюдение не только амплитудного параметра x , но и первой производной позволяет увеличить период дискретности измерений (наблюдений) в два раза.

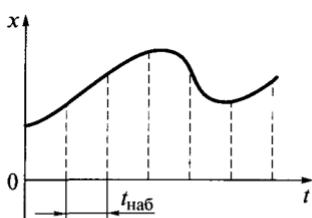


Рис. 15.3. К оценке дискретного наблюдения

Следовательно, применение приборов непрерывной информации (например, стрелочных) позволяет использовать большее $t_{\text{наб}}$, чем у индикатора дискретного типа, например счетчиков. Индикаторы типа счетчиков обеспечивают большую точность съема неизменяемых параметров, но уступают стрелочным по периоду дискретности наблюдения изменяющихся параметров.

15.2. Надежностные характеристики оператора

Человек-оператор допускает большое число ошибок при управлении сложными системами. Так, по его вине происходит около 40 % общего числа отказов при испытании ракет, 63,6 % отказов в морском флоте и до 70 % отказов в авиации. Еще в Первую мировую войну по оценке англичан из 100 погибших авиаторов два погибали от руки врага, восемь — из-за неисправностей самолета и 90 — из-за собственных ошибок. В среднем по статистическим оценкам вероятность отказа человека-оператора составляет половину вероятности отказов сложной системы в целом.

Проблема надежности действий человека изучена в психологии недостаточно. Надежность оператора зависит не только от индивидуальных особенностей и уровня его подготовки, но и от условий и методов работы, состояния нервной системы, особенно при воздействии стрессовых факторов.

По современным представлениям работоспособность человека изменяется в процессе труда по трем фазам:

1) входления в работу, когда скорость и точность действия сравнительно низки;

2) относительной устойчивости работоспособности и более высокой точности;

3) падения работоспособности, обусловленного утомлением.

Повышение надежности систем «человек — машина» обеспечивается правильной организаций режима труда и отдыха, а также подготовкой операторов, обеспечивающей умение регулировать работоспособность в зависимости от требований, диктуемых различными этапами работы.

Надежность оператора в сложной системе автоматики удобнее всего характеризовать средней интенсивностью ошибок

$$A = \frac{1}{t_{\text{раб}}} \int_0^t f(t) dt,$$

где $t_{\text{раб}}$ — длительность рабочей смены; $f(t)$ — плотность вероятности времени работы оператора до ошибки (отказа).

Для $f(t)$ справедливо

$$f(t) = f(t)_{\text{ср}} = \lim_{\substack{N_{\text{раб}} \rightarrow \infty \\ \Delta t_p \rightarrow 0}} \frac{n_{\text{ош}}}{N_{\text{раб}} \Delta t_p},$$

где $f(t)_{\text{ср}}$ — статистическое значение $f(t)$; $n_{\text{ош}}$ — общее число ошибок; $N_{\text{раб}}$ — число рабочих смен; Δt_p — длительность рабочего интервала.

Использование величины A позволяет конструктору четко ставить задачу при проектировании систем «человек — машина». Для какого-то минимального значения операций величина A будет постоянной. С ростом числа операций m величина A будет расти до тех пор, пока система окажется полностью неработоспособной. Таким образом, вес каждой из дополнительных операций в появлении ошибок возрастает и обычное правило перемножения вероятностей для независимых событий здесь неприменимо.

Если $m \leq m_{\min}$, то

$$A \sim A_0,$$

где m_{\min} — минимальное число операций, при котором интенсивность ошибок остается постоянной, равной A_0 .

При $m > m_{\min}$

$$A = A_0[\alpha_1(m - m_{\min}) + \alpha_2(m - m_{\min})^2 + \dots + \alpha_n(m - m_{\min})^n],$$

где $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ — коэффициенты полинома, зависящие от сложности выполняемых операций; n — степень полинома.

Для особо ответственных человекомашинных систем управления, когда ошибки операторов должны быть практически исключены, в систему вводится структурная избыточность. В частности, вместо одного оператора вводят двух, повторяющих одинаковые операции. В этом случае вероятность одновременного совершения одинаковых ошибок операторами определяется соотношением

$$P_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^m \left[t_i \sum_{k=1}^n (P_{Ak} P_{Bk}) \right],$$

где t_i — доля времени, необходимая для выполнения i -й операции; P_{Ak} и P_{Bk} — вероятности ошибок операторов A и B соответственно; n — число типов ошибок.

Как показали расчеты, подтвержденные экспериментом, если один оператор за 10 000 операций совершает 116 ошибок, то два оператора за 1 млн операций совершают одновременно лишь 37 ошибок, т.е. в 300 раз меньше.

15.3. Информационные характеристики оператора

Оператор может рассматриваться не только как звено системы управления, но и как «машина» по переработке информации. В этом отношении одной из основных характеристик является пропускная способность, определяемая наибольшим значением потока информации H_{\max} , который может быть обработан оператором. Принято считать, что величина H_{\max} лежит в пределах от 10 до

70 бод. Для сопоставления приведем некоторые данные: скорость чтения вслух составляет обычно 30...35 бод; чтение про себя — 45 бод; пропускная способность зрительной системы человека — 60...70 бод; счет предметов — 3 бод; сложение и умножение двух цифр — 12 бод; печатание на машинке — 16 бод. Существенным является то, что человек получает информацию не по одному, а по многим сенсорным (чувствительным) входам (каналам), используя различные анализаторы (чувствительные приборы): зрительный, слуховой, тактильный, обонятельный и др. Примерная оценка относительной доли информации, воспринимаемой различными анализаторами человека, показана на рис. 15.4, а. Как следует из приведенной диаграммы, около 85 % информации о внешнем мире человек получает с помощью зрения.

Как следствие, связь между человеком и машиной во многом зависит от зрительного восприятия предметов, их характерных признаков. Любой предмет воспринимается человеком через его форму и окраску. При этом цвет воспринимается почти мгновенно всей сетчаткой глаза, в то время как восприятие формы обычно требует рассматривания, т. е. последовательного, поочередного фокусирования изображений отдельных деталей формы в центральную ямку сетчатки глаза. Вероятность обнаружения признака предмета, характеризуемого цветом, больше, чем признака, характеризуемого формой.

Любой анализатор человека состоит из трех главных частей: рецептора, проводящих нервных путей и мозгового центра в коре большого полушария головного мозга. Основной функцией рецептора является превращение энергии действующего раздражителя

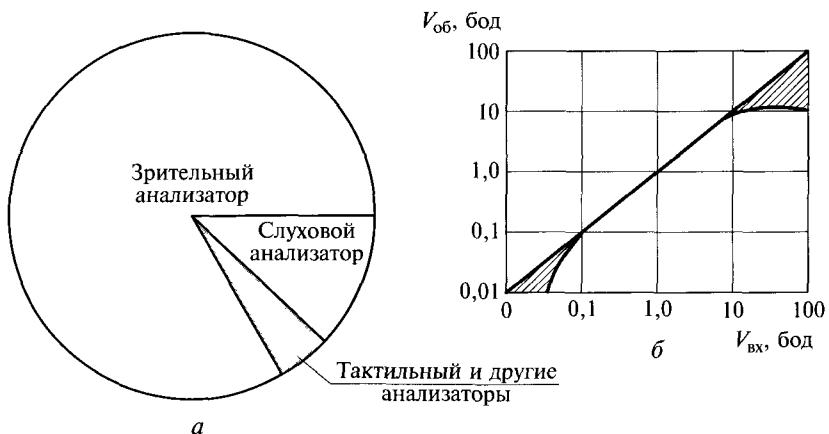


Рис. 15.4. Информационные характеристики человека:

a — доли информации, воспринимаемой анализаторами; *б* — способности оператора к обработке информации

в нервный процесс. Так, рецепторы глаза возбуждаются тогда, когда на сетчатке возникает оптическое отражение тех свойств предмета, которые проявляются при воздействии на него лучистой энергии. Для возбуждения тактильных рецепторов необходимо механическое взаимодействие с предметами (трение, давление).

Основной характеристикой анализатора является чувствительность. Здесь можно выделить две составляющих чувствительности: порог чувствительности и дифференциальный порог, или порог различения. Минимальную величину раздражителя, вызывающую едва заметное ощущение, принято называть *нижним абсолютным порогом чувствительности анализатора S* и выражать соотношением

$$S = \frac{1}{x_{\text{пор}}},$$

где $x_{\text{пор}}$ — пороговая величина раздражителя.

Величина приращения интенсивности стимула ΔI , которую следует прибавить к действующему стимулу, чтобы у субъекта возникло ощущение приоритета интенсивности, зависит от его исходной величины I . Согласно закону Вебера это отношение является постоянной величиной, т.е.

$$\frac{\Delta I}{I} = D.$$

Согласно психофизическому закону Фехнера интенсивность ощущения

$$E = D \lg I + C, \quad (15.2)$$

где D и C — постоянные; I — интенсивность раздражителя.

Как показывают экспериментальные данные, соотношение (15.2) не универсально и имеет лишь приближенное значение. Для приближенной оценки способностей оператора к переработке информации, поступающей на рецепторный вход человека, и скорости ее осмысливания (обработки) воспользуемся графиком на рис. 15.4, б. Здесь по оси абсцисс отложена скорость передачи входной информации $V_{\text{вх}}$, выраженная в битах в секунду или бодах, а по оси ординат — скорость приема и обработки информации оператором $V_{\text{об}}$.

Как следует из графика, оптимальная скорость приема и обработки информации лежит в пределах от 0,1 до 5,5 бод. Уменьшение количества информации вызывает затухание активности оператора, а увеличение уменьшает скорость приема информации. Максимальное количество информации, которое оператор может принимать длительное время, 8 бод.

Однако в решении задач человек использует самые различные каналы связи и перерабатывает информацию на самых различных уровнях. Как показал ряд исследований, чем сложнее сигналы, принимаемые человеком, тем большее количество информации он может переработать (естественно до определенных пределов).

Следует иметь в виду, что человек адаптируется как при приеме, так и при переработке информации. Как следствие, он способен к осуществлению «гибких» операций, в то время как машина действует по «жесткой» программе.

Оператор превосходит машину в обнаружении сложных звуковых и слуховых сигналов. Сенсорные каналы человека различают звуки от 20 до 20 000 Гц. У многих людей верхний предел частоты может быть ниже 10 000 Гц, при этом разрешающая способность лежит в пределах 3 Гц. Минимальная воспринимаемая человеком длительность звуков (щелчок) составляет около 1 мс. Человек может услышать звук чуть громче уровня молекулярного шума воздуха, т. е. среагировать на энергию 10^{-20} Дж/ м^2 .

Человек различает световые сигналы в диапазоне от 300 до 1 000 мкм, т. е. исключительно малую часть электромагнитного спектра, но наилучшая чувствительность лежит в пределах 500...600 мкм, т. е. в зелено-желтой области. Разрешающая способность по интенсивности — 1 %, по изменению формы — до 0,5', по изменению длины волны — в 1 мкм (10 Å). Человек в состоянии длительно хранить большой объем информации и использовать эту информацию в нужный момент времени. Человек сравнительно легко справляется с задачей фильтрации полезного сигнала на фоне шумов. Ценным качеством человека является умение формировать индуктивные умозаключения на основе даже отрывочной информации.

Далее приведены некоторые информационные характеристики оператора:

Пропускная способность зрительного анализатора, бод	До 70
Острота зрения — разрешающая способность ('):	
прямо перед оператором	0,5...1,0
в сторону под углом 10°	10
в сторону под углом 30°	25
Время передачи светового возбудителя к мозгу, с	0,03...0,3
Среднее время, необходимое для нацеливания глаз и фокусировки их на новую точку, мс	130
Значение силы звука (дБ), вызывающего:	
неприятные ощущения	120
возникновение болевых ощущений	130
появление заметной боли	140
Время, необходимое для принятия решения, с	До 1 и более
Время ответной реакции, с	0,25

Человек способен воспринимать и учитывать информацию по случайным событиям, объединять в единое целое информацию, поступающую к нему через различные анализаторные системы, быстро опознавать различные образы (зрительные, звуковые и т. п.).

Таблица 15.1

Сравнительная характеристика ЭВМ и человека

Функция	Характеристика человека	Характеристика ЭВМ
Обнаружение	<p>Шкала раздражителей ограничена возможностями органов чувств.</p> <p>Обнаруживает раздражители очень небольшой интенсивности.</p> <p>При изменении программы легко осуществляет фильтрацию</p>	<p>Шкала раздражителей обширна.</p> <p>Обнаруживает раздражители небольшой интенсивности с трудом.</p> <p>При изменении программы с трудом осуществляет фильтрацию</p>
Различение	<p>Различает довольно слабое соотношение сигнал/шум.</p> <p>Запоминает модели довольно высокой сложности.</p> <p>Емкость канала ограничена.</p> <p>Воспринимает глубину и рельеф</p>	<p>Не различает обычно слабых соотношений сигнал/шум.</p> <p>Запоминает очень сложные модели.</p> <p>Емкость канала высокая.</p> <p>Воспринимает глубину и рельеф с трудом</p>
Интерпретация	<p>Гибкость программирования и перепрограммирования высока.</p> <p>Возможность самообучения велика.</p> <p>Способность к изобретательности велика.</p> <p>Способность работать в непредвиденных ситуациях хорошая.</p> <p>Способность запоминания кодов и языков неизвестна, но практически ограничена.</p> <p>Способность использования избыточной информации, организации фрагментов информации в укрупненные и взаимосвязанные смысловые единицы велика.</p> <p>Способность к индукции и обобщению хорошая</p>	<p>Гибкость перепрограммирования мала.</p> <p>Жесткое кодирование.</p> <p>Возможность самообучения ограничена.</p> <p>Способность к изобретательности очень незначительна.</p> <p>Способность работать в непредвиденных ситуациях плохая.</p> <p>Способность запоминания кодов и языков очень высока.</p> <p>Способность организации восприятия сильно ограничена.</p> <p>Способность к индукции и обобщению отсутствует</p>

Функция	Характеристика человека	Характеристика ЭВМ
Вычисление	Вычисляет медленно и неточно	Вычисляет очень быстро и очень точно (особенно дифференцирует и интегрирует)
Связь стимул — ответ	Число возможных различных реакций на один и тот же стимул велико. Реакция относительно медленная и нестабильная	Число возможных различных реакций на один и тот же стимул ограничено. Реакция быстрая и стабильная
Ответная реакция	Точность и интенсивность реакции ограничены. Трудно и непродолжительно осуществляются быстро повторяющиеся ответные реакции	Точность и интенсивность реакции велика. Легко и в течение продолжительного времени осуществляет быстро повторяющиеся ответные реакции
Автономность	Большая независимость в передвижении и само-регулировании	Крайне ограниченная независимость в передвижении и саморегулировании
Надежность	Надежность невысокая и особенно подвержена колебаниям во времени	Надежность потенциально высокая и очень устойчивая
Продолжительность	Продолжительность работы ограничена, если работа ведется без перерывов (утомление). Способность к превышению своих возможностей (стресс)	Продолжительность работы неограниченная. Крайне редко нуждается в перерывах. Неспособность к превышению своих возможностей

Однако человек медленно рассчитывает, плохо работает в режиме ожидания, не приспособлен к монотонной работе, ошибается, «засыпает», снижает свою рабочую, профессиональную бдительность.

В табл. 15.1 приведено сравнение отдельных характеристик ЭВМ и человека.

15.4. Оператор как управляющая «машина»

Поскольку оператор работает в замкнутом контуре системы управления, являясь интегральным звеном системы, он может рассматриваться как управляющая «машина».



Рис. 15.5. Структурная схема системы «человек — машина»

Взаимодействие человека-оператора и машины показано на рис. 15.5. Воспринимая информацию о состоянии технической части системы, оператор осуществляет обработку этой информации и воздействие на органы управления машины. Оператор воздействует на органы управления технической части системы с помощью эффекторов, т. е. органов человека, находящихся в тесной связи с рецепторными аппаратами. Основными эффекторами человека являются мышцы рук и ног, однако могут использоваться также голос, изменения электрических потенциалов отдельных точек тела (например, биотока для управления манипуляторами, выработка телеметрической информации для контроля физиологической деятельности), а также проявления физиологической активности (пульс, частота дыхания).

Оператор может воздействовать на машину двумя способами: либо он является основным источником энергии, необходимой для процесса управления «человек — инструмент», либо он не является источником энергии для выполнения процесса, а только определяет время введения в действие того или иного устройства (регулятора) системы «человек — машина».

Вследствие сложной структуры центральной нервной системы оператор может выполнять одни и те же действия с помощью различных приемов, часто разнообразных. Поскольку связь между входными сигналами и ответной реакцией оператора не является однозначной, то попытки свести поведение человека-оператора к упрощенным моделям и описание его с помощью типовых передаточных функций, как правило, дают приблизительное представление о реальных процессах. Увлечение «кнопочным» управлением приводит к тому, что очень часто усилия, прилагаемые к органам управления, не могут быть связаны с процессами управления, что сводит на нет двигательные навыки человека. Поскольку же человек является разумным, экономичным и гибким источником малых энергий, то при пренебрежении к его двигательным навыкам значительно обедняются возможности оператора по выработке управляющих воздействий.

Наибольший эффект управления самолетом достигается только в случае, когда у пилота имеет место так называемое «чувство ручки». Действительно, только в этом случае пилот может соотносить усилия, прикладываемые к ручке управления, с выполняемым маневром.

Скорость и точность управления, осуществляемого оператором, зависят от коэффициента передачи (чувствительности) технической части системы, т. е. от отношения величины сигналов на устройстве отображения информации к необходимому воздействию на органы управления.

В частном случае, когда сигналом, характеризующим состояние технической части системы, является перемещение указателя A (в сантиметрах), а воздействие осуществляется соответствующим числом полных оборотов рукоятки n , коэффициент передачи может быть представлен в виде

$$N = \frac{A}{n}.$$

Если необходимо повысить быстродействие и можно пренебречь точностью, то стремятся к большему значению коэффициента передачи. Если же требуется высокая точность управления и можно пренебречь быстродействием, то значение коэффициента уменьшают.

Чувствительность технической части системы оказывает большее влияние на время, необходимое для управления с заданной степенью точности, чем размеры органов управления, инерция, трение и т. д. Это время является минимальным, когда перемещение стрелки находится в пределах 25...50 мм/об в случае, когда требуется высокая точность настройки, и примерно равно 150 мм/об, если точность настройки не играет особой роли. В случае когда орган управления является линейно перемещающейся рукояткой, отношение небольших перемещений стрелки индикатора и рукоятки управления должно находиться в пределах от 1/4 до 1/3.

15.5. Методы рационального распределения функций между человеком и машиной

Одной из сложных задач, решаемых в процессе проектирования систем, является рациональное распределение функций между человеком и машиной.

Методы, при помощи которых обычно производится распределение функций, заключаются в следующем: строится модель функций системы «человек — машина» в виде списка функций и для каждой из функций решается, должна ли она быть передана

человеку или машине. Такое решение носит условный характер и не дает гарантий безошибочности.

Известен метод, претендующий на количественное решение и классифицирующий функции на основании особенностей человека и машины. Сначала анализируют функции системы «человек — машина», описывая их как действия, расчеты, сообщения и решения, а затем приписывают этим функциям такие параметры, как частота, скорость, стабильность, точность, значимость, исходя из предварительно установленной шкалы оценки. После этого устанавливаются индексы и формулы, теоретически позволяющие обнаружить избыток или недостаток нагрузки на оператора или машину.

Поскольку шкала оценки неизбежно носит приблизительный и субъективный характер, это определяет и неубедительность получаемых результатов. Более убедительным является метод, основанный на принципе, согласно которому вмешательство человека-оператора требуется во всех случаях, когда в процессе преобразования между входом и выходом системы переменные претерпевают существенные изменения. Иными словами, человек должен включаться в работу системы каждый раз, как появляется неуверенность в том, каким образом следует перерабатывать информацию. Для этой цели используются модели типа моделей связей, что выгодно отличает этот метод от методов, основанных на моделях типа перечней (списков) функций.

Несмотря на недостатки списков, перечисляющих распределение функций между человеком и машиной, все же они могут быть полезными при проектировании сложных человекомашинных систем.

15.6. Моделирование систем «человек — машина»

Среди методов моделирования систем «человек — машина» следует выделить метод динамического моделирования с использованием вычислительной техники и включением в контур модели человека-оператора. При построении такой модели используются технически реализованная модель пульта представления информации и управления, реальный временной масштаб прохождения информации и человек-оператор. Моделирование необходимо производить с определенно возможным числом операторов, соответствующим образом отобранных и подготовленных.

Подобное моделирование характеризуется следующими особенностями.

1. В контур модели включен человек, имеющий большую вариативность параметров.

2. Моделирование ведется во временному масштабе, принятом для моделируемой системы.

3. Возможно многократное повторение каждого эксперимента, что обеспечивает получение статистически достоверных результатов.

Одной из реализаций описанной модели может быть установка моделирования, которая в процессе проектирования сложной системы позволяет решать следующие задачи:

1) отработка в реальном масштабе времени алгоритмов обмена информации между оператором и технической частью проектируемой системы;

2) выбор метода оптимального кодирования и представления информации оператору;

3) выбор устройства отображения информации и органа управления, а также рациональной компоновки рабочего места оператора;

4) получение экспериментальной количественной оценки основных характеристик оператора.

Установка моделирования состоит (рис. 15.6) из испытательного пульта оператора ИПО, пульта инструктора ПИ, специализированной управляющей машины СУМ, электронной вычислительной машины ЭВМ и психофизиологической аппаратуры ПФА.

Испытательный пульт оператора представляет собой перестраиваемую конструкцию, построенную с использованием модулей индикации и органа управления и позволяющую изменять состав и расположение как устройства отображения информации, так и органа управления; СУМ служит для имитации функционирования технической части проектируемой системы; ЭВМ обеспечивает обработку информации, получаемой в процессе эксперимента, и оценку основных характеристик проектируемой системы.

Процесс взаимодействия человека и технической части системы в основном осуществляется по принципу диалога. В своем составе СУМ имеет устройство управления, временное устройство, устройство управления работой устройства отображения информации и регистрирующее устройство. Управление и наблюдение за проведением испытаний выполняется с пульта инструктора.

На ПИ для этой цели имеются индикаторы, фиксирующие прохождение программы испытаний, пра-

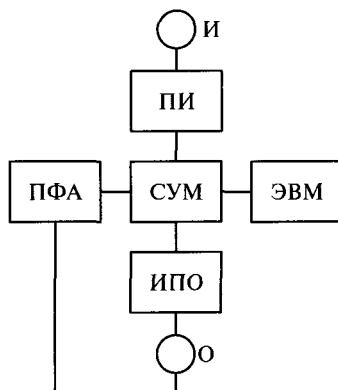


Рис. 15.6. Моделирование системы «человек — машина»:
И — инструктор; О — оператор

вильность действий оператора, а также служебную информацию. С помощью органа управления выбирается режим работы установки и осуществляется оперативное вмешательство инструктора в процесс эксперимента. На регистрирующем устройстве фиксируются номер программы, номера органов управления, которыми манипулирует оператор, время, затрачиваемое оператором на выполнение операции управления. Временная привязка процесса прохождения программы к процессам, регистрируемым ПФА, проводится с помощью меток, подаваемых СУМ, фиксирующих как моменты предъявления информации оператору, так и его действия по управлению системой.

Контрольные вопросы

1. Чем отличается структурная схема САУ с человеком-оператором от обычной системы?
2. Как выглядит структурная схема САУ «человек — машина» с подсистемой автоматического регулирования?
3. Каковы характеристики латентного периода различных анализаторов человека?
4. Какой вид имеют динамические характеристики оператора?
5. Что такое информационные характеристики человека?
6. Какова связь между изменениями во времени наблюдаемого параметра и периодом дискретности наблюдения?
7. Каковы надежностные характеристики оператора?
8. Какие существуют информационные характеристики оператора?
9. Какой вид имеют сравнительные характеристики ЭВМ и человека?
10. Каким образом распределяются функции между человеком и машиной в системах «человек — машина»?
11. Как осуществляется моделирование систем «человек — машина»?

Приложение 1

Схемы систем автоматики

При разработке, монтаже, наладке и эксплуатации САУ основным техническим документом являются их схемы. Виды схем (по виду используемой энергии) следующие: электрические, пневматические, гидравлические, кинематические и комбинированные. Типы схем: структурные и функциональные схемы автоматизации ТП; функциональные, структурные, алгоритмические и принципиальные схемы управления; схемы соединений и внешних подключений.

На структурных схемах автоматизации ТП отображают отдельные цехи и участки производственного процесса, линии взаимосвязи между ними. Структурные схемы разрабатывают при проектировании АСУ производством и отраслью.

На функциональных схемах автоматизации ТП отображают функциональные связи между управляемыми технологическими объектами ТП и средствами автоматизации. Функциональные схемы автоматизации разрабатывают при проектировании системы управления и контроля ТП, учитывая методы контроля и способы преобразования каждого из параметров ТП, приборы и средства автоматизации для обеспечения ТП, места установки датчиков и исполнительных механизмов на технологическом оборудовании.

Технологическое оборудование на функциональных схемах автоматизации изображают упрощенно, чтобы ясно представлять принцип его работы и взаимодействие со средствами автоматики.

Технические средства автоматики и средства представления информации оперативному персоналу на функциональных схемах автоматизации изображают с помощью условных обозначений согласно ГОСТ 21.404—85. Буквенное обозначение прибора записывают внутри его графического обозначения в таком порядке: измеряемая величина; уточнение измеряемой величины; функции, выполняемые прибором; дополнительные значения функций. Если функций несколько, то их располагают в следующей очередности: IRCSA.

Пример построения условного обозначения прибора для измерения, регистрации и автоматического регулирования соотношения давления показан на рис. П1.1.

На основе функциональных и структурных схем автоматизации ТП разрабатывают функциональные, структурные, алгоритмические и принципиальные схемы управления.

Функциональные схемы управления отражают взаимодействие элементов, блоков, узлов и устройств системы, характеризуют их функцио-

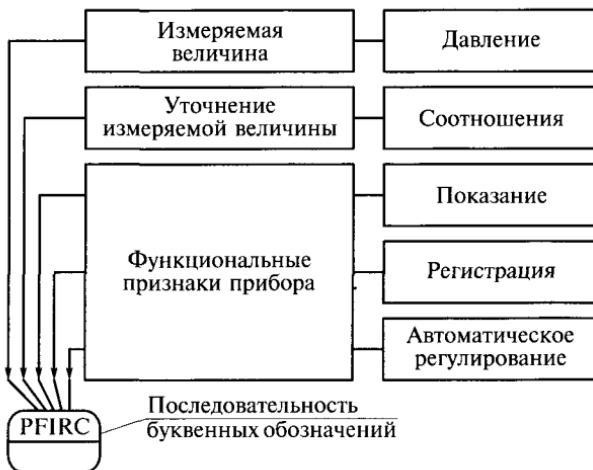


Рис. П1.1. Расположение условных обозначений на функциональных схемах автоматизации ТП

нальные возможности. Эти схемы используют для анализа работы САУ в статических режимах.

Структурные схемы управления отражают взаимосвязь звеньев САУ во времени, характеризуют их динамические свойства. Эти схемы предназначены для анализа работы САУ в переходных режимах.

При управлении и контроле параметров ТП все чаще применяют микропроцессорные системы управления, а при управлении и контроле производств — АСУ на базе ЭВМ. Благодаря этому основу проектирования систем автоматизации составляют программы.

Алгоритмические схемы отображают последовательность действий САУ, т.е. последовательность реализации программы управления. Основные графические символы алгоритмических схем приведены в Прил. 5.

Принципиальные схемы управления содержат полный состав элементов САУ и отражают связи между ними. Эти схемы изображают согласно ЕСКД, используя условные обозначения по ГОСТ 2.701—76... ГОСТ 2.758—81.

Схемы соединений и внешних подключений разрабатывают на основе принципиальных схем. На схемах соединений показывают соединения элементов системы, располагающихся внутри щитов и пультов управления, а на схемах подключений — подключение устройств, элементов, датчиков и ИМ к щитам и пультам управления.

Графические обозначения элементов автоматики

Элемент	Обозначение	
	основное	допустимое
Прибор, устанавливаемый по месту (вне щитка)	○	○
Прибор, устанавливаемый на пульте, щитке	⊖	⊖
Исполнительный механизм (общее обозначение)	○ —	—
Регулирующий орган	▷	—
Исполнительные механизмы, которые при прекращении подачи энергии или управляющего сигнала: <i>a</i> — открывают регулирующей орган; <i>b</i> — закрывают регулирующей орган; <i>v</i> — оставляют регулирующий орган в неизменном положении	○ ○ ○ ↑ ↓ + <i>a</i> <i>b</i> <i>v</i>	—
Общее обозначение линии связи	—	—
Пересечение линии связи:		
без соединения	+	—
с соединением	+ —	—

Основные буквенные обозначения элементов автоматики

Измеряемая величина	Обозна- чение	Выполняемая функция	Обозна- чение
Плотность (разность, пе- репад)	<i>D</i> . .	Автоматическое пере- ключение, обегание	<i>J</i>
Электрическая величина	<i>E</i>	Интегрирование, сумми- ровование по времени	<i>Q</i>
Расход (соотношение, доля)	<i>F</i>	Показание	<i>I</i>
Время, переменная программа	<i>K</i>	Сигнализация	<i>A</i>
Уровень	<i>L</i>	Регистрация	<i>R</i>
Влажность	<i>M</i>	Регулирование, управ- ление	<i>C</i>
Давление, вакуум	<i>P</i>	Включение, отключение, переключение, блоки- ровка	<i>S</i>
Качество (состав, кон- центрация и т. д.)	<i>Q</i>	Пределы измеряемой ве- личины:	
Радиоактивность	<i>R</i>	верхний	<i>H</i>
Скорость (частота)	<i>S</i>	нижний	<i>L</i>
Температура	<i>T</i>		
Группа разнородных из- меряемых величин	<i>U</i>		
Вязкость	<i>V</i>		
Масса	<i>W</i>		

**Дополнительные обозначения функциональных признаков
элементов автоматики**

Измеряемая величина	Обозна- чение	Выполняемая функция	Обозна- чение
<i>Приборы автоматики</i> Чувствительный элемент, выполняющий первичное преобразование сигнала (физической величины)	<i>E</i>	Операции, выполняемые вычислительным устройством: суммирование умножение сигнала на постоянный коэффициент перемножение двух или более сигналов возвведение в степень извлечение корня степени <i>n</i> логарифмирование дифференцирование интегрирование изменение знака сигнала (инвертирование) ограничение верхнего значения сигнала ограничение нижнего значения сигнала	\sum_k
Приборы с дистанционной подачей сигнала	<i>T</i>		<i>x</i>
Станции управления для выбора вида управления (автоматическое, ручное, дистанционное)	<i>K</i>		f^n $\sqrt[n]{\cdot}$
<i>Преобразователи сигналов и вычислительные устройства</i>	<i>Y</i>		\lg $\frac{dx}{dt}$ \int $x(-1)$
Род энергии сигнала: электрический пневматический гидравлический	<i>E</i> <i>P</i> <i>G</i>		max min
Вид сигнала: аналоговый дискретный	<i>A</i> <i>D</i>		

Основные графические символы схем алгоритмов и программ

Наименование и функция	Обозначение
Процесс. Выполнение операции или группы операций	
Решение. Выбор направления выполнения алгоритма в зависимости от условий	
Модификация. Выполнение изменений команды или группы команд	
Предупредительный процесс (подпрограмма). Использование ранее созданных алгоритмов и программ	
Ввод-вывод. Преобразование данных в необходимую форму для ввода-вывода	
Документ. Ввод-вывод данных,носителем которых служит бумага	
Магнитная лента. Ввод-вывод данных на магнитную ленту	
Магнитный диск. Ввод-вывод данных на магнитный диск	
Дисплей. Ввод-вывод информации на экран видеотерминального устройства	
Соединитель. Указание прерванной связи	
Пуск-останов. Начало и конец выполнения алгоритма	
Комментарий. Пояснения к элементам схемы	

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А. Г. Оптимальные и адаптивные системы / А. Г. Александров. — М. : Высш. шк., 1989.
2. Андрющенко В. А. Система автоматического управления технологическим оборудованием / В. А. Андрющенко. — Л. : Машиностроение, 1983.
3. Анхимюк В. Л. Теория автоматического управления / В. А. Анхимюк, О. Ф. Опейко, Н. Н. Михеев. — М. : Дизайн ПРО, 2002.
4. Бессекерский В. А. Системы автоматического управления с микроЭВМ / В. А. Бессекерский, В. В. Изранцев. — М. : Наука, 1987.
5. Бессекерский В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. — 4-е изд., перераб. и доп. — СПб : Профессия, 2003.
6. Воронов А. А. Теория автоматического управления / А. А. Воронов. — М. : Энергия, 1986.
7. Горошков В. И. Автоматическое управление : учебник / В. И. Горошков. — М. : Академия, 2003.
8. Загинайлов В. И. Основы автоматики / В. И. Загинайлов, Л. Н. Шеповалова. — М. : Колос, 2001.
9. Зимодро А. Ф. Основы автоматики / А. Ф. Зимодро, Г. Л. Скибенский. — Л. : Энергоиздат, 1984.
10. Клюев А. С. Техника чтения схем автоматического управления и технологического контроля / А. С. Клюев. — 2-е изд. — М. : Энергоатомиздат, 1983.
11. Куропаткин Т. В. Оптимальные и адаптивные системы / Т. В. Куропаткин. — М. : Высш. шк., 1980.
12. Мельников А. А. Теория автоматического управления техническими объектами автомобилей и тракторов : учеб. пособие / А. А. Мельников. — М. : Академия, 2003.
13. Методы классической и современной теории автоматического управления : В 3 т. : учебник. — Т. 1. Анализ и статическая динамика систем автоматического управления / под ред. Н. Е. Егупова. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.
14. Михеев Ю. Е. Системы автоматического управления станками / Ю. Е. Михеев, В. Л. Сосонкин. — М. : Машиностроение, 1979.
15. Наладка автоматических систем и устройств управления технологическими процессами : справ. пособие / под ред. А. С. Клюева. — М. : Энергия, 1977.
16. Новоселов А. С. Системы адаптивного управления летательными аппаратами / А. С. Новоселов. — М. : Машиностроение, 1987.

17. Панасюк В. И. Оптимальное управление в технических системах / В. И. Панасюк, В. Б. Ковалевский, Э. Д. Политыко. — М. : Наука и техника, 1990.
18. Подлипенский В. С. Элементы и устройства автоматики / В. С. Подлипенский, Ю. А. Сабинин, Л. Ю. Юрчук ; под ред. Ю. А. Сабинина. — СПб. : Политехника, 1995.
19. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. — М. : Наука, 1987.
20. Шавров А. В. Автоматика / А. В. Шавров, А. П. Коломиец. — М. : Колос, 1999.
21. Шишмарев В. Ю. Типовые элементы систем автоматического управления / В. Ю. Шишмарев. — М. : Академия, 2004.
22. Шишмарев В. Ю. Автоматика / В. Ю. Шишмарев . — М. : Академия, 2005.
23. Шишмарев В. Ю. Автоматизация технологических процессов : учеб. пособие / В. Ю. Шишмарев. — М. : Академия, 2005.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Условные обозначения	5
Глава 1. Основные понятия, цели и принципы управления	7
1.1. Основные понятия и определения	7
1.2. Примеры систем автоматического управления	8
1.3. Цели и принципы управления	15
1.4. Типовая функциональная схема системы автоматического управления	16
1.5. Математические модели систем автоматического управления	18
1.6. Классификация систем автоматического управления	19
Глава 2. Классификация и общие характеристики элементов автоматики	26
2.1. Основные понятия	26
2.2. Классификация элементов автоматики	33
2.3. Общие характеристики элементов автоматики	38
2.4. Динамический режим работы элементов	41
Глава 3. Классификация и основные характеристики измерительных преобразователей	43
3.1. Общие сведения о преобразователях	43
3.2. Классификация измерительных преобразователей	46
3.3. Статические и динамические характеристики измерительных преобразователей	47
3.4. Структурные схемы измерительных преобразователей	51
3.5. Унификация и стандартизация измерительных преобразователей	54
Глава 4. Типовые звенья систем автоматического управления	56
4.1. Режимы работы объекта управления. Возмущающие воздействия	56
4.2. Апериодическое (инерционное, статическое) звено	58
4.3. Интегрирующее звено	62

4.4. Колебательное (апериодическое 2-го порядка) звено	64
4.5. Пропорциональное (усилительное, безынерционное) звено	66
4.6. Дифференцирующее звено	67
4.7. Запаздывающее звено	71
4.8. Логарифмические частотные характеристики динамических звеньев	73
Глава 5. Линейные системы автоматического управления	80
5.1. Свойства объектов регулирования	80
5.2. Соединение звеньев в системах автоматического управления	91
5.3. Статический режим работы системы	97
5.4. Динамический режим работы системы	107
Глава 6. Синтез систем автоматического управления и выбор типа регулятора	118
6.1. Структурные схемы систем автоматического управления	118
6.2. Понятие обратной связи	119
6.3. Классификация регуляторов	120
6.4. Построение структурных схем систем автоматического управления	129
6.5. Составление операторных уравнений и передаточных функций систем автоматического управления	132
6.6. Структурные схемы установившегося движения систем автоматического управления	134
6.7. Постановка задач формирования структур систем автоматического управления	138
6.8. Выбор структуры системы стабилизации скорости	139
Глава 7. Анализ устойчивости и качества работы систем автоматического управления	143
7.1. Понятие устойчивости систем автоматического управления	143
7.2. Показатели качества работы систем автоматического управления	144
7.3. Оптимальные процессы регулирования	147
7.4. Анализ устойчивости замкнутой системы	148
7.5. Вывод характеристического уравнения замкнутой системы из передаточных функций объекта и регулятора	153
7.6. Критерии устойчивости систем автоматического управления	155
7.7. Анализ качества работы замкнутой системы автоматического управления	159

7.8. Структурная устойчивость систем автоматического управления	161
7.9. Прямой метод устойчивости Ляпунова	165
Глава 8. Линейные системы автоматического управления при случайных воздействиях	169
8.1. Понятие случайной функции	169
8.2. Основные характеристики случайной функции	176
8.3. Стационарные случайные функции	181
8.4. Прохождение случайного процесса через линейные звенья	183
8.5. Прохождение случайного процесса через нелинейные элементы	185
Глава 9. Синтез регуляторов систем автоматического управления	189
9.1. Структура системы автоматического управления	189
9.2 Синтез регуляторов методом логарифмических частотных характеристик	189
9.3. Синтез регулятора статической системы стабилизации скорости	191
9.4. Синтез регулятора статической системы управления положением	198
Глава 10. Линейные импульсные системы автоматического управления	203
10.1. Импульсные звенья (модуляторы)	203
10.2. Анализ динамики импульсных систем	204
10.3. Импульсная теорема	209
10.4. Передаточные функции импульсных систем	210
10.5. Частотные характеристики импульсных систем	212
10.6. Устойчивость импульсных систем	212
10.7. Особенности анализа и синтеза импульсных систем	215
Глава 11. Нелинейные системы автоматического управления	218
11.1. Особенности нелинейных систем и типы нелинейностей	218
11.2. Методы исследования нелинейных систем	221
11.3. Метод фазовой плоскости	222
11.4. Метод точечных преобразований	230
11.5. Критерий абсолютной устойчивости В.И. Попова	232
11.6. Метод гармонической линеаризации	235
Глава 12. Цифровые системы автоматического управления	241
12.1. Включение ЭВМ в системы автоматического управления	241

12.2. Логические устройства автоматики	244
12.3. Системы числового программного управления	254
12.4. Управление промышленными роботами	261
12.5. Управляющие микроЭВМ и микроконтроллеры	267
Глава 13. Специальные виды систем автоматического управления	277
13.1. Управление при неполной начальной информации	277
13.2. Экстремальные системы автоматического управления	278
13.3. Самонастраивающиеся системы	284
13.4. Самоорганизующиеся и самообучающиеся системы автоматического управления	287
13.5. Автоматизированные системы управления	288
13.6. Оптимальные системы автоматического управления	292
13.7. Адаптивные системы автоматического управления	296
13.8. Поисковые системы автоматического управления	301
Глава 14. Методы определения характеристик объектов управления	304
14.1. Методы экспериментальных исследований объектов	304
14.2. Определение статических характеристик объектов управления	305
14.3. Определение динамических характеристик объектов управления	309
14.4. Определение переходных характеристик объекта	309
14.5. Определение частотных характеристик объекта	313
Глава 15. Человек-оператор в системе управления	320
15.1. Человек-оператор как звено системы управления	320
15.2. Надежностные характеристики оператора	325
15.3. Информационные характеристики оператора	326
15.4. Оператор как управляющая «машина»	331
15.5. Методы рационального распределения функций между человеком и машиной	333
15.6. Моделирование систем «человек — машина»	334
Приложения	337
Список литературы	343